基于多目标公平感知的通感一体化恒模波形设计

石明利，李晓辉，吕思婷
（西安电子科技大学通信工程学院，陕西 西安 710071）

摘　要：为了同时实现通感一体化系统的通信和感知功能，针对多目标的公平感知和多用户符号的无错误传输问题，提出一种基于多目标公平感知的通感一体化恒模波形设计方法。该方法在考虑多用户数据符号无错误传输和波形恒模约束的前提下，建立联合波形和信号缩放因子优化的通感一体化波形设计模型。针对波形和信号缩放因子变量耦合的约束条件，利用交替优化算法进行处理。在优化波形子问题中，首先利用优化最小化算法获得原始子问题中目标照射功率和接收回波信噪比的非凸表达式的凸上界，然后利用交替方向乘子法处理发射波形的恒模约束。仿真结果表明，与最大化总目标照射功率和回波接收信噪比的波形设计方法相比，所提方法在仅损失3 dB回波信噪比的情况下，能够提升多目标感知公平性，并保证通信数据符号的无错误传输。

关键词：通感一体化；恒模波形设计；目标照射功率；接收回波信噪比；交替方向乘子法
中图分类号：TN92
文献标志码：A
DOI：10.11959/j.issn.1000–436x.2024173

ISAC constant modulus waveform design based on multi-target fair sensing

SHI Mingli, LI Xiaohui, LYU Siting
School of Teleommunications Engineering, Xidian University, Xi’an 710071, China

Abstract: To communicate and sense simultaneously in the integrated sensing and communication system, for the fair sensing of multiple targets and the error-free transmission of multi-user symbols, a ISAC constant modulus waveform design based on multi-target fair sensing was proposed. Considering the error free transmission of multi-user data symbols and the constant modulus constraint of waveform, an integrated sensing and communication waveform design model with joint waveform and signal scaling factor optimization was formulated. By using an alternate optimization algorithm, the coupling of waveform and signal scaling factor variables in constraint conditions was decoupled. The convex upper bounds of the non-convex expression of target illumination power and received echo SNR in the original sub-problem were obtained by the majorization-minimization algorithm, and then the constant modulus constraints for transmitted waveform was dealt with by the alternating direction method of multipliers algorithm. The simulation results show that compared with the waveform design method which maximizes the total target illumination power and the SNR of echo, the proposed waveform design method based on maximizing the minimum target illumination power only has a 3 dB performance loss of echo SNR. However, it can achieve better multi-target sensing fairness and realize error-free transmission of communication data symbols.

Keywords: integrated sensing and communication, constant modulus waveform design, target illumination power, received echo SNR, alternating direction method of multipliers

收稿日期：2024–06–18；**修回日期：**2024–08–28
通信作者：李晓辉，xhli@mail.xidian.edu.cn
基金项目：国家自然科学基金资助项目（No.62376204）
Foundation Item：The National Natural Science Foundation of China (No.62376204)

0 引言

在5G向6G演进的过程中，许多新兴业务不断涌现，如互联智能、智能城市、智能工业以及车联网等[1]。这些业务对信息处理提出更高的要求，超越了传统的通信信息处理范畴，需要进一步通过感知信息的获取和处理来实现对现实环境的探测[2-3]。尽管通信和雷达感知技术的独立研究与应用已经很成熟，但在6G网络中，实现通信与感知的融合不是简单的系统拼凑，而是需要实现软硬件资源与信息的共享。因此，为了高效协同实现通信和感知功能的融合，并提升频谱利用率、降低设备成本，通感一体化（ISAC, integrated sensing and communication）的研究具有重要作用。

一体化波形设计作为ISAC的关键空口技术，需要充分结合实际应用场景，满足通信与感知的性能指标要求。现有的研究主要包括基于现有波形的修改和新型一体化波形设计[3-4]。基于现有波形的修改是以通信或雷达波形为基础，结合两者的功能需求，形成单一或复合波形[5-7]，对一体化需求的满足度较低。新型一体化波形设计旨在通过统一的波形同时实现通信和感知功能，既能保证用户正确解调通信信息，又能确保雷达探测的性能。

目前，大多数关于新型一体化波形设计的研究都从选取通信和感知性能指标出发，将这些关键指标作为目标函数或约束条件，通过解决相关优化问题来得到一体化波形。这种设计方法可以根据实际需要进行灵活选取，并满足通信和感知性能指标。常见的通信性能指标包括符号误差、用户信噪比（SNR, signal to noise ratio）和传输速率等；感知性能指标一般包括雷达波束图误差、回波SNR、目标照射功率、多目标均方互相关模式、离开角的克拉美罗界以及恒模约束等。文献[8]将单目标回波SNR作为ISAC系统的感知指标，这一选择比较合理，主要原因是距离、速度和角度测量的精度主要取决于回波SNR[3]。文献[9]在多目标的情况下也使用回波SNR作为感知指标，并指出选择最大化回波SNR比选择最大化目标总照射功率更合理。但最大化回波SNR忽略了各目标之间的公平性，因此文献[10]提出最大化最小目标照射功率的优化目标，然而该方法忽略了波形的恒模约束。在实际场景中，雷达感知要求基站具备较大的发射功率，因此功率放大器经常工作在大功率状态。当忽略恒模波形的约束时，可能使功率放大器工作在非线性区域，虽然波形设计的自由度得到提高，但会造成波形的非线性畸变。而且只有在直接对波形进行优化而非优化波束赋形矢量时，才可以满足恒模约束[9-12]。对于通信系统而言，符号误差是一个重要的性能指标，在ISAC系统中得到广泛应用。文献[5,13-14]均以符号误差作为优化目标，但在实际应用中，用户接收的信号功率通常较大，容易与期望数据符号产生数值差异。因此，文献[15-16]引入缩放因子来调整接收信号功率或期望接收信号功率，以减小符号误差。上述研究在通感波形设计时，以符号误差作为优化目标，或对所有符号设定统一阈值并将此阈值作为约束条件。然而，这种方法不能完全避免传输错误，部分符号可能仍然存在解调错误。综上所述，为了在保证多目标感知的统计性能和公平性的同时，确保通信符号无错误传输，对ISAC系统的恒模波形设计进行研究具有重要的理论意义和实际价值。

本文主要的研究工作如下。

1) 建立了实现多目标感知和多用户通信的ISAC系统模型，并给出相应的通信与感知性能指标。该模型旨在最大化最小目标的照射功率，确保通信数据符号无错误传输并满足恒模波形约束。本文通过联合考虑波形和信号缩放因子变量，构建一体化波形设计问题。该问题是一个非凸性、多变量耦合的优化问题，难以直接求得解析解。

