

基于均匀量化的二维多尺度排列熵算法

王大铭, 史鹏飞, 雷一航, 边皓冉, 梁敏, 常利伟

(山西财经大学信息学院, 山西太原 030006)

摘要: 为了解决将排列熵算法扩展到二维时, 子序列中相等值会导致某些排列模式的概率增加的问题, 提出了一种基于均匀量化的二维多尺度排列熵 (MUPE_{2D}) 算法。算法通过基于均匀量化重新定义排列模式, 消除了相等值对计算的影响。使用 MUPE_{2D} 算法对各种合成纹理、MIX_{2D}(p) 图像和加密图像进行了研究, 结果表明, 即使图像中存在大量等值, MUPE_{2D} 算法也能有效量化加密图像的复杂性和信息隐藏能力。综上所述, MUPE_{2D} 算法为评估图像复杂度提供了一种有效的手段。

关键词: 二维排列熵; 多尺度熵; 加密图像分析; 纹理分析

中图分类号: TP311

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2024221

Two-dimensional multi-scale permutation entropy algorithm based on uniform quantization

WANG Daming, SHI Pengfei, LEI Yihang, BIAN Haoran, LIANG Min, CHANG Liwei

School of Information, Shanxi University of Finance and Economics, Taiyuan 030006, China

Abstract: In order to solve the problem that equal values in the subsequence lead to an increase in the probability of certain ordinal patterns when extending the permutation entropy algorithm to two-dimensional domain, a two-dimensional multi-scale permutation entropy based on uniform quantization (MUPE_{2D}) algorithm based on uniform quantization was proposed. By redefining the ordinal patterns based on uniform quantization, the effect of equal values on the calculation was eliminated. The MUPE_{2D} algorithm was used to investigate various synthetic textures, MIX_{2D}(p) images and encrypted images. The results reveal that MUPE_{2D} is able to effectively quantify the complexity and information concealment capabilities of encrypted images even if there are a large number of equal values. Consequently, the MUPE_{2D} algorithm provides an effective means for evaluating images.

Keywords: two-dimensional permutation entropy, multi-scale entropy, encrypted image analysis, texture analysis

0 引言

在一维数据处理领域内, 利用熵指标对时间序列中内在的不确定性和不规则性进行量化分析,

已被证实为一种行之有效的方法。自20世纪90年代Pincus^[1]首次引入近似熵的概念以来, 一系列基于一维 (1D, one-dimensional) 熵的算法应运而生, 包括样本熵 (SE_{1D}, sample entropy)^[2]、模糊

收稿日期: 2024-10-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62105190); 山西省自然科学基金资助项目 (No.20210302124268, No.20210302124290); 教育部人文社会科学研究基金一般项目 (No.23YJCZH009); 中央引导地方科技发展资金资助项目 (No.YDZJSX20231A057); 山西省教学改革创新基金资助项目 (No.J20230634)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.62105190), The Natural Science Foundation of Shanxi Province (No.20210302124268, No.20210302124290), The Humanities and Social Sciences Research Foundation of the Ministry of Education of China (No.23YJCZH009), The Central Government Funds of Guiding Local Scientific and Technological Development (No.YDZJSX20231A057), Shanxi Province Teaching Reform and Innovation Project (No.J20230634)

熵 (FE_{1D}, fuzzy entropy)^[3]及排列熵 (PE_{1D}, permutation entropy)^[4]。这些算法作为复杂度的度量工具, 在生物医学信号处理^[5]、旋转机械故障诊断^[6]、股票市场分析^[7]等多个应用领域展现出了显著的应用潜力和价值。其中, Bandt 和 Pompe^[4]在 2002 年提出的排列熵算法 (PE_{1D}), 是评估时间序列复杂度的一个重要指标。相较于其他算法, PE_{1D} 通过对时间序列中的相邻值进行比较, 在计算速度和概念简洁性上展现出双重优势。然而, PE_{1D} 仍有其局限性, 主要体现在单尺度限制和相等值影响两方面。首先, PE_{1D} 基于单一尺度进行计算、分析, 限制了其在复杂多变数据环境下的适用性。针对这一问题, 多尺度排列熵 (MPE_{1D}, multi-scale permutation entropy) 算法被提出, 该方法通过将粗粒化操作与 PE_{1D} 相结合, 有效克服了单尺度方法的局限性, 提升了算法在不同尺度下的分析能力^[8]。其次, PE_{1D} 的计算结果易受到时间序列中相等值的影响, 导致分析准确性下降^[9-10]。为缓解这一问题, 多种改进方法被提出, 如修正的排列熵 (mPE_{1D}, modified permutation entropy)^[11]和改进的排列熵 (IPE_{1D}, improved permutation entropy)^[12], 旨在通过算法优化减少相等值对分析结果的影响。综上所述, 尽管 PE_{1D} 在一维数据处理中展现出强大的应用潜力, 但仍需针对其局限性进行深入研究, 以进一步提升算法的性能和适用性。

随着研究的不断深入, 熵算法逐渐被扩展到二维领域, 并被广泛应用于图像处理与分析领域。二维熵算法可以通过量化分析图像中的信息量, 来评估图像的复杂性和随机性。具体而言, 图像的熵值与其结构和内容的复杂性紧密相关: 熵值越高, 意味着图像包含越丰富的细节和越复杂的结构特征。2012 年, Ribeiro 等^[13]创新性地提出了二维排列熵 (PE_{2D}, two-dimensional permutation entropy) 的概念, 为后续研究奠定了重要基础。之后的研究深入探索了复杂度-熵因果平面在图像纹理分析领域的实际应用价值^[13-14]。随后提出的二维近似熵 (AE_{2D}, two-dimensional approximate entropy)^[15], 被成功应用于医学图像分析领域中, 展现了其在处理复杂图像数据上的潜力。为了分析图像不规则性, 二维样本熵 (SE_{2D}, two-dimensional sample entropy)^[16]及其多尺度版本 (MSE_{2D}, two-dimensional multi-scale sample entropy)^[17]被提出。此

外, 二维模糊熵 (FE_{2D}, two-dimensional fuzzy entropy)^[18]与二维散布熵 (DE_{2D}, two-dimensional dispersion entropy)^[19]的提出, 进一步丰富了图像纹理评估的方法体系。最近提出的二维多尺度排列熵 (MPE_{2D}, two-dimensional multi-scale permutation entropy)^[20], 更是作为一种高效的纹理分析工具, 受到了广泛关注。这些熵算法除了应用于图像纹理评估外, 还被广泛应用于滚动轴承故障诊断^[21-22]、生物医学图像分析^[23]和纹理分类^[24]等领域, 展现了其广泛的适用性和强大的分析能力。在众多二维熵算法中, 基于 PE_{1D} 算法提出的 PE_{2D} 算法以其计算简单、计算速度快而著称。与 PE_{1D} 类似, PE_{2D} 在计算过程中也会受到图像中相等值的影响, 从而产生一定的误差。

本文提出了一种基于均匀量化的二维多尺度排列熵 (MUPE_{2D}, two-dimensional multi-scale permutation entropy based on uniform quantization) 算法, 该算法通过重新定义排列模式, 削减了图像中相等值对熵值的影响, 提高了算法的准确性和可靠性。在本文中, MUPE_{2D} 算法被应用于多种二维图像数据集, 目的是评估其区分不同纹理的能力。实验结果表明该算法在辨识复杂二维图像纹理方面具有巨大潜力。此外, MUPE_{2D} 算法还被应用于加密图像的定量分析中, 以此来评估加密算法的效果和性能表现。

1 相关工作

1.1 排列熵算法

对于一个给定的时间序列 $x = \{x_i\}_{i=1}^N$, 嵌入维度 m 和时延 τ , 可以将其嵌入 m 维空间中, 如式(1)所示。

$$\mathbf{X}_j^{m\tau} = [x_j, x_{j+\tau}, \dots, x_{j+(m-1)\tau}] \quad (1)$$

其中, $j = 1, 2, \dots, N - (m-1)\tau$ 。该步骤可以得到 $N_m = N - (m-1)\tau$ 个子向量。由于子向量 $\mathbf{X}_j^{m\tau}$ 有 m 个元素, 因此会有 $m!$ 个排列模式。将所有子向量按升序排列如下

$$x_{j+(r_1-1)\tau} \leq x_{j+(r_2-1)\tau} \leq \dots \leq x_{j+(r_m-1)\tau} \quad (2)$$

