

稳定分布噪声下基于粒子滤波的多径时变信道盲均衡算法

夏楠^{1,2}, 邱天爽¹, 李景春²

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024; 2. 国家无线电监测中心, 北京 100037)

摘要:提出了一种基于粒子滤波的多径时变信道盲均衡算法,并在此基础上进行扩展,提出了一种基于延迟抽样的盲均衡算法。新算法的贡献可总结为:推导出对称 α 稳定分布 (SaS) 噪声下对传输码元进行最大后验估计的盲均衡算法;对 SaS 分布噪声进行高斯近似并递推出信道及噪声未知参数的联合后验分布。仿真结果表明,所提出的算法是有效的,特别是在较强脉冲噪声情况下要优于其他算法。

关键词:信道盲均衡; SaS 粒子滤波; 最大后验估计; 多径时变信道

中图分类号: TN911.72

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2013)11-0092-08

Particle filter-based multi-path time-varying channel blind equalization in stable noise

XIA Nan^{1,2}, QIU Tian-shuang¹, LI Jing-chun²

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. State Radio Monitoring Center, Beijing 100037, China)

Abstract: A particle filtering (PF) based blind equalization algorithm for the multi-path time-varying channel was presented and a delay sampling blind equalization algorithm was proposed. The contribution of the novel algorithm can be summarized as follows: the blind sequential algorithm was derived which performs the maximum a posteriori (MAP) symbol detection in symmetric-alpha-stable (SaS) distribution noise; and the joint posterior distribution of the Gaussian approximation for SaS distribution noise and the joint posterior distribution of the unknown channel and noise parameters were derived and presented. The simulation results demonstrate that the proposed method is valid and outperforms the existing algorithms, especially in the case of strong impulsive noise.

Key words: channel blind equalization; SaS particle filtering; maximum posteriori estimation; multi-path time-varying

1 引言

未来的宽带无线通信系统很大程度上依赖于复杂的编码及信号处理技术来提高其频谱效率以及系统容量。其中一个基本且重要的问题是对经过多径信道的码元序列进行检测,即信道均衡。当信道参数已知,最大似然估计(MLE)算法是最优的,并且可以通过 Viterbi 算法^[1]降低其运算复杂度,也可直接通过发射及接收训练序列来估计信道状态信息,但是这会引入效率的降低。因此,在信道参数未知并且不使用训练序列的情况下,如何实现信道的盲均衡越来越受到无线通信领域的关注。

近些年来,粒子滤波理论被广泛地应用到通信信号处理领域,特别是信道均衡问题中。文献[2]提出了一种基于粒子滤波的静态信道盲均衡算法,并且适用于信道阶数未知的情况。文献[3]给出信道信息及噪声参数均未知的情况下的盲均衡算法。对于时变信道,文献[4]对信道进行 AR 建模,并采用粒子滤波算法获得对传输码元的最大后验估计,但是该方法不适用于多径时变信道。文献[5]将卡尔曼滤波与粒子滤波相结合,并进行固定滞后平滑,实现对多径时变信道的盲均衡,但是该方法由于运算量巨大而无法实际应用。文献[6]提出一种基于重要性抽样的时变信道盲均衡 (FLPS) 算法,采用

收稿日期: 2012-08-29; 修回日期: 2013-02-19

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61139001, 61172108)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61139001, 61172108)

蒙特卡洛方法对固定标签平滑分布进行近似，通过准确估计最佳重要性分布可以将计算量降低，并可以提高误码率性能。但是，该算法中采用卡尔曼滤波实现对线性高斯模型下状态的最优估计，在非高斯噪声情况下，卡尔曼滤波无法得到状态的最优估计，从而使算法性能衰退严重。