2) 采用交替优化算法将发射波形和信号缩放因子从约束条件中解耦。首先，利用优化最小化（MM, majorization-minimization）算法对子问题中的目标照射功率和接收回波SNR的非凸表达式进行凸化处理。然后，基于交替方向乘子法（ADMM, alternating direction method of multipliers）解决发射波形的非凸恒模约束。此外，本文给出了基于ADMM-MM（alternating direction method of multipliers-majorization minimization）的交替优化算法的步骤，包括算法的初始化、收敛性分析和计算复杂度分析。

3) 以最大化总目标照射功率和最大化接收回波SNR的波形设计方法作为基准方案进行对比。仿真结果表明，本文方法不仅能同时实现通信数据符号无错误传输和多目标感知，还能保证多目标感知之间的公平性，因此，本文方法优于基准方案。

1　系统模型

1.1　ISAC 系统模型

如图 1 所示，ISAC 系统模型由一个 ISAC 基站、Q 个目标和 K 个单天线用户组成。ISAC 基站配备了 N_{t} 个发射天线和 N_{r} 个接收天线，天线阵列均为均匀平面阵列（ULA, uniform linear array）。为了方便研究，本文假设 $N_{\mathrm{t}}=N_{\mathrm{r}}=N$。ISAC 基站通过发射天线发送一体化信号波形，为用户提供下行数据传输服务，同时对感知目标进行追踪。一体化信号在经过目标反射后形成回波信号，由 ISAC 基站的接收天线接收。

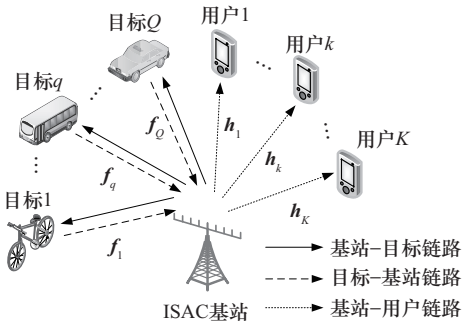

图 1　ISAC 系统模型

ISAC 基站与 Q 个目标之间的感知信道均为视距（LOS, line-of-sight）信道[17-18]，表示为 $\boldsymbol{f}_q=\dfrac{\boldsymbol{a}_N(\theta_q^{\mathrm{t}})}{\sqrt{\alpha_q^{\mathrm{t}}}}\in\mathbb{C}^N$，$q=1,\cdots,Q$，其中，$\mathbb{C}$ 表示复数集合，α_q^{t} 为从 ISAC 基站到第 q 个目标的路径损耗，$\boldsymbol{a}_N(\theta)=\left[1,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\pi\sin\theta},\cdots,\mathrm{e}^{-\mathrm{j}(N-1)\pi\sin\theta}\right]^{\mathrm{T}}\in\mathbb{C}^N$ 是天线阵列的响应矢量，θ_q^{t} 是第 q 个目标相对于 ISAC 基站天线阵列的方向角，t 表示目标。ISAC 基站和 K 个单天线用户的通信信道包含 LOS 分量和非视距（NLOS, non-line-of-sight）分量，因此通信信道 $\boldsymbol{h}_k\in\mathbb{C}^N$ 服从莱斯衰落分布，被建模为

$$\boldsymbol{h}_k=\frac{1}{\sqrt{\alpha_k^{\mathrm{u}}}}\left(\sqrt{\frac{\kappa}{\kappa+1}}\,\boldsymbol{h}_{\mathrm{LOS},k}+\sqrt{\frac{1}{\kappa+1}}\,\boldsymbol{h}_{\mathrm{NLOS},k}\right)\tag{1}$$

其中，α_k^{u} 是从 ISAC 基站到第 k 个用户的路径损耗，u 表示用户，κ 是莱斯因子，$\boldsymbol{h}_{\mathrm{LOS},k}=\boldsymbol{a}_N(\theta_k^{\mathrm{u}})\in\mathbb{C}^N$ 是用户莱斯信道的 LOS 分量，θ_k^{u} 是第 k 个用户相对于 ISAC 基站天线阵列的方向角，$\forall k,\boldsymbol{h}_{\mathrm{NLOS},k}\in\mathbb{C}^N$ 是用户莱斯信道的 NLOS 分量，服从均值为 0、方差为 1 的标准正态分布。

1.2　目标照射功率

ISAC 基站发射的一体化恒模波形信号 $\boldsymbol{x}\in\mathbb{C}^N$ 到达第 q 个目标后，表示为

$$r_q=\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\tag{2}$$

一体化波形在第 q 个目标上的照射功率为

$$P_q=\left|r_q\right|^2=\left|\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right|^2=\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\tag{3}$$

对于不同的感知目标，最小目标照射功率表示为 $\min\limits_q\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}$，总目标照射功率为

$$P_Q=\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\sum_{q=1}^{Q}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\tag{4}$$

1.3　接收回波 SNR

一体化波形经过目标反射后回到 ISAC 基站，接收天线的回波信号为

$$\boldsymbol{y}_{\mathrm{r}}=\sum_{q=1}^{Q}\beta_q\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{n}_{\mathrm{r}}\tag{5}$$

其中，β_q 为第 q 个目标的雷达横截面（RCS, radar cross-section），$\boldsymbol{n}_{\mathrm{r}}\in\mathbb{C}^N$ 表示 ISAC 基站接收天线的高斯白噪声矢量。因此，接收回波的总 SNR[19]为

$$\begin{aligned}\gamma_{\mathrm{echo}}&=\frac{\mathrm{tr}\left(\sum\limits_{p=1}^{Q}\sum\limits_{q=1}^{Q}\left(\beta_p\boldsymbol{f}_p\boldsymbol{f}_p^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right)\left(\beta_q\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right)^{\mathrm{H}}\right)}{\sigma_{\mathrm{r}}^2}=\\&\frac{\sum\limits_{p=1}^{Q}\sum\limits_{q=1}^{Q}\beta_p\beta_q^{*}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_p\boldsymbol{f}_p^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}}{\sigma_{\mathrm{r}}^2}=\\&\frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(\sum\limits_{p=1}^{Q}\sum\limits_{q=1}^{Q}\beta_p\beta_q^{*}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_p\boldsymbol{f}_p^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{x}}{\sigma_{\mathrm{r}}^2}\end{aligned}\tag{6}$$