然后, 为每个子向量分配一个排列模式

$$\pi_l = [r_1 r_2 \dots r_m] \quad (3)$$

其中, $1 \leq l \leq m!$ 。计算每种排列模式的概率 P_l , 得到概率分布 $P = \{P_l, 1 \leq l \leq m!\}$ 。

最后, 排列熵定义如下

$$H(p) = - \sum_{i=0}^{m!} P_i \ln P_i \quad (4)$$

1.2 二维排列熵算法

对于任意可转换为矩阵形式表示的图像 x , 均能够计算其对应的二维排列熵值。根据 Bandt 和 Pompe 提出的方案, PE_{2D} 算法的计算步骤如下。

模式提取。对于任意给定宽度为 W 、高度为 H 的图像 x , 从中提取子矩阵并对其进行整形以获得排列模式。首先, 确定嵌入维度 \dim_x 和 \dim_y ($\dim_x, \dim_y \in N$), 这 2 个参数用于将初始矩阵分割成大小为 $\dim_x \times \dim_y$ 的子矩阵。然后, 提取相应的子矩阵, 即

$$X_{a,b}^{\dim_x, \dim_y} = \begin{bmatrix} x_{a,b} & x_{a,b+1} & \cdots & x_{a,b+\dim_y-1} \\ x_{a+1,b} & x_{a+1,b+1} & \cdots & x_{a+1,b+\dim_y-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{a+\dim_x-1,b} & x_{a+\dim_x-1,b+1} & \cdots & x_{a+\dim_x-1,b+\dim_y-1} \end{bmatrix} \quad (5)$$

其中, a 和 b 代表元素在初始矩阵 x 中的位置, $1 \leq a \leq W - \dim_x + 1$, $1 \leq b \leq H - \dim_y + 1$ 。该步骤可以得到 $N_m = (W - \dim_x + 1) \times (H - \dim_y + 1)$ 种可能的子矩阵。将提取的子矩阵整形为一维嵌入向量如下

$$x_{a,b}^{\dim_x, \dim_y} = \{ x_{a,b}, x_{a,b+1}, \cdots, x_{a,b+\dim_y-1}, x_{a+1,b}, x_{a+1,b+1}, \cdots, x_{a+1,b+\dim_y-1}, x_{a+\dim_x-1,b}, x_{a+\dim_x-1,b+1}, \cdots, x_{a+\dim_x-1,b+\dim_y-1} \} \quad (6)$$

与 PE_{1D}^[4] 类似, N_m 个嵌入向量中的每个元素都应按升序重新排列。例如, 假设初始图像为

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 2 & 9 \\ 8 & 6 & 3 \\ 1 & 4 & 7 \end{pmatrix} \quad (7)$$

选择 $\dim_x = \dim_y = 2$, 得到初始矩阵 A 的第一个子矩阵 $\dim_x \times \dim_y$, 表示为

$$A_1 = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 8 & 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_0 & a_1 \\ a_2 & a_3 \end{pmatrix} \quad (8)$$

经过整形操作后, 得到嵌入向量 $(a_0 a_1 a_2 a_3)$, 即 (5286)。将元素 $a_0 \sim a_3$ 按升序排列, 得到 $a_1 < a_0 < a_3 < a_2$, 其下标即为排列模式 (1032)。第二个子矩阵为

$$A_2 = \begin{pmatrix} 2 & 9 \\ 6 & 3 \end{pmatrix} \quad (9)$$

得到 (0321)。第三个子矩阵为

$$A_3 = \begin{pmatrix} 8 & 6 \\ 1 & 4 \end{pmatrix} \quad (10)$$

得到 (2310)。最后一个子矩阵为

$$A_4 = \begin{pmatrix} 6 & 3 \\ 4 & 7 \end{pmatrix} \quad (11)$$

得到 (1203)。

熵值计算。参数 \dim_x 和 \dim_y 决定了用于计算概率分布 P 的排列模式的数量。由于子矩阵 $X_{a,b}^{\dim_x, \dim_y}$ 有 $\dim_x \times \dim_y$ 个元素, 因此会有 $(\dim_x \times \dim_y)!$ 种排序模式 π_l , $1 \leq l \leq (\dim_x \times \dim_y)!$ 。计算每种排列模式的概率 P_l , 得到概率分布 $P = \{P_l, l \leq (\dim_x \times \dim_y)!\}$ 。

最后, 二维排列熵定义如下

$$H(p) = - \sum_{i=0}^{(\dim_x \times \dim_y)!} P_i \ln P_i \quad (12)$$

然而, PE_{1D} 和 MPE_{2D} 的计算结果易受到序列中相等值的影响^[9-10], 相等值会导致某些排列模式的概率增加从而改变了整体的概率分布。由于 PE_{1D} 和 PE_{2D} 只保留位置关系^[25-26], 不同的序列被映射到相同模式, 如图 1 所示。针对等值映射降低精度的问题, 本文提出 MUPE_{2D} 算法。

2 算法设计

MUPE_{2D} 算法由以下部分组成: 粗粒化、模式提取、模式重新定义和熵值计算。

粗粒化。熵算法可以对图像在单一尺度上所展现出的不规则性进行量化分析。但这些算法无法全面捕捉到数据在多个尺度上的内在特性^[27]。将多尺度方法与熵算法结合, 能够有效提升算法在不同尺度下的分析能力。对于任意给定宽度为 W 、高度为 H 的图像 x , 按式(13)进行粗粒化操作, 得到缩减矩阵 y , 其元素为

$$y_{ij}^{(s)} = \sum_{\substack{k=is \\ l=js}}^{k=(i-1)s+1 \\ l=(j-1)s+1} x_{k,l} \quad (13)$$

其中, $1 \leq i \leq \lfloor \frac{W}{s} \rfloor$, $1 \leq j \leq \lfloor \frac{H}{s} \rfloor$, s 是粗粒化尺度因子。如果尺度因子 s 为 1, 粗粒化图像 $y^{(1)}$ 仍为原始图像 x 。 $W_{\text{new}} = \lfloor \frac{W}{s} \rfloor$ 和 $H_{\text{new}} = \lfloor \frac{H}{s} \rfloor$ 分别是粗粒化图像 $y^{(s)}$ 的宽度和高度。

模式提取。从缩减矩阵 y 中提取子矩阵并对其进行整形, 获得嵌入向量。根据嵌入维度 \dim_x 和 \dim_y ($\dim_x, \dim_y \in N$), 提取相应的子矩阵 $\dim_x \times \dim_y$ 为

