

空时相关 MIMO 信道下的空时联合 Huffman 有限反馈预编码

居美艳, 葛欣, 李岳衡, 谭国平

(河海大学 计算机与信息学院, 江苏 南京 211100)

摘要: 针对空时相关的 MIMO 信道, 提出了一种新颖的 Huffman 空时联合有限反馈预编码方法, 提高了系统性能, 并减少了反馈量。从信道的空间相关性出发, 推导了迫零准则下预编码的构成, 从而设计了一种旋转量化码本, 减小了空间相关性对系统性能的影响。另外, 针对信道的时间相关性, 利用基于邻域的有限反馈来降低衰落信道的反馈量。同时, 由于领域内各码字被选中的概率不同, 可以利用 Huffman 编码进一步减少反馈量。

关键词: 量化码本; 空时相关; 邻域; Huffman 编码

中图分类号: TN911.22

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)11-0179-05

Joint space-time Huffman limited feedback precoding for spatially and temporally correlated MIMO channels

JU Mei-yan, GE Xin, LI Yue-heng, TAN Guo-ping

(College of Computer and Information, Hohai University, Nanjing 211100, China)

Abstract: For the MIMO channels with space correlation and time correlation, a novel joint space-time Huffman limited feedback precoding scheme was proposed which improves the system performance and reduces the amount of feedback. Based on space correlation, the precoding structure under zero-forcing (ZF) criterion was derived and the rotating quantization codebook was designed which reduces the effect of space correlation on system performance. In addition, in view of time correlation of channels, the scheme reduces the feedback data of channel state information (CSI) in the slow fading channel by using neighborhood-based limited feedback. Due to different probabilities of codewords in the neighborhood, Huffman coding was adopted to further reduce the amount of feedback.

Key words: quantization codebook; space and time correlation; nei

Huffman coding

1 引言

由于无线信道存在衰落等不利因素, MIMO 无线通信系统的性能受到严重限制。为了保证多天线系统能够获得良好的性能, 可以在发送端进行预编码处理, 而最佳预编码的设计依赖于反馈完整的信道状态信息(CSI, channel state information)^[1], 这在实际系统中显然是难以实现的。为了节省频谱资源, 反馈较少的数据量, 需要对 CSI 信息进行量化, 最有效的方法就是码本量化^[2]。

在独立同分布 MIMO 信道下, Grassmann 码本被证明可以取得良好的性能^[3], 但是在实际系统中,

由于天线距离等因素, 信道就会存在一定的空间相关性, Grassmann 码本不再适用^[4]。文献[5]提出利用发送相关矩阵的平方根对 Grassmann 波束成形码本进行旋转^[6], 所得新码本在空间相关信道下能取得不错的性能, 但仅针对传输一个子数据流的情况进行了研究。本文在此基础上, 提出了传输多个数据流时的一种线性预编码码本设计方案。首先基于信道的空间相关性推导了迫零(ZF, zero-forcing)准则下预编码矩阵的结构, 受其结构的启发, 利用发送相关矩阵的平方根矩阵对 Grassmann 码本进行旋转量化, 得到适用于空间相关 MIMO 信道的预编码码本。

收稿日期: 2013-04-02; 修回日期: 2013-05-16

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61001068)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China(61001068)

另外，在实际的慢衰落系统中，MIMO 信道在时间域上也存在一定的相关性，所以可以利用时间域上的冗余降低反馈的比特数。文献[7]提出了一种用于波束成型系统的基于邻域的有限反馈方法，这种方法在时间相关信道中可以降低反馈量。本文将文献[7]中基于向量空间的邻域概念拓展到矩阵空间，针对空时相关信道的空间相关性，对预编码码本采用邻域反馈方法降低反馈量。此外，由于离前一时刻码字距离越近的码字成为当前时刻码字的频率越高，而 Huffman 编码正是一种依据概率压缩数据的方法^[8]，由此，本文提出了一种新的反馈方法即邻域内 Huffman 编码反馈，进一步降低了反馈比特数。

对于空时相关 MIMO 信道，本文提出的旋转量化码本可以更好地适应空间相关信道，同时，在其时间维上采用邻域反馈，并对邻域内码字进行 Huffman 编码，极大地降低了总反馈量。