1.4　数据符号误差

ISAC 基站向 K 个用户发送一体化波形，$\forall k=1,\cdots,K$，第 k 个用户的无噪声接收信号为

$$y_k=\boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\tag{7}$$

为了满足雷达感知性能需求，ISAC 系统通常以较大的功率发射一体化波形信号，因此用户接收到的信号幅度往往较大。为此，本文引入一个实数缩放因子 $\mu_k\geqslant 1$，用于增大期望接收信号的幅度，使其更接近用户实际接收信号的幅度。因此，经过 μ_k 处理的期望接收信号表示为

$$\hat{s}_k=\mu_k\sigma_k\sqrt{\Gamma_k}\,s_k\tag{8}$$

其中，σ_k 表示第 k 个用户的噪声功率标准差，Γ_k 表示第 k 个用户完成信号解调所需要的 SNR，s_k 表示

ISAC基站向第k个用户发送的数据符号。s_k是一个Q阶相移键控符号，其幅度恒定，仅通过相位区分符号。因为$\mu_k\sigma_k\sqrt{\Gamma_k}$是实数，所以$\hat{s}_k$与$s_k$的相位相同。因此，只需要使$y_k$的相位与$\hat{s}_k$相同，就能正确解调$s_k$，并且用户不需要知道$\mu_k$的具体值。符号无误传输原理如图2所示。

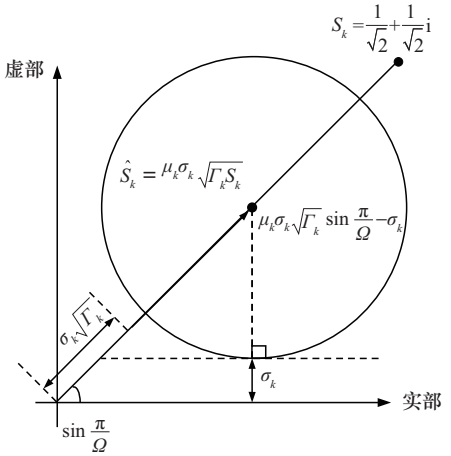

图2　符号无误传输原理

为了实现无错误传输，y_k应位于以$\hat{s}_k$的相位角为中心、两边各取角度$\frac{\pi}{Q}$的扇形范围内，即图2中QPSK情况下的第一象限。为了便于分析，本文用数学表达式表示无错误传输的区域，用圆代替扇形区域，那么y_k应位于半径为$\mu_k\sigma_k\sqrt{\Gamma_k}\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)$的圆内。同时，为了避免噪声的影响，无错误传输时圆的半径应缩小到$\mu_k\sigma_k\sqrt{\Gamma_k}\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)-\sigma_k$，以防止实际接收符号出现在错误的判别区域内，即图2中的其他象限。因此，y_k必须位于以$\hat{s}_k$为圆心、以$\mu_k\sigma_k\sqrt{\Gamma_k}\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)-\sigma_k$为半径的圆内，即满足

$$\left|y_k-\hat{s}_k\right|^2\leqslant\sigma_k^2\left(\mu_k\sqrt{\Gamma_k}\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)-1\right)^2 \tag{9}$$

实际接收符号和期望接收符号之间的误差不大于一定的阈值，因此式(9)被转化为

$$\left|\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}-\mu_k\tilde{s}_k\right|^2\leqslant\left(\mu_k-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\right)^2 \tag{10}$$

其中，$\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}=\dfrac{\boldsymbol{h}_k^{\mathrm{H}}}{\sigma_k\sqrt{\Gamma_k}\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)}$，$\tilde{s}_k=\dfrac{s_k}{\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)}$，$\varepsilon_Q=\dfrac{1}{\sin\left(\frac{\pi}{Q}\right)}>1$。

2　一体化波形设计问题描述

基于ISAC系统模型以及感知和通信性能指标，本节推导了ISAC系统中的一体化波形设计问题。优化目标是最大化最小目标照射功率P_q或最大化总目标照射功率P_Q和接收回波信噪比γ_{echo}，同时以通信数据符号无错误传输作为约束条件。由于P_q、P_Q和γ_{echo}的表达式中涉及路径损耗，为了便于进行仿真，对P_q、P_Q和γ_{echo}的表达式在数量级上进行调整。基于式(3)和式(4)进行调整，归一化P_q和P_Q被重新表示为

$$\bar{P}_q=\alpha_q^{\mathrm{t}}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_q\boldsymbol{x} \tag{11}$$

$$\bar{P}_Q=\frac{\sum_{q=1}^{Q}\alpha_q^{\mathrm{t}}}{Q}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\sum_{q=1}^{Q}\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_Q\boldsymbol{x} \tag{12}$$

其中，$\boldsymbol{B}_q\in\mathbb{C}^N$和$\boldsymbol{B}_Q\in\mathbb{C}^N$都是半正定厄米特矩阵。基于式(6)进行调整，归一化接收回波SNR被重新表示为

$$\bar{\gamma}_{\mathrm{echo}}=\frac{\left(\sum_{q=1}^{Q}\alpha_q^{\mathrm{t}}\right)^2}{Q^2\sigma_{\mathrm{r}}^2}\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(\sum_{p=1}^{Q}\sum_{q=1}^{Q}\beta_p\beta_q^*\boldsymbol{f}_q\boldsymbol{f}_q^{\mathrm{H}}\boldsymbol{f}_p\boldsymbol{f}_p^{\mathrm{H}}\right)\boldsymbol{x}=\frac{\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_\gamma\boldsymbol{x}}{\sigma_{\mathrm{r}}^2} \tag{13}$$

其中，$\boldsymbol{B}_\gamma\in\mathbb{C}^N$是厄米特矩阵。

基于以上内容，一体化波形设计问题表示为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x},\{\mu_k\}}\quad f(\boldsymbol{x})\\&\text{s.t.}\quad \mathrm{C1}:\left|\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}-\mu_k\tilde{s}_k\right|^2\leqslant\left(\mu_k-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\right)^2,\ \mu_k\geqslant 1,\forall k\\&\qquad\ \mathrm{C2}:\left|\boldsymbol{x}_{(n)}\right|=\sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}},\forall n=1,\cdots,N\end{aligned} \tag{14}$$

其中，约束条件C1表示通信符号的无错误传输，约束条件C2表示一体化波形$\boldsymbol{x}$满足恒模约束，$\boldsymbol{x}_{(n)}$表示$\boldsymbol{x}$的第n个元素，P_{T}是ISAC基站的最大发射功率，在一般情况下，ISAC基站工作在最大发射功率下以确保雷达感知性能最佳[20]。当满足式(15)时，$f(\boldsymbol{x})$表示波形设计最大化所有目标中的最小加权照射功率，以体现目标之间的公平性。

$$f(\boldsymbol{x})=f_1(\boldsymbol{x})=\max_q\left(-\lambda_q\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_q\boldsymbol{x}\right)=\max_q\left(-\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\bar{\boldsymbol{B}}_q\boldsymbol{x}\right)\tag{15}$$