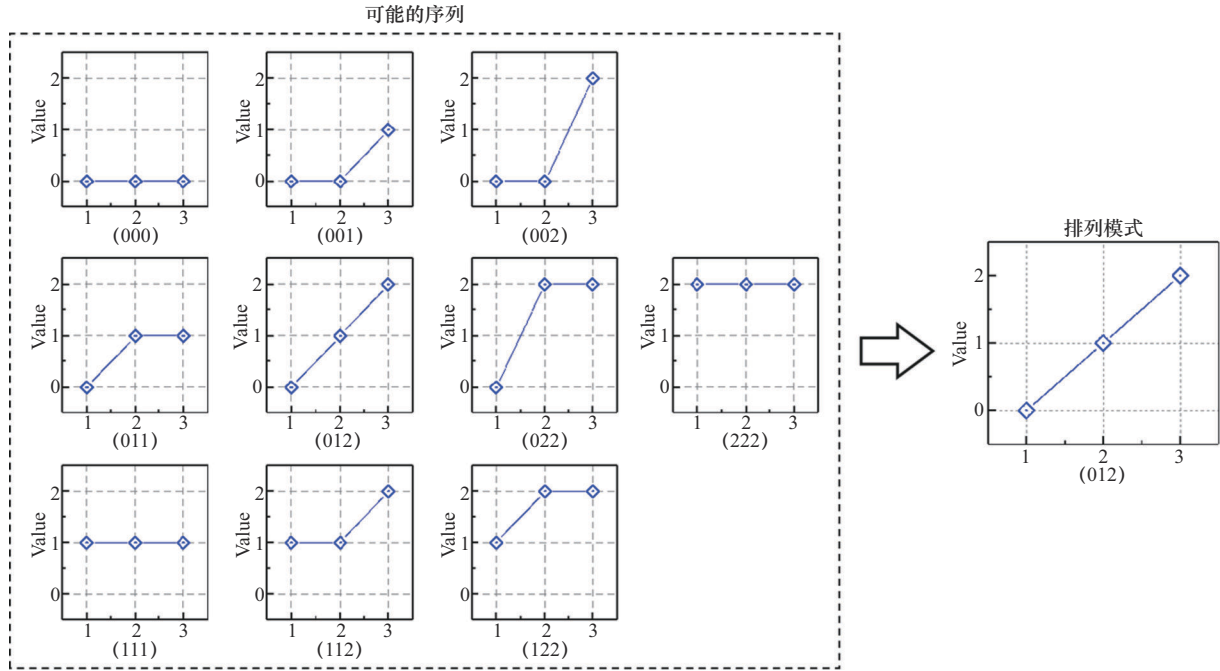


图 1 不同的序列被映射到相同的排列模式

$$\mathbf{Y}_{a,b}^{\dim_x, \dim_y} = \begin{bmatrix} y_{a,b} & y_{a,b+1} & \cdots & y_{a,b+\dim_y-1} \\ y_{a+1,b} & y_{a+1,b+1} & \cdots & y_{a+1,b+\dim_y-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{a+\dim_x-1,b} & y_{a+\dim_x-1,b+1} & \cdots & y_{a+\dim_x-1,b+\dim_y-1} \end{bmatrix} \quad (14)$$

其中, $1 \leq a \leq W_{\text{new}} - \dim_x + 1$, $1 \leq b \leq H_{\text{new}} - \dim_y + 1$, 得到 $N_m = (W - \dim_x + 1) \times (H - \dim_y + 1)$ 种可能的子矩阵。将子矩阵整形为一维嵌入向量如下

$$\mathbf{y}_{a,b}^{\dim_x, \dim_y} = \{ y_{a,b}, y_{a,b+1}, \cdots, y_{a,b+\dim_y-1}, y_{a+1,b}, y_{a+1,b+1}, \cdots, y_{a+1,b+\dim_y-1}, y_{a+\dim_x-1,b}, y_{a+\dim_x-1,b+1}, \cdots, y_{a+\dim_x-1,b+\dim_y-1} \} \quad (15)$$

这些嵌入向量组成了重构矩阵 \mathbf{Y} 。

模式重定义。首先, 将重构矩阵 \mathbf{Y} 的第一列 $\mathbf{Y}(:, 1)$ 按照均匀量化 (UQ, uniform quantization) 进行符号化。如式(16)所示, y_{\max} 和 y_{\min} 分别代表嵌入向量 \mathbf{y} 的最大值和最小值。 L 代表离散化程度, $\Delta = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{L}$ 。对于输入数据 μ , UQ 产生一个从 0 到 $L-1$ 的整数。

$$\text{UQ}(\mu) = \begin{cases} 0, & y_{\min} \leq y < \Delta \\ 1, & \Delta \leq y < 2\Delta \\ \vdots & \vdots \\ L-1, & (L-1)\Delta \leq y \leq y_{\max} \end{cases} \quad (16)$$

让 $\mathbf{S}(:, 1)$ 代表 $\mathbf{Y}(:, 1)$ 的均匀量化结果。然后, 将重构矩阵 \mathbf{Y} 的第 k 列 $\mathbf{Y}(:, k)$, $2 \leq k \leq \dim_x \times \dim_y$ 进行符号化, 得到 $\mathbf{S}(:, k)$ 为

$$\mathbf{S}(j, k) = \mathbf{S}(j, 1) + \left\lfloor \frac{\mathbf{Y}(j, k) - \mathbf{Y}(j, 1)}{\Delta} \right\rfloor \quad (17)$$

$1 \leq j \leq N_m, 2 \leq k \leq \dim_x \times \dim_y$

其中, \mathbf{S} 代表模式矩阵, \mathbf{S} 的每一行代表一个排列模式 π_l , $1 \leq l \leq L^{\dim_x \times \dim_y}$ 。

熵值计算。计算每种排列模式的概率 P_l , 得到概率分布 $P = \{P_l, l \leq L^{\dim_x \times \dim_y}\}$ 。

最后, MUPE_{2D} 定义如下

$$H(p) = - \sum_{i=0}^{L^{\dim_x \times \dim_y}} p_i \ln p_i \quad (18)$$

详细的计算过程如算法 1 所示。

算法 1 基于均匀量化的二维多尺度排列熵算法
初始化 图像矩阵 \mathbf{x} 、宽度 W 、高度 H 、粗粒化尺度因子 s 、嵌入维度 \dim_x 和 \dim_y 。

- 1) 将图像矩阵 \mathbf{x} 和粗粒化尺度因子 s 代入式(13), 得到缩减矩阵 \mathbf{y} ;
- 2) $W_{\text{new}} = \left\lfloor \frac{W}{s} \right\rfloor$, $H_{\text{new}} = \left\lfloor \frac{H}{s} \right\rfloor$;
- 3) 初始化重构矩阵 \mathbf{Y} 和模式矩阵 \mathbf{S} ;
- 4) 循环;

- 5) for (int $a=1$; $a \leq W_{\text{new}} - \text{dim}_x + 1$; $a++$)
- 6) 循环;
- 7) for (int $b=1$; $b \leq H_{\text{new}} - \text{dim}_y + 1$; $b++$)
- 8) 根据式(14), 提取子矩阵 $\mathbf{y}_{a,b}^{\text{dim}_x, \text{dim}_y}$;
- 9) 将子矩阵 $\mathbf{y}_{a,b}^{\text{dim}_x, \text{dim}_y}$ 代入式(15), 得到重构向量 $\mathbf{y}'_{a,b}^{\text{dim}_x, \text{dim}_y}$;
- 10) 将重构向量 $\mathbf{y}'_{a,b}^{\text{dim}_x, \text{dim}_y}$ 推入重构矩阵 \mathbf{Y} 中;
- 11) end for
- 12) end for
- 13) 根据式(16), 将重构矩阵 \mathbf{Y} 的第一列 $\mathbf{Y}(:,1)$ 按照均匀量化进行符号化, 得到 $\mathbf{S}(:,1)$;
- 14) 循环;
- 15) for (int $k=2$; $k \leq \text{dim}_x \times \text{dim}_y$; $k++$)
- 16) 根据式(17), 符号化重构矩阵 \mathbf{Y} 的第 k 列 $\mathbf{Y}(:,k)$, 得到 $\mathbf{S}(:,k)$;
- 17) end for
- 18) \mathbf{S} 的每一行代表一个排列模式 π_i , 计算每种排列模式的概率 P_i ;
- 19) 根据式(18), 计算 MUPE_{2D} 熵值。

3 实验

3.1 数据集

本节将简要介绍本文用于分析 MUPE_{2D} 算法的数据集。

3.1.1 周期纹理图像和合成纹理图像

使用的图像数据来自数据库 Texture Synthesis。原始的周期性纹理图像如图 2(a1)~图 2(d1)所示,

相应的合成纹理图像如图 2(a2)~图 2(d2)所示。图像的大小为 256 像素×256 像素, 合成算法为基于马尔可夫随机场纹理模型, 该模型通过确定性搜索过程生成纹理图像^[28]。利用此算法生成的纹理图像中, 任意局部区域均与输入纹理图像的某个区域呈现相似性。