2 空间相关信道下预编码的码本设计

为了描述的方便，首先把后面将用到的符号说明一下。 $(\cdot)^T$ 表示矩阵的转置， $(\cdot)^H$ 表示矩阵的共轭转置， $Tr(\cdot)$ 表示矩阵的迹， $\|\cdot\|_F$ 表示矩阵的 Frobenius 范数， $CN(m, s^2)$ 表示均值为 m ，方差为 s^2 的复高斯分布。

考虑一个信道具有空间相关性的 MIMO 系统，其模型如图 1 所示，假设发送端的天线数为 N_t ，接收端的天线数为 N_r 。

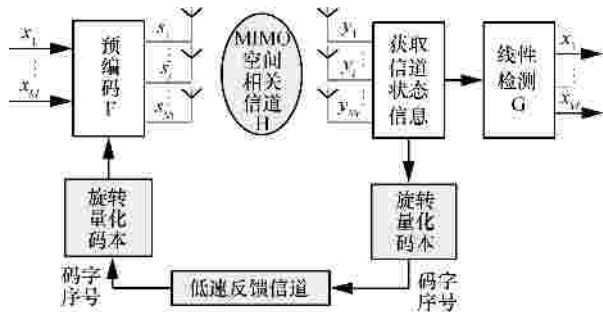


图 1 MIMO 空间相关有限反馈预编码系统

此处，MIMO 信道相关模型采用 Kronecker 信道模型^[9]，可以表示为

$$H = R_t^{1/2} G R_r^{1/2} \quad (1)$$

其中，发送相关矩阵为 $R_t = R_t^{H/2} R_t^{1/2}$ ，接收相关矩阵为 $R_r = R_r^{1/2} R_r^{H/2}$ ， G 表示独立同分布瑞利衰落。

假设每根发送天线上分配的功率相同， e_x 表示总的发送功率，子数据流数为 M ，则线性预编码矩阵 F 为 $N_t \times M$ 的矩阵 ($M < N_t$)，将接收信号利用检测矩阵 G 处理后得到原始发送信号的估计值 \hat{x} 为

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{e_x}{M}} G H F x + G n \quad (2)$$

其中， n 是高斯白噪声，服从 $CN(0, N_0)$ 分布。预编码矩阵满足 $F^H F = I_M$ ， $Tr(F^H F) = M$ 。

当信道只有接收相关性时，采用 Grassmann 码本进行预编码，系统依然可以取得良好的性能^[5]。当信道具有发送相关性时，Grassmann 码本不再适用，这时就需要寻找具有更好系统性能的码本。

文献[10]已经证明：对于线性接收机，要使符号向量平均错误概率的上界最小化，需要最大化子数据流信噪比的最小值 SNR_{\min} 。而对于 ZF 预编码，有

$$SNR_{\min} = s_{\min}\{HF\} \frac{e_x}{M N_0} \quad (3)$$

其中， $s_{\min}\{HF\}$ 是 HF 的最小奇异值，所以要使 SNR_{\min} 最大化，就是要将 $s_{\min}\{HF\}$ 最大化。

根据矩阵奇异值分解的性质^[11]

$$s_{\min}\{HF\} = s_{\max}\{HF\} \quad (4)$$

$$\|HF\|_F^2 = s_{\min}^2\{HF\} + s_{\max}^2\{HF\} \quad (5)$$

可以得出

$$s_{\min}^2\{HF\} = \frac{1}{2}(s_{\min}^2\{HF\} + s_{\max}^2\{HF\}) = \frac{1}{2}\|HF\|_F^2 \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \|HF\|_F^2 &= \|H_w R_t^{1/2} F\|_F^2 = \|U_w \hat{a}_w V_w^H R_t^{1/2} F\|_F^2 \\ &= \|\hat{a}_w^H V_w^H R_t^{1/2} F\|_F^2 = s_1^2 \|\bar{V}_w^H R_t^{1/2} F\|_F^2 \end{aligned} \quad (7)$$