本文提出了一种新的基于粒子滤波的时变信道盲均衡(PF-BCE)算法，并对其进行了扩展，得到延迟抽样粒子滤波盲均衡(DPF-BCE)算法。与现存方法相比，特别是 FLPS 算法，本文算法的创新点为：在未知信道状态、噪声参数的情况下，推导出基于码元最大后验检测的盲均衡方法。同时，考虑 SaS 噪声作为接收信号的叠加噪声，并对噪声进行高斯近似，采用动态递推的方法联合计算噪声及信道参数。

2 SaS 分布的高斯近似

a -稳定分布可由其特征函数表示为^[7]

$$f(\varphi) = \begin{cases} \exp \left\{ \begin{aligned} & j\mu\varphi - |\varphi|^a \left[1 - j\beta \operatorname{sgn}(\varphi) \tan(p\alpha/2) \right] \end{aligned} \right\}, a \neq 1 \\ \exp \left\{ \begin{aligned} & j\mu\varphi - |\varphi|^a \\ & [1 + j\beta(2/p)\operatorname{sgn}(\varphi)\ln|\varphi|] \end{aligned} \right\}, a = 1 \end{cases} \quad (1)$$

其中， $a(a \in (0, 2])$ 是特征指数，用来描述分布的拖尾程度， a 值越小代表拖尾越重，分布的脉冲性越强，相反， a 值越大说明分布的脉冲性越弱。 $\beta(\beta \in [-1, 1])$ 决定分布的非对称程度， $\beta = 0$ 表示对称分布， $\beta > 0$ 和 $\beta < 0$ 分别对应着左斜和右斜。 $\varphi(\varphi \in (0, \infty))$ 用来描述分散情况和高斯分布中方差的含义类似。 $\mu \in R$ 称为位置参数，表示分布的均值。笔者用符号 $S(a, \beta, \varphi, \mu)$ 表示 a 稳定分布。当 $\varphi = 1$ ， $\mu = 0$ 时，标准的稳定分布可以简化为 $S(a, \beta) = S(a, \beta, 1, 0)$ 。容易知道，分布的特征函数和概率密度函数是傅立叶变换对，通过对 Alpha 稳定分布的特征函数进行傅立叶变换，可以得到其概率密度函数，其中， $S(2, 0)$ 对应高斯分布， $S(1, 0)$ 对应柯西分布， $S(1/2, -1)$ 对应皮尔逊分布。但是除了这 3 种特殊分布外，其他情况下概率密度函数均无封闭的表达式。根据文献[7]可知， $S(a, \beta)$ 可表示为

$$S(a, \beta) \sim S(a_1, \beta_1) S(a_2, 1)^{1/a_1} \quad (2)$$

其中， $a = a_1 a_2$ ， $\beta = \beta_1 k(a_1) / k(a_1, a_2)$ ， $k(x) =$

$1 - |1 - x|$ 。对于一个对称 a 稳定分布，可表示为

$$S(a, 0) \sim S(a_1, 0) S(a/a_1, 1)^{1/a_1} \quad (3)$$

如果 $a_1 = 2$ ，那么分布 $S(a, 0)$ 可以用一个标准的高斯分布 $N(0, 1)$ 和一个正向 a 稳定分布 $S(a/2, 1)^{1/2}$ 相乘来表示。这种表达形式突破了传统解决 a 稳定分布问题的思路，而将非高斯问题转化为高斯问题。式(3)中， $S(a/2, 1)^{1/2}$ 可认为是一个时变的高斯分布标准差。本文中，笔者考虑的噪声分布为