3.1.2 $\text{MIX}_{2D}(p)$ 图像

$\text{MIX}_{1D}(p)$ 方法为通过采用完全随机的 p 值 (取值范围为 0~1) 来动态地取代正弦函数值^[27]。基于 $\text{MIX}_{1D}(p)$ 方法的定义, 进一步提出了 $\text{MIX}_{2D}(p)$ 方法^[16]。该方法的定义如下

$$\text{MIX}_{2D}(p)_{ij} = (1 - Z_{ij})X_{ij} + Z_{ij}Y_{ij} \quad (19)$$

其中, $X_{ij} = \sin\left(\frac{2\pi i}{12}\right) + \sin\left(\frac{2\pi j}{12}\right)$, 表示正弦图像; Y_{ij} 表示由均匀白噪声像素点组成的图像, 取值范围为 $-\sqrt{3} \sim \sqrt{3}$; Z_{ij} 是一个随机变量, $Z_{ij}=1$ 的概率为 p , $Z_{ij}=0$ 的概率为 $1-p$ 。

$\text{MIX}_{2D}(p)$ 方法通过将正弦像素值替换为均匀分布的随机值, 为生成的图像引入不规则性。具体而言, 当 $p=1$ 时, $\text{MIX}_{2D}(p)$ 的行为将会转化为一个随机函数, 生成的图像展现出高度的无序与不规则性; 当 $p=0$ 时, 输出图像为完全规则的周期性图像, 其特性基本等同于二维正弦函数图像。

通过生成的 $\text{MIX}_{2D}(p)$ 图像, 可以分析 MUPE_{2D} 算法在量化图像不规则性方面的能力。 $\text{MIX}_{2D}(p)$ 生成的图像如图 3 所示, 可以看出, p 值越大, 生成的图像越混乱无序。

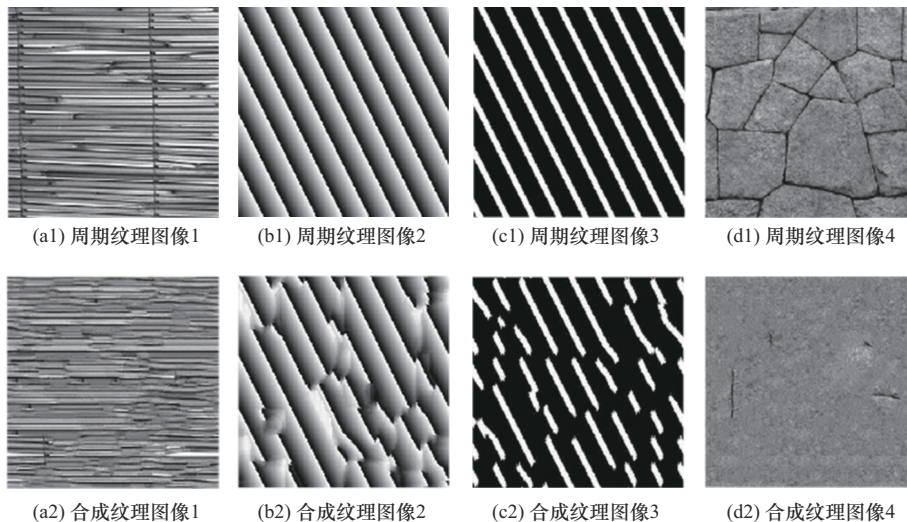
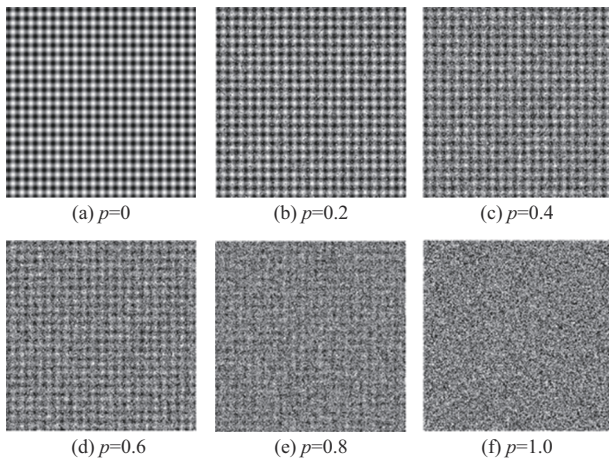


图 2 纹理图像

图3 $MIX_{2D}(p)$ 图像

3.1.3 加密图像

最后, 对 $MUPE_{2D}$ 算法在不同安全级别加密图像上的表现行为进行了评估。本研究中使用的原始图像和加密图像来自数据库 PEID。PEID 数据库包含 1 080 幅加密图像, 这些图像是对 20 幅普通图像应用 10 种不同安全级别的感知图像加密算法而得到的。图 4 展示了通过 DCT BitPlane 加密算法获得的 6 种不同加密强度的加密图像, 图像的大小为 512 像素 \times 512 像素。如图 4 所示, 随着安全级别的增加, 加密图像变得越来越混乱。在第 6 级时, 图像变得完全无序, 无法辨别。

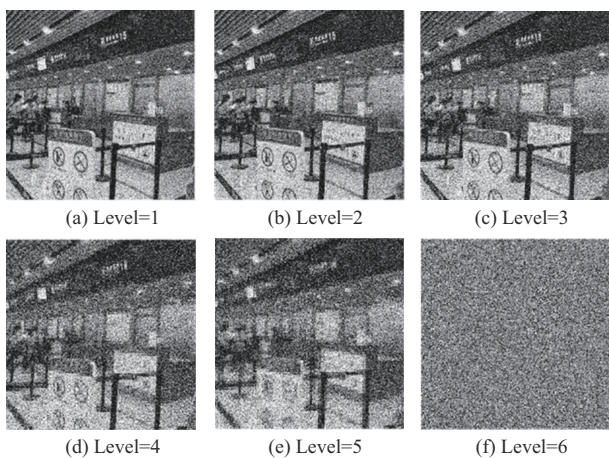


图4 不同加密等级的加密图像

3.2 实验结果与讨论

为了确保结果的统计稳定性和可靠性, 在计算 PE_{ID} 时通常建议样本数量 N 远大于维度 m 的阶乘 (即 $N \gg m!$) [4]。在计算 $MUPE_{2D}$ 时, 同样有类似的限制条件, 表现为图像的尺寸限制了参数选择, 即

需满足 $W_{new} \times H_{new} \gg L^{\dim_x \times \dim_y}$ 。实验中, \dim_x 和 \dim_y 均设为 2 或 3, L 设为 4。

3.2.1 周期纹理图像和合成纹理图像

为了研究多尺度方法对 $MUPE_{2D}$ 算法的影响, 实验参数设置为 $s=1 \sim 10$, $\dim_x = \dim_y = 2$ 。图 5 表示尺度因子 s 对周期及合成纹理图像熵值的影响。图 5(a)~图 5(d) 分别对应图 2(a1)~图 2(d1) 所示的周期纹理图像以及图 2(a2)~图 2(d2) 所示的合成纹理图像。结果显示, 对于图 2 所示的 4 组图像, 合成纹理图像在大多数尺度 s 上的熵值均显著高于对应的周期纹理图像, 且 $MUPE_{2D}$ 的熵值普遍高于 MPE_{2D} 。这一发现表明, 通过确定性搜索过程生成的合成纹理图像, 其纹理特征相较于原始的周期纹理图像发生了显著变化, 从而展现出更高的复杂性和无序性。综上所述, $MUPE_{2D}$ 算法与 MPE_{2D} 算法均能有效地为合成纹理图像 (即具有高度无序特性的纹理图像) 赋予较高的熵值, 进而实现周期性纹理图像与合成纹理图像之间的区分。特别地, $MUPE_{2D}$ 算法在区分效果上相较于 MPE_{2D} 算法展现出了显著的提升。

纹理图像的 $MUPE_{2D}$ 、 MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值 ($s=1 \sim 10$) 和计算时间如表 1 所示。从表 1 可以看出, 所有周期纹理图像熵值的平均值均低于合成纹理图像熵值的平均值。此外, $MUPE_{2D}$ 算法的运算时间相较于 MPE_{2D} 算法缩短了约 25%, 并且与 MSE_{2D} 算法相比, 速度提升了近 400 倍。