其中， $H_w = R_t^{1/2} G$ 、 U_w 、 \hat{a}_w 、 V_w 分别为 H_w 奇异值分解的左奇异向量矩阵、奇异值矩阵、右奇异向量矩阵； \hat{a}_w 和 \bar{V}_w 分别为 \hat{a}_w 和 V_w 前 M 列所组成的矩阵， s_1 为 H_w 最大的非零奇异值。利用奇异值分解有， $R_t^{1/2} = \hat{a}_t V_t^H$ ， \hat{a}_t 和 V_t 分别为 R_t 奇异值的平方根矩阵和右奇异向量矩阵，所以有

$$\bar{V}_w^H R_t^{1/2} F = \bar{V}_w^H \hat{a}_t V_t^H F \quad (8)$$

综合式(4)~式(8)，有

$$s_{\min}^2\{HF\} = \frac{1}{2} s_1^2 \|\bar{V}_w^H \hat{a}_t V_t^H F\|_F^2 \quad (9)$$

所以，为了使符号向量错误概率的上界最小化，需要找到一个 F ，使 $\left\| \bar{V}_w^H \hat{a}_t V_t^H F \right\|_F^2$ 最大，显然 $F = c V_t \hat{a}_t \bar{V}_w = c R_t^{H/2} \bar{V}_w$ 时， $\left\| \bar{V}_w^H \hat{a}_t V_t^H F \right\|_F^2$ 可以取得最大值，这里假设 $c=1$ 。由于 $R_t^{H/2} \bar{V}_w$ 是一个 $N_t \times M$ 维的矩阵，直接反馈它会产生很大的数据反馈量，此时我们需要对 $R_t^{H/2} \bar{V}_w$ 进行量化，然后将其反馈给发送端，发送端根据得到的信息进行预编码。

观察到 $R_t^{H/2} \bar{V}_w$ 包含 2 个独立的部分： R_t 是发送端的天线相关矩阵，由发射天线的距离等因素决定； \bar{V}_w 是与 H_w 密切相关的矩阵，而 H_w 为仅存在接收相关性的信道，如前所述，Grassmann 码本适用于只有接收相关性的信道，所以可以用 Grassmann 码本量化 \bar{V}_w 。从而，可以先用 Grassmann 码本去量化 \bar{V}_w ，然后将信道发送相关性的影响作用在该码本上，就得到了空间相关信道下的新码本。

新码本的设计过程如下。

1) 产生根码本：根据预编码矩阵的维数产生适用于独立同分布瑞利衰落信道下的 Grassmann 码本 P ， $P = \{P_1, \dots, P_n\}$ ， n 为码本中码字的个数。

2) 码本旋转：利用发送端发送天线的相关性得出的 $R_t^{H/2}$ 对 Grassmann 码本进行旋转，得到新码本 C ， $C = \{C_1, \dots, C_n\}$ ，其中 $C_i = R_t^{H/2} P_i$ ， $i = 1, \dots, n$ 。

3) 码本量化：由于码本中的各码字应满足 $C^H C = I_M$ ，所以需要对新码本中各码字进行酉矩阵化，最终得到空间相关信道下的码本 F ， $F = \{F_1, \dots, F_n\}$ ，其中 $F_i = C_i (C_i^H C_i)^{-0.5}$ ， $i = 1, \dots, n$ 。

3 空时相关信道下的邻域 Huffman 反馈

在实际系统中，信道不仅可能存在空间相关性，还可能是慢衰落的信道，也就是说信道在时间域上也存在相关性，此时可以采用基于邻域的反馈方法^[7]降低时间域上的冗余。

给定码字间距离的门限值为 e ，将空间相关码本里码字 F_i 的邻域 W_i 定义为

$$W_i = \{F_j / d(F_i, F_j) < e\}, i, j \in \{1, \dots, n\} \quad (10)$$

其中， $d(F_i, F_j)$ 表示码字 F_i 和 F_j 之间的 Chordal 距离^[12]， F_i 的邻域由 F_i 本身和与 F_i 相邻的部分码字构成。可以选取合适的 e 以满足一定的性能要求，这样就可以减少码本中码字的数量，从而降低反馈

比特数。

由相邻时刻信道状态的相关性可知，邻域内码字被选中的概率是不同的，相关性较大的信道状态所对应的码字出现的概率也会较大，否则被选中的概率就较小。哈夫曼 (Huffman) 编码是一种依概率压缩数据的方法^[8]，可以用较少的比特量化大概率码字的序号，而用较多的比特量化小概率码字的序号，那么就可以在原来基础上进一步减少反馈量，尤其是当码本数量较大时，反馈量减少的效果会更明显。另外，Huffman 编码是一种循环前缀压缩，解压缩时比较简单，不易混淆，是无损压缩。