其中，$\lambda_q>0$表示第q个目标照射功率的加权因子，引入λ_q的原因是一体化波形到达目标后被反射回去，不同目标反射的回波到达基站接收天线阵列所经历的路径损耗不一样。若不引入λ_q来抵消回波路径损耗不一致带来的影响，则基站接收到的不同目标的回波信号功率可能不一致，从而导致不同目标之间检测不公平。从直观来讲，感兴趣目标位置的路径损耗越大，需要分配的照射功率越多，因此λ_q的大小与基站和第q个目标之间的路径损耗成正比，即$\lambda_q\propto\alpha_q^{\mathrm{t}}$。当满足式(16)时，$f(\boldsymbol{x})$表示波形设计最大化所有目标的总照射功率[17]。

$$f(\boldsymbol{x})=f_2(\boldsymbol{x})=-\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_Q\boldsymbol{x}\tag{16}$$

当满足式(17)时，$f(\boldsymbol{x})$等效于波形设计最大化接收回波SNR[7]。

$$f(\boldsymbol{x})=f_3(\boldsymbol{x})=-\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_\gamma\boldsymbol{x}\tag{17}$$

在式(14)所示的优化问题中，目标函数中关于$\boldsymbol{x}$的两项都是非凸的。此外，优化变量$\boldsymbol{x}$和$\{\mu_k\}$耦合在约束条件C1中，约束条件C2是非凸的，因此该优化问题属于非凸问题，接下来将提出相应的解决算法。

3　算法设计

对于非凸问题，由于非凸目标函数、恒模约束条件以及优化变量的耦合，本文使用ADMM-MM算法的交替优化方法解决该问题。具体来说，由于优化变量$\boldsymbol{x}$和$\{\mu_k\}$耦合在约束条件C1中，因此通过交替优化$\boldsymbol{x}$和$\{\mu_k\}$来迭代得到最优解。首先固定$\boldsymbol{x}$，优化$\{\mu_k\}$；然后固定$\{\mu_k\}$，优化$\boldsymbol{x}$。

3.1　优化实因子

式(14)所示的优化问题可以重新表述为一个可行性检查问题，即在没有目标函数的情况下，寻找满足约束条件C1（通信符号无错误传输）的实因子$\{\mu_k\}$。为了加快迭代速度，本文构造一个最小化数据符号误差的目标函数，相应的优化问题为$\min\limits_{\{\mu_k\geqslant 1\}}f(\mu_k)$，$f(\mu_k)$表示为

$$f(\mu_k)=\left|\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}-\mu_k\tilde{s}_k\right|^2-(\mu_k-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}})^2=$$

$$\left(\varepsilon_Q^2-1\right)\mu_k^2-2\mu_k\left(\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{s}_k\right)-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\right)-\frac{\varepsilon_Q^2}{\Gamma_k}+\left|\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}\right|^2\tag{18}$$

式(18)可以通过一阶最优性条件求解，目标函数$f\left(\mu_k\right)$关于μ_k的梯度为

$$\nabla_{\mu_k}f\left(\mu_k\right)=2\left(\varepsilon_Q^2-1\right)\mu_k-2\left(\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{s}_k\right)-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\right)\tag{19}$$

令$\nabla_{\mu_k}f\left(\mu_k\right)=0$，则有

$$\mu_k=\frac{\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{s}_k\right)-\dfrac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}}{\varepsilon_Q^2-1}\tag{20}$$

考虑$\mu_k\geqslant 1$，则μ_k的最优解为

$$\mu_k=\begin{cases}\dfrac{\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{s}_k\right)-\dfrac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}}{\varepsilon_Q^2-1}, & \Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{s}_k\right)-\dfrac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\geqslant\varepsilon_Q^2-1\\ 1, & \Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\tilde{\boldsymbol{h}}_k\tilde{s}_k\right)-\dfrac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}<\varepsilon_Q^2-1\end{cases}\tag{21}$$

3.2　优化发射波形

式(14)所示的问题可以被重新表示为发射波形优化的子问题，即

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x}}f(\boldsymbol{x})\\ &\text{s.t.}\quad \text{C1:}\left|\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}-\mu_k\tilde{s}_k\right|^2\leqslant\left(\mu_k-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\right)^2,\forall k\\ &\qquad\text{C2:}\left|\boldsymbol{x}_{(n)}\right|=\sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}},\forall n=1,\cdots,N\end{aligned}\tag{22}$$

式(22)包含发射波形的非凸恒模约束条件C2，可以使用ADMM算法进行求解，引入辅助向量$\boldsymbol{z}\in\mathbb{C}^N$将其转化为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{z}}f(\boldsymbol{x})\\ &\text{s.t.}\qquad \text{C1:}\left|\tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}-\mu_k\tilde{s}_k\right|^2\leqslant\left(\mu_k-\frac{\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}}\right)^2,\forall k\\ &\qquad\text{C3:}\left|\boldsymbol{x}_{(n)}\right|\leqslant\sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}},\forall n=1,\cdots,N\\ &\qquad\text{C4:}\left|\boldsymbol{z}_{(n)}\right|=\sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}},\forall n=1,\cdots,N\\ &\qquad\text{C5:}\boldsymbol{z}=\boldsymbol{x}\end{aligned}\tag{23}$$

式(23)的增广拉格朗日函数的缩放形式为

$$\mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u})=f(\boldsymbol{x})+\frac{\rho}{2}\left\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}+\frac{\boldsymbol{u}}{\rho}\right\|^2\tag{24}$$

其中，$\rho>0$是惩罚因子，$\boldsymbol{u}\in\mathbb{C}^N$是对偶向量。接下来，解决优化问题

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}}\quad \mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u})\\&\text{s.t.}\quad \text{C1,C3,C4}\end{aligned}\tag{25}$$

在式(25)的目标函数中，目标照射功率或接收回波SNR的$f(\boldsymbol{x})$是非凸的。为了处理这个非凸问题，使用MM算法对$f(\boldsymbol{x})$进行凸化处理，通过引入定理1，寻找$f_1(\boldsymbol{x})$和$f_2(\boldsymbol{x})$的凸上界。

定理1 对于半正定厄米特矩阵$\boldsymbol{B}$，在任意点$\boldsymbol{x}_0$处，不等式(26)恒成立

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\mathbf{B}\boldsymbol{x}\geqslant 2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\right)-\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\tag{26}$$

证明 因为$\boldsymbol{B}$是半正定厄米特矩阵，所以$\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0\right)^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0\right)\geqslant 0$，$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\mathbf{B}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0-\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\mathbf{B}\boldsymbol{x}+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\geqslant 0$，$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\mathbf{B}\boldsymbol{x}-2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\geqslant 0$。因此，$-\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\mathbf{B}\boldsymbol{x}\leqslant -2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}_0$成立，证毕。

根据定理1，目标照射功率表达式$f_1(\boldsymbol{x})$和$f_2(\boldsymbol{x})$的凸上界可以表示为

$$\bar{f}_1(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_0)=\max_q\left(-2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_q\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_q\boldsymbol{x}_0\right)\tag{27}$$

$$\bar{f}_2(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_0)=-2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{Q}}\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}_{\mathrm{Q}}\boldsymbol{x}_0\tag{28}$$