3.2.2 $MIX_{2D}(p)$ 图像

为了研究概率 p 和尺度因子 s 对 $MIX_{2D}(p)$ 图像的 $MUPE_{2D}$ 熵值的影响, 对生成的大小为 512 像素 \times 512 像素的 $MIX_{2D}(p)$ 图像进行分析。实验参数设置为 $s=1 \sim 10$, $\dim_x = \dim_y = 2$, $p=0 \sim 1$, 步长为 0.1, 并分别对 11 幅图像进行重复计算。图 6 展示了概率 p 对 $MIX_{2D}(p)$ 图像的 $MUPE_{2D}$ 熵值和 MPE_{2D} 熵值的影响。

可以观察到, 随着概率 p 的逐步增加, $MIX_{2D}(p)$ 图像的熵值显著上升, 这一趋势反映了图像内部复杂性和不规则性的增强。具体而言, p 值的增大意味着图像中随机替换的元素数量增多, 进而提升了图像的整体混乱度。实验结果表明, $MUPE_{2D}$ 算法和 MPE_{2D} 算法具有区分不同 p 值下的 $MIX_{2D}(p)$ 图像的能力, 两者均能够准确捕捉并量化由 p 值变化引起的图像熵值变动。

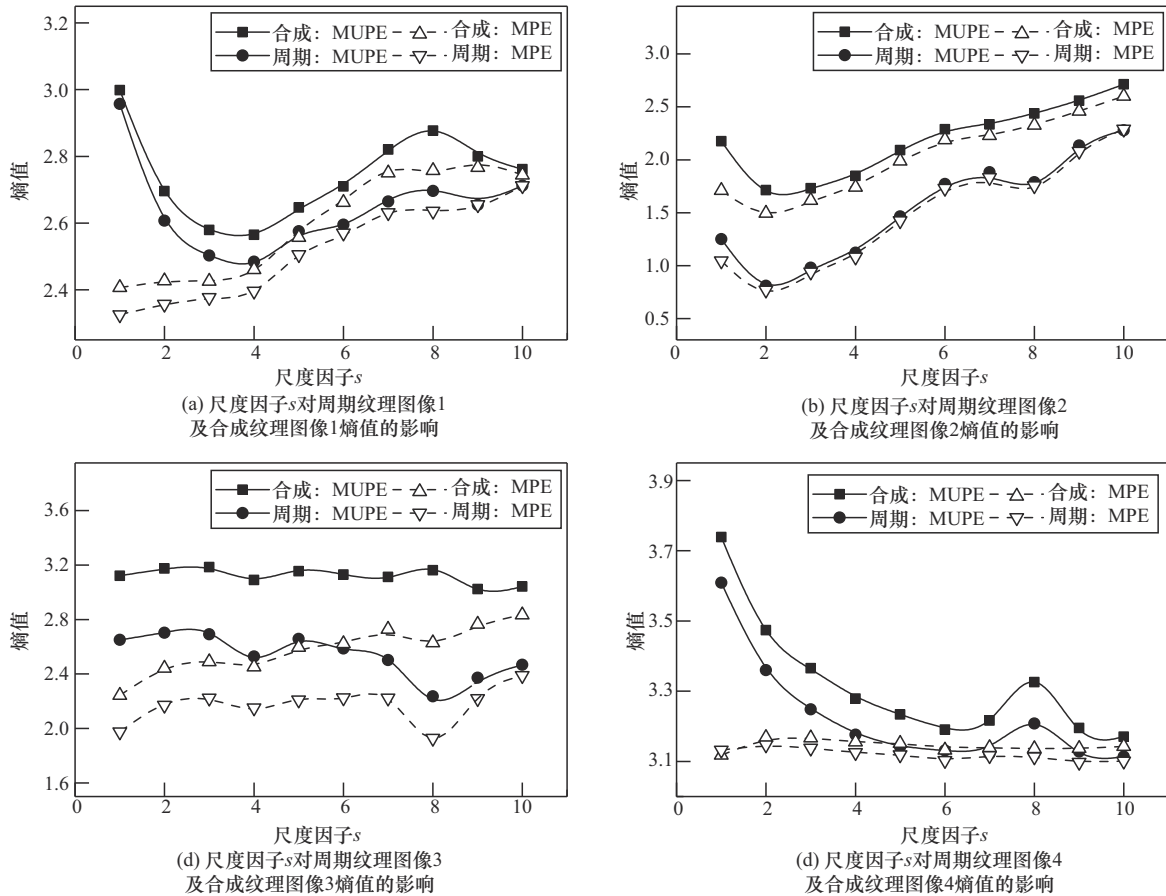


图 5 尺度因子 s 对周期及合成纹理图像 $MUPE_{2D}$ 熵值的影响

表 1 纹理图像的 $MUPE_{2D}$ 、 MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值和计算时间

纹理图像	$MUPE_{2D}$	$MUPE_{2D}$ 计算时间/s	MPE_{2D}	MPE_{2D} 计算时间/s	MSE_{2D}	MSE_{2D} 计算时间/s
图 2(a1)	2.63	0.024	2.60	0.037	1.91	10.25
图 2(b1)	1.52	0.024	2.12	0.035	0.26	11.25
图 2(c1)	2.53	0.023	2.57	0.033	0.41	12.70
图 2(d1)	3.22	0.024	3.14	0.037	0.21	11.04
图 2(a2)	2.74	0.024	2.51	0.038	2.16	10.39
图 2(b2)	2.17	0.023	1.51	0.034	0.72	12.08
图 2(c2)	3.12	0.024	2.17	0.035	1.15	14.24
图 2(d2)	3.32	0.025	3.11	0.037	0.25	11.06

图 7 表示尺度因子 s 对 $MIX_{2D}(p)$ 图像 $MUPE_{2D}$ 熵值和 MPE_{2D} 熵值的影响。

可以观察到, $MUPE_{2D}$ 的数值在大多数尺度 s 上均高于 MPE_{2D} , 而且其振荡幅度更为显著, 这一特征表明 $MUPE_{2D}$ 算法在检测效果上表现得更为优越。特别地, 当 $p=0$ 时, $MIX_{2D}(p)$ 图像呈现高度规则的周期性图像, 包含大量相等值。随着 p 值的递增, 图像中的相等值逐渐减少, 这一变化过程中,

$MUPE_{2D}$ 算法始终展现出更出色的检测能力。实验结果表明, 在处理具有大量相等值的图像时, $MUPE_{2D}$ 算法的检测效果尤为显著。

大小为 512 像素 \times 512 像素的 $MIX_{2D}(p)$ 图像的 $MUPE_{2D}$ 、 MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值 ($s=1 \sim 10$) 和计算时间如表 2 所示。从表 2 可以看出, $MUPE_{2D}$ 算法的运算时间相较于 MPE_{2D} 算法缩短了约 15%, 并且与 MSE_{2D} 算法相比, 速度提升了约 1 800 倍。