空时相关信道下反馈过程如下。

1) 按照第 2 节所述，产生空间相关信道下的预编码反馈码本 $F = \{F_1, \dots, F_n\}$ 。

2) 根据码字 F_i ($i = 1, \dots, n$) 得到其邻域 W_i ，将邻域内的码字与 F_i 的距离做降序排序并编制索引，即 $W_i = \{\bar{F}_1, \dots, \bar{F}_N\}$ ，其中， N 是邻域内码字的个数， \bar{F}_1 是与 F_i 距离最近的码字， \bar{F}_2 是与 F_i 距离次之的码字，以此类推。

3) 将 W_i 内的码字进行 Huffman 编码。例如，假设邻域内码字个数 $N = 8$ ，则 \bar{F}_1 到 \bar{F}_8 的一种 Huffman 编码方式为：01, 11, 000, 001, 101, 1000, 10010, 10011。

4) 下一个时刻码字的搜索在 W_i 中进行，由 $\left\| \bar{V}_w^H \hat{a}_t V_t^H F_i \right\|_F^2$ 最大化，找到最优码字后，将该码字序号的编码反馈给发送端，发送端根据序号编码恢复出码本序号，进而找到此时信道的最佳预编码。

5) 重复 2)~4)，直到整个传输过程结束。

在基于邻域反馈方法中，为了不使误差累加，通常需要采用周期邻域反馈^[7]。同样可以在采用周期邻域反馈的基础上进行 Huffman 编码进一步降低反馈量。

由于在慢衰落信道中，如果前一时刻选择的码字为 F_i ，下一个时刻反馈“01”(F_i)的概率远远大于反馈其他编码的概率，所以空时相关信道码本采用邻域 Huffman 压缩编码反馈可以使反馈量大大降低。

4 仿真结果与分析

首先比较了空间相关 MIMO 信道下采用 Grassmann 码本和所设计的旋转量化码本的系统性能。在仿真中，发送天线数为 $N_t = 4$ ，接收天线数

为 $N_r = 2$ ，子数据流数为 $M = 2$ ，独立同分布瑞利慢衰落信道采用 Jakes 模型。天线阵列为归一化线性阵列，发射端天线间距离为 $d_t = 2l$ ，接收端天线间距离为 $d_r = 0.5l$ ， l 是载波波长。天线接收端到达角为 0° ，收发两端的角度扩展分别为 60° 和 2° ，角度功率谱 PAS 服从拉普拉斯分布。发送端采用 QPSK 调制，Grassmann 码本采用 4 bit 码本。空间相关信道采用 Kronecker 信道模型，接收机采用 ZF 线性接收机，最佳理想预编码采用 SVD 预编码^[1]，假设信道估计是理想信道估计。图 2 和图 3 分别是采用 Grassmann 码本和所设计的旋转量化码本的误码率(BER, bit error rate)性能和容量性能的仿真结果图。