其中，$\boldsymbol{x}_0$表示上一次迭代得到的解。

通过引入定理2，寻找接收回波SNR表达式$f_3(\boldsymbol{x})$的凸上界。

定理2 对于厄米特矩阵$\boldsymbol{A}$和$\boldsymbol{B}$，当$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$半正定时，在任意点$\boldsymbol{x}_0$处，不等式(29)恒成立。

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{x}_0\tag{29}$$

证明 因为$\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B}$是半正定厄米特矩阵，所以$\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0\right)^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0\right)\leqslant 0$，$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0\right)-\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\left(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}_0\right)\leqslant 0$，$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}-\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}-2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}_0\leqslant 0$。故$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{B}\boldsymbol{x}\leqslant\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}+2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{B}-\boldsymbol{A})\boldsymbol{x}_0\right)+\boldsymbol{x}_0^{\mathrm{H}}(\boldsymbol{A}-\boldsymbol{B})\boldsymbol{x}_0$成立，证毕。

根据定理2，$f_3(\boldsymbol{x})$的凸上界为

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(-\boldsymbol{B}_\gamma\right)\boldsymbol{x}\leqslant\bar{f}_3(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_0)=\\&\lambda_1\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}+2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(-\boldsymbol{B}_\gamma-\lambda_1\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{x}_0\right)+\text{const}=\\&\qquad 2\Re\left(\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\left(-\boldsymbol{B}_\gamma-\lambda_1\boldsymbol{I}\right)\boldsymbol{x}_0\right)+\text{const}\end{aligned}\tag{30}$$

其中，约束条件C2使得$\lambda_1\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{x}=\lambda_1P_{\mathrm{T}}$是一个常数项。$\lambda_1$是厄米特矩阵$-\boldsymbol{B}_\gamma$的特征值上界，const表示与$\boldsymbol{x}$无关的常量。本文利用MM算法找到非凸目标函数的凸上界，式(25)可以被重新表示为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}}\quad \bar{\mathcal{L}}_\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u},\boldsymbol{x}_0)\\&\text{s.t.}\quad \text{C1,C3,C4}\end{aligned}\tag{31}$$

其中，$\bar{\mathcal{L}}_\rho(\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u},\boldsymbol{x}_0)=\bar{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_0)+\frac{\rho}{2}\left\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}+\frac{\boldsymbol{u}}{\rho}\right\|^2$。

对变量$\boldsymbol{x},\boldsymbol{z},\boldsymbol{u}$进行交替优化，具体如下。

1) 更新发射波形$\boldsymbol{x}$

更新发射波形$\boldsymbol{x}$的子问题，具体表示为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{x}}\quad \bar{f}(\boldsymbol{x},\boldsymbol{x}_0)+\frac{\rho}{2}\left\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}+\frac{\boldsymbol{u}}{\rho}\right\|^2\\&\text{s.t.}\quad \text{C1,C3}\end{aligned}\tag{32}$$

式(32)所示的问题是一个凸问题，可利用CVX工具箱解决。

2) 更新辅助向量$\boldsymbol{z}$

更新辅助向量$\boldsymbol{z}$的子问题，具体表示为

$$\begin{aligned}&\min_{\boldsymbol{z}}\quad \left\|\boldsymbol{x}-\boldsymbol{z}+\frac{\boldsymbol{u}}{\rho}\right\|^2\\&\text{s.t.}\quad \left|\boldsymbol{z}_{(n)}\right|=\sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}},\forall n=1,\cdots,N\end{aligned}\tag{33}$$

式(33)的最优解为

$$\boldsymbol{z}^{(t+1)}=\sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}\arg\left(\rho\boldsymbol{x}^{(t+1)}+\boldsymbol{u}^{(t)}\right)}\tag{34}$$

其中，右上标$t+1$表示第$t+1$次迭代。

3) 更新对偶变量$\boldsymbol{u}$

对偶变量$\boldsymbol{u}$的更新规则为

$$\boldsymbol{u}^{(t+1)}=\boldsymbol{u}^{(t)}+\rho\left(\boldsymbol{x}^{(t+1)}-\boldsymbol{z}^{(t+1)}\right)\tag{35}$$

综上所述，解决式(14)所示问题的一体化波形设计问题的基于ADMM-MM的交替优化算法如算法1所示。

算法1 基于ADMM-MM的交替优化算法

1) 首先进行初始化。定义$t=0$，给定待发送通信符号s_k，感知信道矩阵$\boldsymbol{f}_q$和通信信道矩阵$\boldsymbol{h}_k$。初始化向量$\boldsymbol{x}^{(0)}$，$\boldsymbol{z}^{(0)}=\boldsymbol{x}^{(0)}$；对偶向量$\boldsymbol{u}^{(0)}=\boldsymbol{0}$；惩罚变量$\rho$；迭代精度参数$\varepsilon_1>0$，$\varepsilon_2>0$，最大迭代次数$T$

2) 根据式(21)更新$\mu_k,\forall k$

3) 解决式(32)所示的问题，得到$\boldsymbol{x}^{(t+1)}$

4) 根据式(34)更新 $\boldsymbol{z}^{(t+1)}$

5) 根据式(35)更新对偶向量 $\boldsymbol{u}^{(t+1)}$

6) $t = t + 1$

7) 重复步骤 2)~步骤 6)，直到满足条件 $\|\boldsymbol{x}^{(t+1)} - \boldsymbol{z}^{(t+1)}\|_2 \leqslant \varepsilon_1$ 且 $\|\boldsymbol{x}^{(t+1)} - \boldsymbol{x}^{(t)}\|_2 \leqslant \varepsilon_2$，或者达到最大迭代次数 T 结束。

4　初始化

由于优化变量耦合在约束条件 C1 中，采用交替优化算法时，初始点必须在约束条件 C1 的可行域内。为了加快收敛速度，本文提出在通信数据符号无错误传输和波形可用功率约束下，最大化信号缩放因子 μ_k，以提升波形 $\boldsymbol{x}$ 的设计自由度，从而在每次迭代中能够找到更优的 $\boldsymbol{x}$。具体初始化问题为

$$\min_{\boldsymbol{x}} \quad \max_{k} \ \mu_k$$

$$\text{s.t.} \quad \text{C6:} \left| \tilde{\boldsymbol{h}}_k^{\mathrm{H}} \boldsymbol{x} - \mu_k \tilde{s}_k \right|^2 \leqslant \mu_k \left(1 - \frac{2\varepsilon_Q}{\sqrt{\Gamma_k}} \right) + \frac{\varepsilon_Q^2}{\Gamma_k}, \mu_k \geqslant 1, \forall k$$

$$\text{C3:} \left| \boldsymbol{x}_{(n)} \right| \leqslant \sqrt{\frac{P_{\mathrm{T}}}{N}}, \forall n = 1, \cdots, N \tag{36}$$