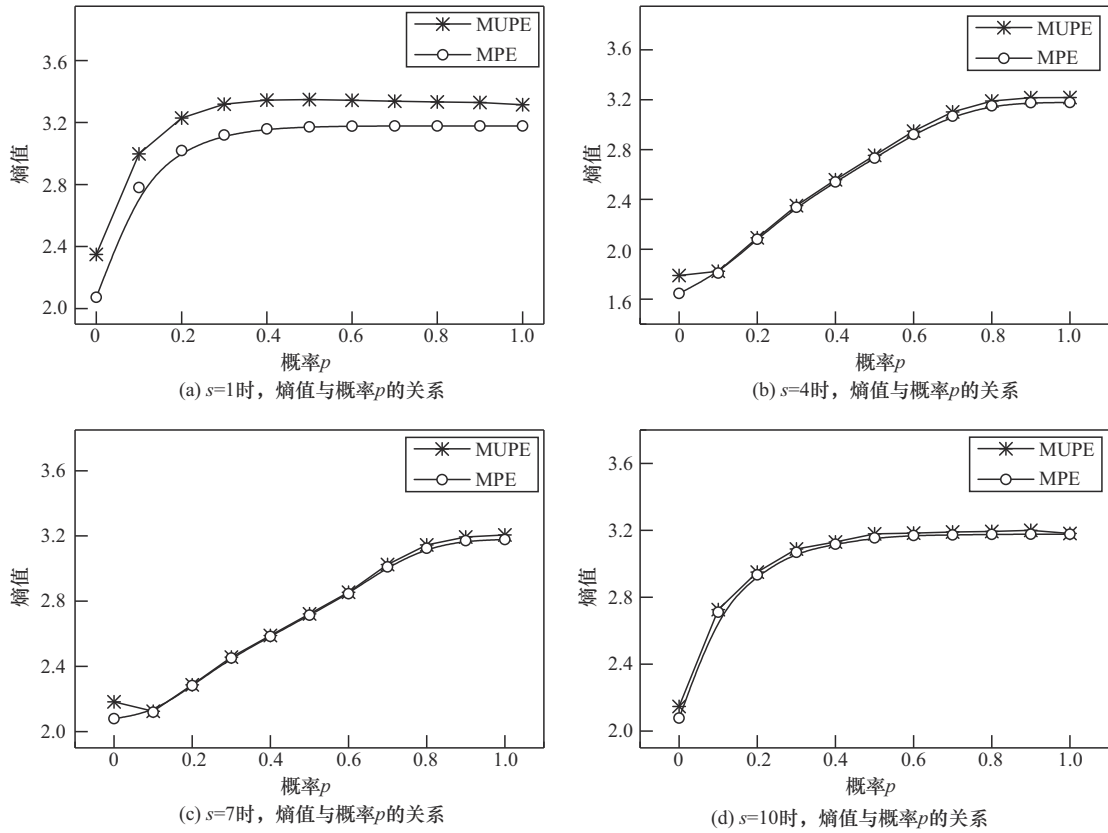


图 6 概率 p 对 $MIX_{2D}(p)$ 图像的 $MUPE_{2D}$ 熵值和 MPE_{2D} 熵值的影响

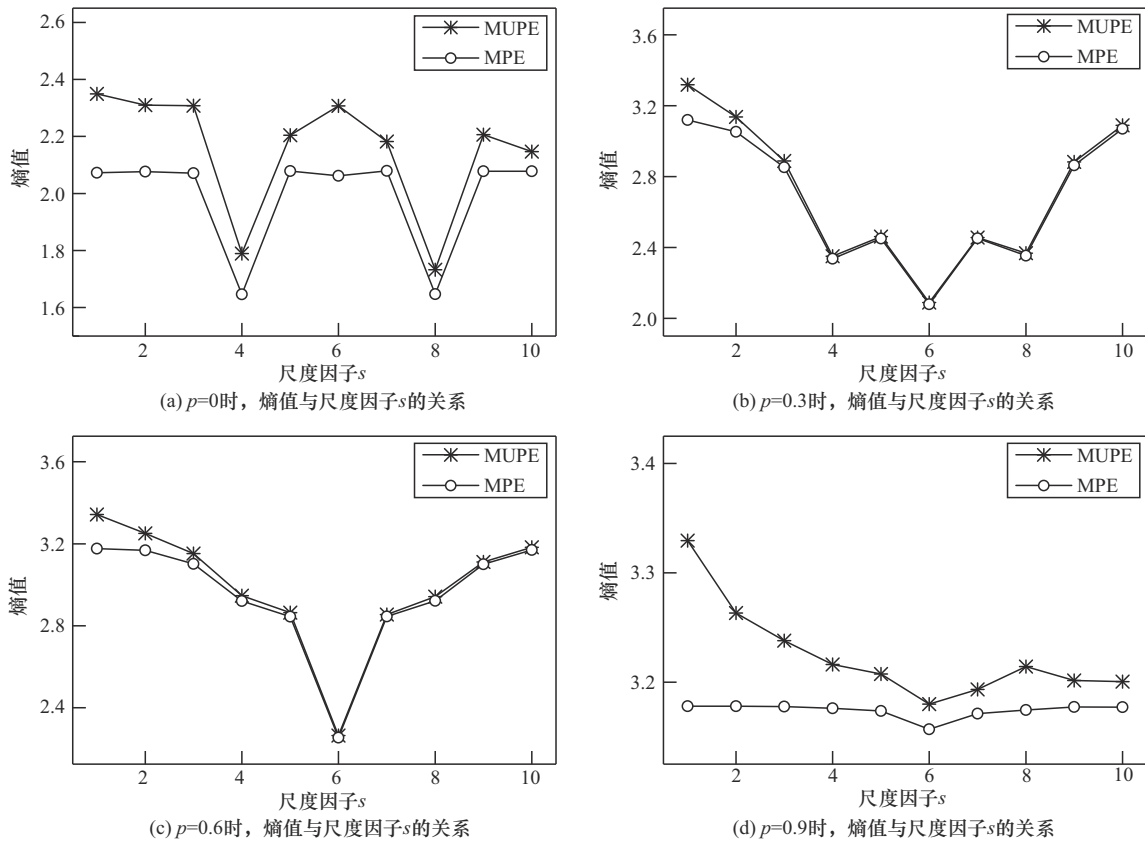


图 7 尺度因子 s 对 $MIX_{2D}(p)$ 图像的 $MUPE_{2D}$ 熵值和 MPE_{2D} 熵值的影响

表2 大小为 512×512 像素的 MIX_{2D}(p) 图像的 MUPE_{2D}、MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值和计算时间

p	MUPE _{2D}	MUPE _{2D} 计算时间/s	MPE _{2D}	MPE _{2D} 计算时间/s	MSE _{2D}	MSE _{2D} 计算时间/s
0	2.15	0.15	1.98	0.17	1.59	178
0.2	2.57	0.15	2.52	0.18	2.22	180
0.4	2.80	0.17	2.76	0.19	3.04	181
0.6	2.99	0.15	2.95	0.19	3.63	180
0.8	3.18	0.17	3.13	0.19	3.89	177
1.0	3.22	0.16	3.17	0.18	3.91	183

另一方面,通过研究不同尺寸 MIX_{2D}(p) 图像的不规则性,对 MUPE_{2D} 算法的鲁棒性进行分析。实验参数设置为 s=2、dim_x=dim_y=2、3, p=0.1~0.9 时,步长为 0.2,图像尺寸从 100 像素×100 像素到 1000 像素×1000 像素。

图 8 为图像尺寸对 MIX_{2D}(p) 图像的 MUPE_{2D} 熵值的影响。如图 8(a) 所示,当图像尺寸发生变化时,同一 p 值下的 MUPE_{2D} 熵值仅表现出细微的波动,这表明在 s=2、dim_x=dim_y=2 的参数设置下, MUPE_{2D} 算法在处理较小尺寸的图像时展现出了高度的稳定性与可靠性。如图 8(b) 所示,随着图像尺寸的逐步增大, MUPE_{2D} 熵值显著上升,并在达到

某一尺寸阈值后趋于平稳。这一趋势表明在 s=2、dim_x=dim_y=3 的参数设置下, MUPE_{2D} 算法在处理小尺寸图像时展现出稳定性不足的问题。具体而言,针对小尺寸图像,若选择较大的 dim_x 和 dim_y,将会导致无法满足 $W_{new} \times H_{new} \gg L^{\dim_x, \dim_y}$ 的条件,使结果的统计稳定性和可靠性下降。实验结果表明,图像尺寸对参数选择具有重要影响,为确保计算结果的准确性和可靠性,参数选择应满足 $W_{new} \times H_{new} \gg L^{\dim_x, \dim_y}$ 。

此外,不同尺寸 MIX_{2D}(p) 图像在 p=0.5、dim_x=dim_y=2 时的 MUPE_{2D}、MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值 (s=1~5) 和计算时间如表 3 所示。随着 MIX_{2D}(p) 图像尺寸的增大, MUPE_{2D} 算法的计算时间受图像尺寸