$$S(a, 0, \varphi, 0) \sim S(a/2, 1, \varphi, 0)^{1/2} N(0, 1) \quad (4)$$

可近似为均值为 0，方差为 $\varphi \sim S(a/2, 1, \varphi, 0)$ 的高斯分布，其中， a 和 φ 值均未知。

3 信号模型

笔者考虑发射信号经过多径时变信道，并叠加 SaS 分布噪声，在接收端经过匹配滤波器及码率抽样器之后得到基带复信号，可表示为

$$y_k = \mathbf{h}_k^T \mathbf{s}_k + v_k, \quad k = 0, 1, L, K \quad (5)$$

其中， K 表示传输的码元个数， y_k 表示按照码率抽样后的接收信号， $\mathbf{h}_k = [h_{k+L-1}, h_{k+L-2}, \dots, h_k]^T$ ($\mathbf{h}_k^T \cdot \mathbf{h}_k = 1$) 表示时变多径信道系数，信道阶数 L 已知， $\mathbf{s}_k = [s_{k-L+1}, s_{k-L+2}, \dots, s_k]^T$ 表示第 k 个传输码元，假设其满足均匀分布 $s_k \sim U(\pm 1)$ (BPSK)， v_k 表示 SaS 分布噪声序列的第 k 个抽样点，有 $v_k \sim S(a, 0, \varphi, 0)$ ，其可近似为均值为 0 标准差为 $\varphi \sim S(a/2, 1, \varphi, 0)^{1/2}$ 的高斯噪声，定义广义信噪比 $GSNR = 10 \lg(\mathbf{h}_k^T \mathbf{h}_k / \varphi^2)$ 。信道向量 \mathbf{h}_k 及码元向量 \mathbf{s}_k 可以用状态空间模型表示为

$$\mathbf{h}_k = A \mathbf{h}_{k-1} + \mathbf{u}_k \quad (6)$$

$$\mathbf{s}_k = D \mathbf{s}_{k-1} + \mathbf{n}_k \quad (7)$$

其中， A 为已知的信道状态转移矩阵， \mathbf{u}_k 表示 k 时刻叠加的信道噪声，满足 $\mathbf{u}_k \sim N(0, P)$ 。 D 是 $L \times L$ 维状态转移矩阵，有 $D[s_{k-L}, s_{k-L+1}, \dots, s_{k-1}]^T = [s_{k-L+1}, \dots, s_{k-1}, 0]^T$ ， $\mathbf{n}_k = [0, 0, \dots, s_k]^T$ 是 $L \times 1$ 维干扰向量。

本文的目标是在信道及噪声参数未知且仅给出观测序列 $y_{0:K}$ 的情况下，设计一种贯序算法来近似计算传输码元 $s_{0:K}$ 的联合 MAP 估计。

4 递推估计未知参数的后验概率

由贝叶斯理论可知,对传输码元估计的所有信息都包含在联合后验概率分布函数 $p(s_{0:K} | y_{0:K})$ 中,那么对码元的 MAP 估计可以通过下式获得。

$$s_{0:K}^{(\text{MAP})} = \arg \max_{s_{0:K}} \{ p(s_{0:K} | y_{0:K}) \} \quad (8)$$

式(8)也可以用递推的形式表示为

$$\begin{aligned} & p(s_{0:k} | y_{0:k}) \\ & \propto p(y_k | s_{0:k}, \mathbf{h}_{0:k}, ?_{0:k}, y_{0:k-1}) \cdot \\ & p(\mathbf{h}_k, ?_k | \mathbf{h}_{0:k-1}, ?_{0:k-1}, s_{0:k}, y_{0:k}) \cdot \\ & p(s_k | s_{0:k-1}, y_{0:k}) p(s_{0:k-1} | y_{0:k-1}) \end{aligned} \quad (9)$$

这里,也是本文中最重要的是计算联合后验概率 $p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k})$ 。为方便推导,令 $?_k = 1/?_k$,则目标分布为 $p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k})$,假设信道及噪声参数服从高斯分布,笔者考虑以下因式分解。

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k}) \\ & \propto p(y_k | \mathbf{h}_k, ?_k, s_k) p(\mathbf{h}_k | s_{0:k-1}, y_{0:k-1}) \cdot \\ & p(?_k | s_{0:k-1}, y_{0:k-1}) \\ & \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[(y_k - \mathbf{h}^T s_k)^T (y_k - \mathbf{h}^T s_k) ?_k^2 + \right. \right. \\ & \left. \left. (\mathbf{h}_k - A\bar{\mathbf{h}}_{k-1})^T \mathbf{P}_k^{-1} (\mathbf{h}_k - A\bar{\mathbf{h}}_{k-1}) + c_k^{-1} (?_k - \bar{?}_k)^2 \right] \right\} \end{aligned} \quad (10)$$