其中，由于 $\mu_k \geqslant 1$，约束条件 C6 比约束条件 C1 更严格，因此，式(36)所示问题的解一定满足约束条件 C1。式(36)所示问题是一个凸问题，可以使用 CVX 工具箱来有效求解。

5　收敛性和复杂度分析

5.1　收敛性分析

基于 ADMM-MM 的交替优化算法的收敛性可解释为：随着迭代次数的增加，式(14)所示问题的目标函数值是非增的。本文提出的交替优化算法通过迭代交替求解式(18)和式(22)的方式，逐步逼近式(14)所示问题的最优解。

首先，通过求解式(36)所示问题得到满足约束条件 C1 和 C3 的初始点 $\boldsymbol{x}^{(0)}$ 和 $\left\{\mu_k^{(0)}\right\}$。然后，求解式(18)所示问题得到一个解 $\left\{\mu_k^{(t)}\right\}$。从直观上来讲，只要 $\left\{\mu_k^{(t)}\right\}$ 使得约束条件 C1 以严格不等式成立，那么 $\boldsymbol{x}^{(t)}$ 的可行域将扩大，进一步求解式(22)所示问题会使得目标函数值 $f(\boldsymbol{x})$ 减小。即使 $\left\{\mu_k^{(t)}\right\}$ 使得约束条件 C1 的等式成立，依然可以保证 $\boldsymbol{x}^{(t)}$ 不变，进而保证 $f(\boldsymbol{x})$ 保持不变，满足 $f(\boldsymbol{x})$ 非增。

接下来，引入 $\boldsymbol{x}$ 的优化，即通过求解式(22)所示问题来进一步说明本文所提算法的收敛性。对于式(32)所示子问题，满足式(37)。

$$\bar{\mathcal{L}}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}, \boldsymbol{x}^{(t)}) \leqslant \bar{\mathcal{L}}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}, \boldsymbol{x}^{(t)}) \tag{37}$$

基于式(38)和式(39)，则有式(40)成立。

$$\bar{\mathcal{L}}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}, \boldsymbol{x}^{(t)}) \geqslant \mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \tag{38}$$

$$\bar{\mathcal{L}}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}, \boldsymbol{x}^{(t)}) = \mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \tag{39}$$

$$\mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \leqslant \mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \tag{40}$$

对于式(33)所示子问题，有

$$\mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t+1)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \leqslant \mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \tag{41}$$

因此，有式(42)成立。

$$\mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t+1)}, \boldsymbol{z}^{(t+1)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \leqslant \mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}^{(t)}, \boldsymbol{z}^{(t)}, \boldsymbol{u}^{(t)}) \tag{42}$$

式(42)表明，增广拉格朗日函数 $\mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$ 的值会随着 $\boldsymbol{x}$ 和 $\boldsymbol{z}$ 的迭代更新而减小。同时，随着对偶向量 $\boldsymbol{u}$ 的迭代更新，$\mathcal{L}_\rho(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u})$ 的值会增加。假设未增广的拉格朗日函数为

$$\mathcal{L}_0(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}) = f(\boldsymbol{x}) \tag{43}$$

此时，存在一个鞍点 $(\boldsymbol{x}^\star, \boldsymbol{z}^\star, \boldsymbol{u}^\star)$，因此有

$$\mathcal{L}_0(\boldsymbol{x}^\star, \boldsymbol{z}^\star, \boldsymbol{u}) \leqslant \mathcal{L}_0(\boldsymbol{x}^\star, \boldsymbol{z}^\star, \boldsymbol{u}^\star) \leqslant \mathcal{L}_0(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{z}, \boldsymbol{u}^\star) \tag{44}$$

这意味着 $(\boldsymbol{x}^\star, \boldsymbol{z}^\star)$ 是式(23)所示问题的解，因此 $\boldsymbol{z} = \boldsymbol{x}$，并且 $\boldsymbol{u}^\star$ 是对偶最优。上述分析表明，ADMM-MM 算法具备与传统 ADMM 算法相同的收敛性特征。此外，通过优化 $\left\{\mu_k^{(t)}\right\}$ 使得 $\boldsymbol{x}$ 的优化比前一次迭代的自由度更高。因此，基于 ADMM-MM 的交替优化算法的收敛性得到了证明。

5.2　复杂度分析

本文采用交替优化算法解决式(14)所示问题，因此算法的整体复杂度与迭代次数呈线性关系，接下来分析每次迭代的复杂度。更新 $\mu_k, \forall k$ 的复杂度为 $\mathcal{O}\big(K(N+1)\big)$；利用 CVX 工具箱解决式(32)所示优化问题的复杂度为 $\mathcal{O}\left(2\sqrt{N+K}\,N^3\right)$；更新 $\boldsymbol{z}$ 的复杂度为 $\mathcal{O}(N)$；更新 $\boldsymbol{u}$ 不需要复数乘法。

6　仿真分析

本节通过仿真实验展示了本文所提 ISAC 恒模波形设计的有效性，并以仅具有雷达感知功能的系统作为基准，即不考虑通信功能。假设 ISAC 系统中存在 3 个感知目标和 4 个通信用户；所有目标和 ISAC 基站的距离均为 20 m，目标相对 ISAC 基站

天线阵列的方向角分别为$-\theta^{\mathrm{t}}$、0和θ^{t}；用户中心相对ISAC基站的距离为20 m，方向角为0，所有用户均匀分布在用户中心周围半径为3 m的圆内。信道路径损耗模型为$\alpha(d)=\alpha_0\left(\frac{d_0}{d}\right)^{\zeta}$ dB，其中d为距离，$\alpha_0=-30$ dB，$d_0=1$ m为参考距离，ζ为路径损耗指数。对于感知信号和通信信道，ζ取值均为3；通信信道的莱斯因子为5。ISAC基站的天线数为$N=8$，在感知目标的同时向用户发送QPSK或8PSK符号（即$\Omega=4$或8），惩罚因子为$\rho=10$。在本文仿真中，默认参数设置如下。$P_{\mathrm{T}}=50$ dBm，基站发送QPSK信号，即$\varepsilon_{\Omega}=0.5$，用户SNR为$\Gamma_k=10$ dB。将本文所提出的基于最大化最小目标照射功率的恒模波形设计称为“本文设计”，将基于最大化总目标照射功率的恒模波形设计称为“基准设计1”，将基于最大化接收回波SNR的恒模波形设计称为“基准设计2”。