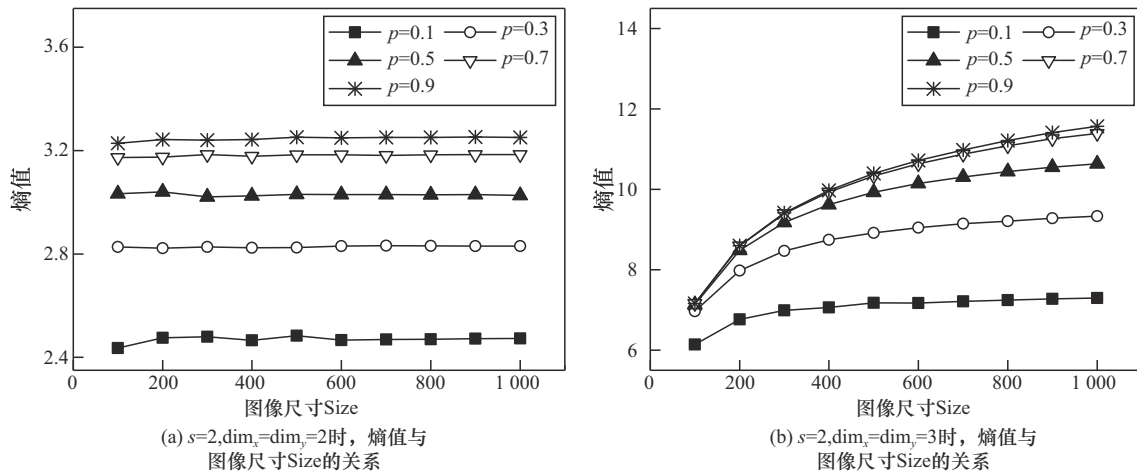


图8 图像尺寸对 MIX_{2D}(p) 图像的 MUPE_{2D} 熵值的影响

表3 不同尺寸的 MIX_{2D}(p) 图像的 MUPE_{2D}、MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值和计算时间

Size	MUPE _{2D}	MUPE _{2D} 计算时间/s	MPE _{2D}	MPE _{2D} 计算时间/s	MSE _{2D}	MSE _{2D} 计算时间/s
100	3.03	0.01	2.97	0.02	3.38	0.30
200	3.04	0.04	2.98	0.06	3.41	4.89
300	3.02	0.10	2.96	0.11	3.36	24.93
400	3.02	0.17	2.95	0.18	3.37	78.94
500	3.03	0.29	2.96	0.35	3.38	179.47

变化的影响较小，且其运算速度远超过 MSE_{2D} 算法。

3.2.3 加密图像

为了研究加密等级对 $MUPE_{2D}$ 熵值的影响，对大小为 $512 \text{ 像素} \times 512 \text{ 像素}$ 的原始图与加密图像进行分析。实验参数设置为 $s=1 \sim 10$, $\text{dim}_x=\text{dim}_y=2$ 。

图 9 表示加密等级对加密图像的 $MUPE_{2D}$ 熵值的影响。图 9 通过箱线图形式，比较了原始图像（加密等级为 0）与经不同加密强度处理后的图像在粗粒化尺度因子 $s=1 \sim 10$ 的多尺度熵值变化。每个箱线图内的圆圈标记了对应加密强度下多尺度熵值的平均值。随着加密强度的递增， $MUPE_{2D}$ 熵值的平均值总体呈现上升趋势，这一趋势反映了加密图像的混乱程度的增加。同时，加密图像的多尺度熵值分布区间趋于收缩，表明加密过程有效减少了数据的可预测性。综上所述， $MUPE_{2D}$ 算法能够为高加密等级的图像分配较高的熵值，从而有效评估加密算法的性能。此外，对加密图像的分析不应局限于单一数值指标，应全面考虑熵值分布范围等多维度信息，以提升评估的准确性和全面性。加密后

图像的像素值变化显著，优秀的图像加密算法应确保这种变化的无规律性，最大化加密前后图像像素值的差异，使加密图像呈现完全随机的模式，彻底掩盖原始图像的可视特征。

针对不同加密等级的 DCT BitPlane Encryption 算法所生成的加密图像， $MUPE_{2D}$ 、 MPE_{2D} 和 MSE_{2D} 的平均值 ($s=1 \sim 10$) 和计算时间如表 4 所示。从表 4 可以看出， $MUPE_{2D}$ 运算时间相较于 MPE_{2D} 算法缩短了约 20%，并且与 MSE_{2D} 算法相比，速度提升了约 1700 倍。

4 结束语

针对传统排列熵算法中因子序列中相等值引发特定排列模式概率偏高，导致计算结果准确率下降的问题，本文提出了一种基于均匀量化的二维多尺度排列熵 ($MUPE_{2D}$) 算法。该算法通过对排列模式进行重新定义，消除了子序列中相等值对计算的影响，提高了算法的准确性和可靠性。实验结果显示， $MUPE_{2D}$ 算法不仅能够有效区分周期性纹理图像与合成纹理图像，而且对于具有各异不规则度 p

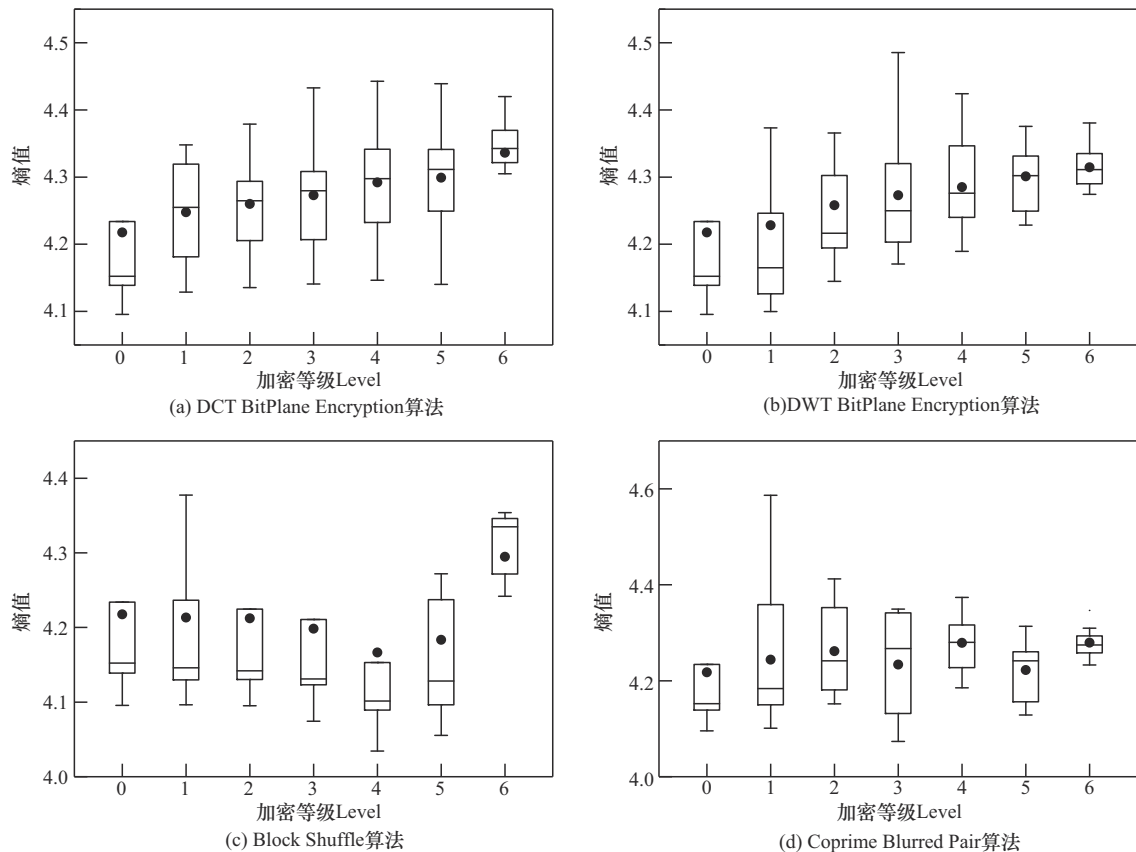


图 9 加密等级对熵值的影响

表 4 不同加密等级的 DCT BitPlane Encryption 算法所生成的加密图像的 MUPE_{2D}、MPE_{2D}和 MSE_{2D}的平均值和计算时间