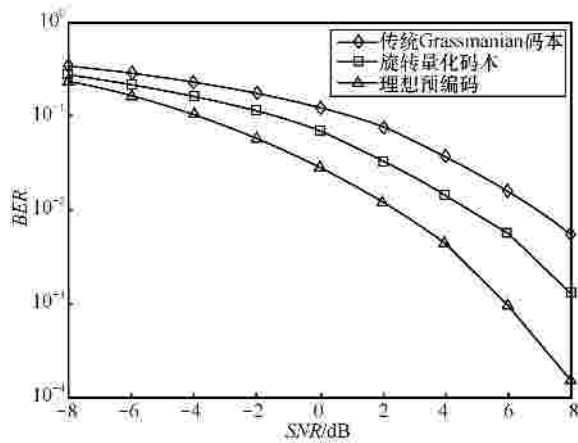


图 2 空间相关信道下不同码本预编码的误码率对比

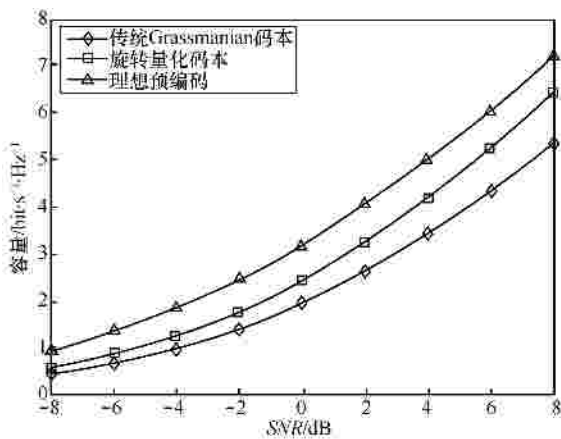


图 3 空间相关信道下不同码本预编码的容量对比

从图 2 和图 3 中可以看出，对于空间相关 MIMO 信道，所设计的空间相关码本在 BER 性能和容量性能上要明显优于传统 Grassmann 码本，这是因为所提出的新码本包含了更多的信道信息，综合考虑了发送天线间的相关性和瑞利衰落特性，所

以可以取得更好的性能。另外，所提出的码本仍然是一种量化码本，其性能与基于理想反馈的最佳 SVD 预编码相比还有一定的差距。

下面将空间相关码本应用到空时相关信道中，并进一步采用邻域反馈及 Huffman 编码减少反馈量。将邻域内码字固定为 $N = 8$ ，采用邻域 Huffman 编码反馈，假设信道在两帧数据时间内是不变的，反馈信道无差错无延时，周期邻域反馈的反馈周期为 2 帧数据。图 4 和图 5 中比较了空时相关信道下普通反馈（旋转量化码本）、邻域反馈、周期邻域反馈、邻域 Huffman 反馈和周期邻域 Huffman 反馈的 BER 性能和反馈总比特数。

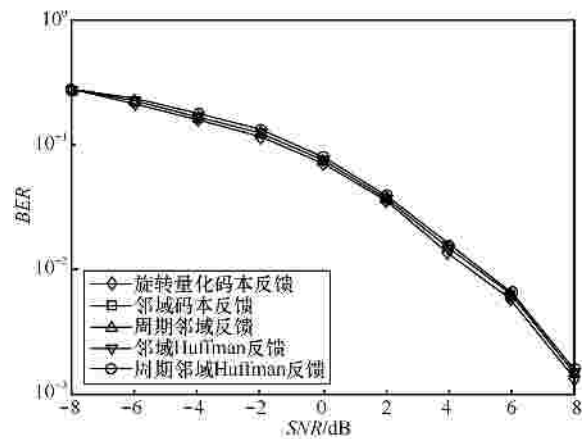


图 4 空时相关信道下不同反馈方法的误码率

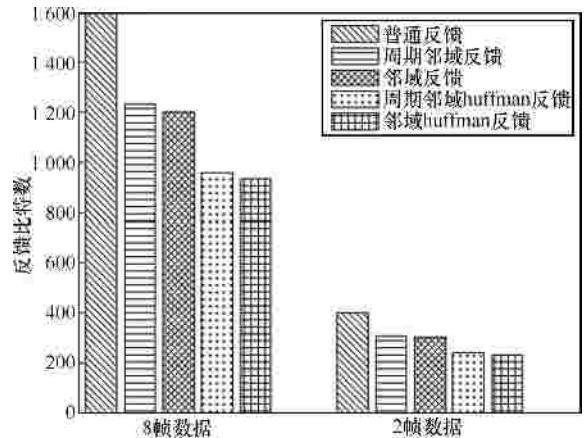


图 5 空时相关信道下不同反馈方法下反馈比特数的比较

从图 4 可以看出，邻域反馈相对普通反馈有少量的性能损失，这是因为邻域反馈减少了码本数量，是一种有损反馈；周期邻域反馈的性能要略好于邻域反馈而差于普通反馈（性能很接近，图 4 中不明显），这是因为周期邻域反馈的累计误差在重新选择原本的旋转量化码本后消失了，而邻域反馈

的误差却不断累加，所以使其误差大于周期领域反馈。周期领域反馈只是在每 2 帧数据的第一个时刻采用原码本，之后也是使用有损的邻域码本反馈，所以性能次于普通反馈。由于 Huffman 压缩编码是一种无损压缩，所以邻域反馈和周期邻域反馈在采用 Huffman 编码反馈后，其性能是不变的。