图3展示了基于ADMM-MM的交替优化算法的收敛性。从图3可以看出，随着迭代次数的增加，本文设计以及2种基准设计都能在50次迭代内收敛到一个平稳解，验证了本文所提基于ADMM-MM的交替优化算法的收敛性。同时，图4和图5分别给出了采用ADMM方法解决式(21)所示问题时原始残差和对偶残差随迭代次数的变化。从图4和图5可以看出，对于3种波形设计方法，原始残差和对偶残差均随着迭代次数的增加而不断减小，最终均小于阈值$\varepsilon_1=1\times10^{-3}$和$\varepsilon_2=1\times10^{-2}$，满足迭代终止条件。结合图3~图5的结果，进一步说明本文所提基于ADMM-MM的交替优化算法不仅有效，而且能够在有限的迭代次数内收敛到一个平稳解。

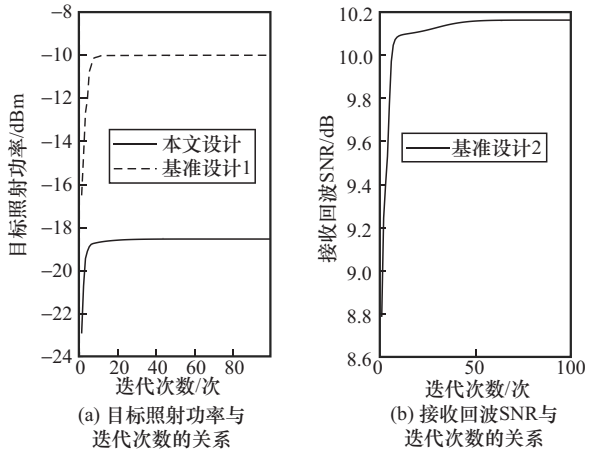

图3　基于ADMM-MM的交替优化算法的收敛性

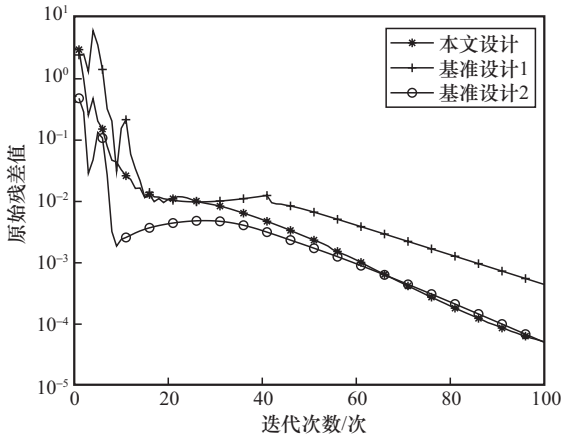

图4　ADMM方法的原始残差随迭代次数的变化

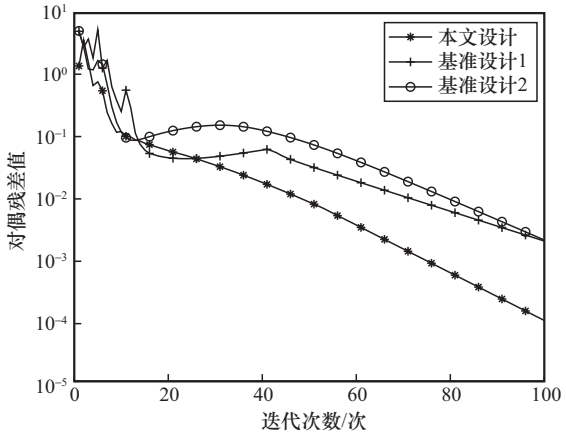

图5　ADMM方法的对偶残差随迭代次数的变化

为了对比不同设计在目标检测公平性上的表现，本文采用波束增益来描述基站为目标分配的发射功率。波束增益与发射波形和天线阵列导向矢量相关，因此第q个目标的波束增益[19]定义为

$$\boldsymbol{x}^{\mathrm{H}}\boldsymbol{a}_N(\theta_q^{\mathrm{t}})\boldsymbol{a}_N^{\mathrm{H}}(\theta_q^{\mathrm{t}})\boldsymbol{x} \tag{45}$$

图6展示了接收回波SNR与发射功率的关系，对比3种波形设计方法最终所能达到的回波SNR。由于基准设计2的目标函数为最大化回波SNR，因此其获得的回波SNR性能最优。基准设计1的回波SNR性能几乎与基准设计2持平，其性能损失可以忽略不计。相比之下，本文设计的回波SNR存在约3 dB的损失。然而，图7显示的波束增益对比结果表明，基准设计1和基准设计2的最大目标波束增益和最小目标波束增益差值高达15 dB，而本文设计的差值仅为3 dB，确保不同目标之间的公平性。因此，与最大化回波SNR和最大化总目标照射功率相比，最大化最小目标照射功率更适合作为多目标感

知的性能指标。此外，与仅提供感知功能的ISAC系统相比，基准设计1和基准设计2的性能损失约为0.65 dB，本文设计的回波SNR损失为3~3.65 dB。

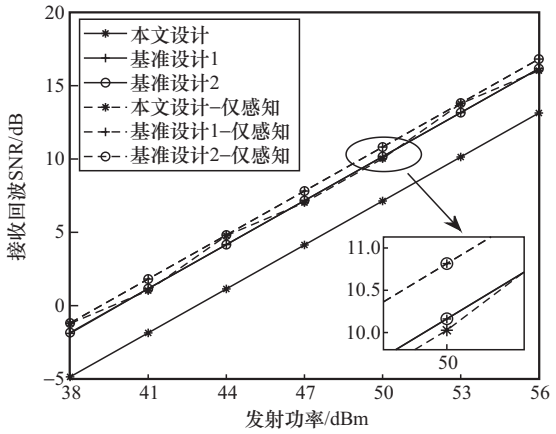

图6　接收回波SNR与发射功率的关系

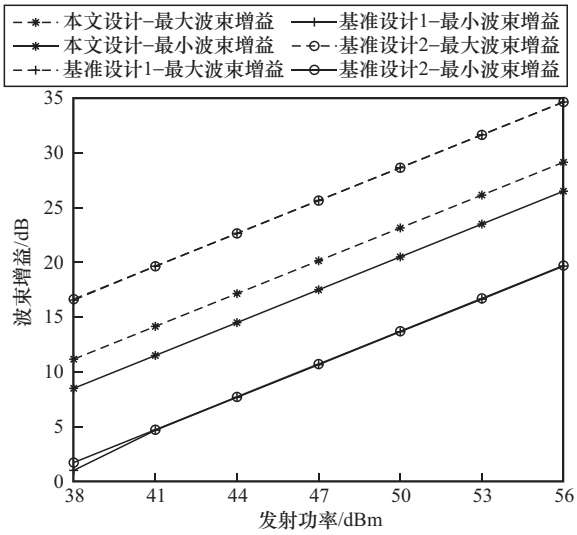

图7　波束增益与发射功率的关系

图8(a)给出了本文设计和基准设计1目标照射功率与用户SNR的关系。当用户SNR大于50 dB时，本文设计的最小目标照射功率和基准设计1的总目标照射功率均明显下降；当用户SNR小于50 dB时，本文设计中采用8PSK调制时的最小目标照射功率相较于QPSK调制有0.6 dB的损失，且这一损失随着用户SNR的增加而扩大。图8(b)给出了基准设计2的接收回波SNR与用户SNR的关系。随着用户SNR超过30 dB，回波SNR明显下降。这表明当用户SNR处于正常范围（如10~30 dB）时，实现数据符号无错误传输一般不会对感知性能指标产生显著影响。