Level	MUPE _{2D}	MUPE _{2D} 计算时间/s	MPE _{2D}	MPE _{2D} 计算时间/s	MSE _{2D}	MSE _{2D} 计算时间/s
0	4.217 5	0.103	3.020 1	0.128	0.609	170
1	4.247 5	0.102	3.106 3	0.129	1.323	188
2	4.259 8	0.099	3.110 6	0.129	1.521	182
3	4.272 9	0.101	3.123 1	0.129	1.777	182
4	4.291 9	0.103	3.135 5	0.129	2.248	181
5	4.299 1	0.101	3.140 9	0.129	2.504	180
6	4.336 2	0.099	3.169 7	0.131	5.667 7	179

的 MIX_{2D}(p) 图像亦能进行精准分辨。进一步地, 本文还探索了 MUPE_{2D} 算法在图像加密算法分析中的应用潜力。分析表明, 随着加密强度的逐步提升, 图像熵值的平均值呈增大趋势, 图像熵值的分布区间呈现缩小趋势。实验结果表明, 通过多尺度处理手段, MUPE_{2D} 算法能够深入捕捉图像在多层次上的结构特征, 进而实现对其复杂性的精确评估。尤为重要的是, 本文强调对图像的分析应被视为一个动态范围而非单一数值, 这一视角有助于提升分析的准确性。此外, MUPE_{2D} 算法在计算效率上显著优于 MSE_{2D} 算法, 这一优势使其成为一种高效的纹理分析工具。

参考文献:

- [1] PINCUS S M. Approximate entropy as a measure of system complexity[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 1991, 88(6): 2297-2301.
- [2] RICHMAN J S, MOORMAN J R. Physiological time-series analysis using approximate entropy and sample entropy[J]. American Journal of Physiology Heart and Circulatory Physiology, 2000, 278(6): H2039-H2049.
- [3] CHEN W T, WANG Z Z, XIE H B, et al. Characterization of surface EMG signal based on fuzzy entropy[J]. IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering, 2007, 15(2): 266-272.
- [4] BANDT C, POMPE B. Permutation entropy: a natural complexity measure for time series[J]. Physical Review Letters, 2002, 88(17): 174102.
- [5] ZHU X Z, XU H Y, ZHAO J M, et al. Automated epileptic seizure detection in scalp EEG based on spatial-temporal complexity[J]. Complexity, 2017, 2017(1): 5674392.
- [6] LI Y B, WANG S, YANG Y, et al. Multiscale symbolic fuzzy entropy: an entropy denoising method for weak feature extraction of rotating machinery[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 162: 108052.
- [7] XU K X, WANG J. Weighted fractional permutation entropy and fractional sample entropy for nonlinear Potts financial dynamics[J]. Physics Letters A, 2017, 381(8): 767-779.
- [8] AZIZ W, ARIF M. Multiscale permutation entropy of physiological time series[C]//Proceedings of the 2005 Pakistan Section Multitopic Conference. Piscataway: IEEE Press, 2005: 1-6.
- [9] CUESTA-FRAU D, VARELA-ENTRECANALES M, MOLINA-PICÓ A, et al. Patterns with equal values in permutation entropy: do they really matter for biosignal classification?[J]. Complexity, 2018(1): 1-15.
- [10] ZUNINO L, OLIVARES F, SCHOLKMANN F, et al. Permutation entropy based time series analysis: equalities in the input signal can lead to false conclusions[J]. Physics Letters A, 2017, 381(22): 1883-1892.
- [11] BIAN C H, QIN C, MA Q D Y, et al. Modified permutation-entropy analysis of heartbeat dynamics[J]. Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2012, 85(2 Pt 1): 021906.
- [12] CHEN Z, LI Y A, LIANG H T, et al. Improved permutation entropy for measuring complexity of time series under noisy condition[J]. Complexity, 2019, 2019(1): 1-12.
- [13] RIBEIRO H V, ZUNINO L, LENZI E K, et al. Complexity-entropy causality plane as a complexity measure for two-dimensional patterns[J]. PLoS One, 2012, 7(8): e40689.
- [14] SIGAKI H Y D, PERC M, RIBEIRO H V. History of art paintings through the lens of entropy and complexity[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2018, 115(37): 85-94.
- [15] MOORE C J. A threshold structure metric for medical image interrogation: the 2D extension of approximate entropy[C]//Proceedings of the 2016 20th International Conference Information Visualisation (IV). Piscataway: IEEE Press, 2016: 336-341.
- [16] SILVA L V, SENRA FILHO A S, FAZAN V S, et al. Two-dimensional sample entropy: assessing image texture through irregularity[J]. Biomedical Physics & Engineering Express, 2016, 2(4): 045002.
- [17] HUMEAU-HEURTIER A, OMOTO A C M, SILVA L E V. Bi-dimensional multiscale entropy: relation with discrete Fourier transform and biomedical application[J]. Computers in Biology and Medicine, 2018, 100: 36-40.
- [18] HILAL M, BERTHIN C, MARTIN L, et al. Bidimensional multiscale fuzzy entropy and its application to pseudoxanthoma elasticum[J]. IEEE Transactions on Bio-Medical Engineering, 2020, 67(7): 2015-2022.
- [19] AZAMI H, SILVA L E V D, OMOTO A C M, et al. Two-dimensional dispersion entropy: an information-theoretic method for irregularity analysis of images[J]. Signal Processing: Image Communication,

2019, 75: 178-187.

- [20] MOREL C, HUMEAU-HEURTIER A. Multiscale permutation entropy for two-dimensional patterns[J]. Pattern Recognition Letters, 2021, 150: 139-146.
- [21] LI J Q, ZHENG J D, PAN H Y, et al. Use of two-dimensional refined composite multi-scale time-frequency dispersion entropy for rolling bearing condition monitoring[J]. Measurement, 2023, 214: 112808.
- [22] LI J Q, ZHENG J D, PAN H Y, et al. Two-dimensional composite multi-scale time - frequency reverse dispersion entropy-based fault diagnosis for rolling bearing[J]. Nonlinear Dynamics, 2023, 111(8): 7525-7546.
- [23] GAUDÊNCIO A S, AZAMI H, CARDOSO J M, et al. Bidimensional ensemble entropy: concepts and application to emphysema lung computerized tomography scans[J]. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2023, 242: 107855.
- [24] SIMON P, UMA V. Deep learning based feature extraction for texture classification[J]. Procedia Computer Science, 2020, 171: 1680-1687.
- [25] FADLALLAH B, CHEN B D, KEIL A, et al. Weighted-permutation entropy: a complexity measure for time series incorporating amplitude information[J]. Physical Review E, Statistical, Nonlinear, and Soft Matter Physics, 2013, 87(2): 022911.
- [26] AZAMI H, ESCUDERO J. Amplitude-aware permutation entropy: illustration in spike detection and signal segmentation[J]. Computer Methods and Programs in Biomedicine, 2016, 128: 40-51.
- [27] HUMEAU-HEURTIER A. The multiscale entropy algorithm and its variants: a review[J]. Entropy, 2015, 17(5): 3110-3123.
- [28] WEI L Y, LEVOY M. Fast texture synthesis using tree-structured vector quantization[C]//Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques. New York: ACM Press, 2000: 479-488.

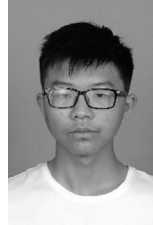
[作者简介]



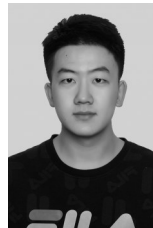
王大铭 (1988-), 男, 山西运城人, 博士, 山西财经大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为混沌密码理论及其应用、复杂系统分析与建模等。



史鹏飞 (1999-), 男, 山西阳泉人, 山西财经大学硕士生, 主要研究方向为混沌图像加密、加密图像分析等。



雷一航 (2000-), 男, 江西九江人, 山西财经大学硕士生, 主要研究方向为混沌保密通信、储备池计算技术等。



边皓冉 (2000-), 男, 山西大同人, 山西财经大学硕士生, 主要研究方向为密钥分发、机器学习等。



梁敏 (1979-), 女, 山西忻州人, 博士, 山西财经大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为图像处理与模式识别、大数据技术及应用等。



常利伟 (1986-), 男, 山西怀仁人, 博士, 山西财经大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为经典密码算法、量子保密通信和网络安全态势感知算法等。