图 5 比较了 2 帧和 8 帧数据内各种反馈方法的反馈比特数。从图 5 中可以看出，邻域码本可以降低反馈比特数，原因是邻域内码字个数小于普通反馈中的码字个数；对于周期邻域反馈，由于其在每个周期反馈的开始采用原始码本，之后一直使用邻域反馈，因此它的反馈量略高于邻域反馈而低于普通反馈；当采用邻域 Huffman 编码后，反馈比特数进一步减少，这是因为在邻域内，与前一时刻最近的码字成为当前时刻码字的概率最高，采用 Huffman 编码可以对概率最高的码字序号采用最少的比特进行编码，所以它可以进一步减少反馈的比特数。此外，图 5 中还可以看出，传输的数据量越大，利用 Huffman 邻域反馈方法节省的反馈量也越大。

5 结束语

本文针对空时相关 MIMO 信道设计了一种空时联合 Huffman 有限反馈预编码方案。此方案首先通过发送天线相关矩阵对传统 Grassmann 码本进行旋转，再量化，得到空间相关信道下的反馈码本，此码本较传统的码本在误码率性能和容量性能上都有所提高；然后，依据时间和空间上的独立性，对于信道时间域上存在的冗余，利用基于邻域反馈的思想去降低反馈量，并对邻域内的码字序号采用 Huffman 编码，在邻域反馈的基础上进一步降低反馈量。

参考文献：

- [1] MAI H V, PAULRAJ A J. MIMO wireless linear precoding[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24(5):86-105.
- [2] PITAVAL R A, MAATTANEN H L, SCHÖBER K, *et al.* Beamforming codebooks for two transmit antenna systems based on optimum grassmannian packings[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57 (10):6591-6602.
- [3] TURKI I, KAMMOUN I, SIALA M. Precoding for MIMO systems with Grassmannian codebooks[A]. 2012 Third International Conference on Communications and Networking[C]. Hammamet, 2012. 1-7.
- [4] LI S H, JIA H Y, KANG J F. Robust codebook design based on unitary rotation of grassmannian codebook[A]. IEEE 72nd Vehicular Technology Conference Fall[C]. Ottawa, Canada, 2010. 1-9.

- [5] LOVE D J, HEATH R W J. Grassmannian beamforming on correlated MIMO channels[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. Texas, USA, 2004. 106-110.
- [6] RAGHAVAN V, VEERAVALLI V V, SAYEED A M. Quantized multimode precoding in spatially correlated multi-antenna channels[J]. IEEE Trans on Signal Processing, 2008, 56(12):6017-6030.
- [7] 吴敏, 沈超, 裴正定. MIMO 系统中一种基于邻域的有限反馈方法[J]. 系统工程与技术, 2010, 32(7):2343-2347.
WU M, SHEN C, QIU Z D. Neighborhood-based limited feedback approach in MIMO systems[J]. Journal of Systems Engineering and Technology, 2010, 32(7):2343-2347.
- [8] REN W Z, WANG H B, XU L M, *et al.* Research on a quasi-lossless compression algorithm based on Huffman coding[A]. 2011 International Conference on Transportation, Mechanical, and Electrical Engineering (TMEE)[C]. Changchun, China, 2011. 1729-1732.
- [9] POURAHMADI V, KOHANDANI F, MOBASHER A. On the accuracy of channel modeling based on the Kronecker product IEEE 72nd Vehicular Technology Conference Fall[C]. Ottawa, Canada, 2010. 1-5.
- [10] HEATH R W J, SANDHU S, PAULRAJ A J. Antenna selection spatial multiplexing systems with linear receivers[J]. IEEE Communications Letters, 2001, 5(4):142-144.
- [11] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.
ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing:Tsinghua University Press, 2004.
- [12] PITAVAL R A, TIRKKONEN O, BLOSTEIN S D. Density and bounds for Grassmannian codes with chordal distance[A]. IEEE International Symposium on Information Theory Proceedings[C]. Saint Petersburg, Russia, 2011. 2298-2302.

作者简介：



居美艳 (1979-)，女，江西瑞昌人，博士，河海大学讲师，主要研究方向为移动通信与通信信号处理。



葛欣 (1987-)，男，江苏南京人，河海大学硕士生，主要研究方向为信号与信息处理。

李岳衡 (1971-)，男，湖南永兴人，博士，河海大学教授，主要研究方向为通信信号处理、现代无线通信网络。

谭国平 (1975-)，男，湖南澧县人，博士，河海大学副教授，主要研究方向为无线通信、网络信息论。