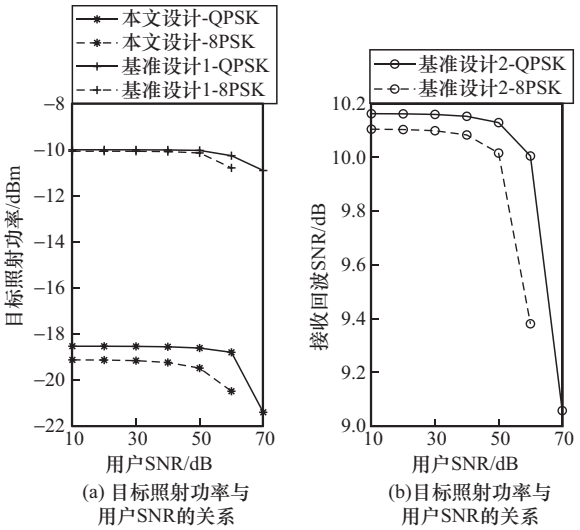

图8　用户SNR对波形设计性能的影响

7　结束语

本文对基于多目标公平感知的ISAC恒模波形设计进行研究。首先，通过考虑用户通信数据符号的无错误传输和恒模波形约束，建立最大化最小目标照射功率的波形设计问题。然后，利用交替优化方法对波形和信号缩放因子优化变量进行解耦；利用MM方法处理子问题的非凸目标函数；通过ADMM方法解决恒模约束。最后，将本文设计与最大化总目标照射功率和最大化接收回波SNR的设计方法进行比较。仿真结果表明，本文所提出的基于ISAC系统的最大化最小目标照射功率恒模波形设计方法在仅损失3 dB回波SNR性能的情况下，确保了多目标探测的公平性，并且能够实现通信数据符号的无错误传输。

参考文献：

[1] ZHOU Y Q, LIU L, WANG L, et al. Service-aware 6G: an intelligent and open network based on the convergence of communication, computing and caching[J]. Digital Communications and Networks, 2020, 6(3): 253-260.

[2] QI Y L, ZHOU Y Q, LIU Y F, et al. Traffic-aware task offloading based on convergence of communication and sensing in vehicular edge computing[J]. IEEE Internet of Things Journal, 2021, 8(24): 17762-17777.

[3] IMT-2030（6G）推进组. 通信感知一体化技术研究报告[R]. 2021.
IMT-2030(6G) Promotion Group. Research report on integrated communication perception technology[R]. 2021.

[4] LIU F, CUI Y H, MASOUROS C, et al. Integrated sensing and communications: toward dual-functional wireless networks for 6G and beyond[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2022, 40(6): 1728-1767.

[5] LIU F, ZHOU L F, MASOUROS C, et al. Toward dual-functional radar-communication systems: optimal waveform design[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2018, 66(16): 4264-4279.
[6] WANG X Y, FEI Z S, ZHENG Z, et al. Joint waveform design and passive beamforming for RIS-assisted dual-functional radar-communication system[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2021, 70(5): 5131-5136.
[7] XIAO Z Q, ZENG Y. Full-duplex integrated sensing and communication: waveform design and performance analysis[C]//Proceedings of the 2021 13th International Conference on Wireless Communications and Signal Processing (WCSP). Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-5.
[8] LIU R, LI M, LIU Q, et al. SNR/CRB-constrained joint beamforming and reflection designs for RIS-ISAC systems[J], IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 23(7): 7456-7470.
[9] HUA M, WU Q Q, HE C, et al. Joint active and passive beamforming design for IRS-aided radar-communication[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(4): 2278-2294.
[10] PRASOBH S R S, CHEPURI S P, ELDAR Y C. Beamforming in integrated sensing and communication systems with reconfigurable intelligent surfaces[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(5): 4017-4031.
[11] TANG B, WANG H, QIN L L, et al. Waveform design for dual-function MIMO radar-communication systems[C]//Proceedings of the 2020 IEEE 11th Sensor Array and Multichannel Signal Processing Workshop (SAM). Piscataway: IEEE Press, 2020: 1-5.
[12] LIU X, HUANG T Y, LIU Y M, et al. Constant modulus waveform design for joint multiuser MIMO communication and MIMO radar[C]//Proceedings of the 2021 IEEE Wireless Communications and Networking Conference Workshops (WCNCW). Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-5.
[13] ZHOU L F, LIU F, TIAN C, et al. Optimal waveform design for dual-functional MIMO radar-communication systems[C]//Proceedings of the 2018 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). Piscataway: IEEE Press, 2018: 661-665.
[14] WANG X Y, FEI Z S, HUANG J X, et al. Joint waveform and discrete phase shift design for RIS-assisted integrated sensing and communication system under cramer-Rao bound constraint[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(1): 1004-1009.
[15] CHENG Z Y, SHI S N, HE Z S, et al. Transmit sequence design for dual-function radar-communication system with one-bit DACs[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2021, 20(9): 5846-5860.
[16] LIU R, LI M, LIU Y, et al. Joint transmit waveform and passive beamforming design for RIS-aided DFRC systems[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2022, 16(5): 995-1010.
[17] BEKKERMAN I, TABRIKIAN J. Target detection and localization using MIMO radars and sonars[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(10): 3873-3883.
[18] SUME A, GUSTAFSSON M, HERBERTHSON M, et al. Radar detection of moving targets behind corners[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2011, 49(6): 2259-2267.
[19] STOICA P, LI J, XIE Y. On probing signal design for MIMO radar[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(8): 4151-4161.
[20] LIU F, MASOUROS C, LI A, et al. MU-MIMO communications with MIMO radar: from co-existence to joint transmission[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(4): 2755-2770.

[作者简介]

石明利（1997– ），男，陕西渭南人，西安电子科技大学博士生，主要研究方向为通感一体化、智能反射面。

李晓辉（1972– ），女，陕西西安人，博士，西安电子科技大学教授，主要研究方向为无线通信系统的宽带无线接入、认知无线电、资源管理。

吕思婷（1998– ），女，陕西宝鸡人，西安电子科技大学博士生，主要研究方向为无线通信、深度学习、毫米波波束成形。