这里,需要给出信道及噪声参数的先验分布,有 $p(\mathbf{h}) \sim N(\bar{\mathbf{h}}_0, \mathbf{P}_0)$ 和 $p(?) \sim N(\bar{?}_0, c_0)$,其中, $\bar{\mathbf{h}}_0 = A\bar{\mathbf{h}}_{-1}$ 。为贯序估计信道及噪声参数,笔者给出以下推导。对联合分布 $p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k})$ 求偏导,有

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{h}_k, ?_k)}{\partial \mathbf{h}_k} &= \frac{\partial \ln p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k})}{\partial \mathbf{h}_k} \\ &= -s_k^T (y_k - \mathbf{h}_k^T s_k) ?_k^2 + \mathbf{P}_k^{-1} (\mathbf{h}_k - A\bar{\mathbf{h}}_{k-1}) \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial J(\mathbf{h}_k, ?_k)}{\partial ?_k} &= \frac{\partial \ln p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k})}{\partial ?_k} \\ &= |y_k - \mathbf{h}_k^T s_k|^2 ?_k + c_k^{-1} (?_k - \bar{?}_k) \end{aligned} \quad (12)$$

令 $\frac{\partial J(\mathbf{h}_k, ?_k)}{\partial \mathbf{h}_k} = 0$, $\frac{\partial J(\mathbf{h}_k, ?_k)}{\partial ?_k} = 0$, 不难得到

$$\mathbf{P}_{k+1}^{-1} = \mathbf{P}_k^{-1} + s_k s_k^T \bar{?}_k^2 \quad (13)$$

$$\bar{\mathbf{h}}_k = A\bar{\mathbf{h}}_{k-1} \quad (14)$$

$$c_{k+1}^{-1} = c_k^{-1} + |y_k - \bar{\mathbf{h}}_k^T s_k|^2 \quad (15)$$

$$\bar{\mathbf{h}}_{k+1} = \mathbf{P}_{k+1} (s_k y_k \bar{?}_k^2 + \mathbf{P}_k^{-1} \bar{\mathbf{h}}_k) \quad (16)$$

$$\bar{?}_{k+1} = c_{k+1} c_k^{-1} \bar{?}_k \quad (17)$$

可以将式(10)重新表示为

$$\begin{aligned} & p(\mathbf{h}_k, ?_k | s_{0:k}, y_{0:k}) \\ & \propto \exp \left\{ -\frac{1}{2} \left[(\mathbf{h}_k - A\bar{\mathbf{h}}_{k-1})^T \mathbf{P}_k^{-1} \right. \right. \\ & \left. \left. (\mathbf{h}_k - A\bar{\mathbf{h}}_{k-1}) + c_k^{-1} (?_k - \bar{?}_k)^2 \right] \right\} \\ & = N(\bar{\mathbf{h}}_{k+1}, \mathbf{P}_{k+1}) N(\bar{?}_{k+1}, c_{k+1}) \end{aligned} \quad (18)$$

5 PF-BCE 算法

对于盲均衡问题,本文的目标是得到后验概率 $p(s_{0:k} | y_{0:k})$ 。但是在很多情况下,其很难直接获得,根据粒子滤波理论,可通过在已知的重要性函数 $q(s_{0:k} | y_{0:k})$ 上抽样来实现。重要性分布函数 $q(s_{0:k} | y_{0:k})$ 在波形上与目标函数 $p(s_{0:k} | y_{0:k})$ 相似,且更容易获得。若笔者在重要性函数抽样得到 $i(i=1, 2, \dots, N)$ 个粒子。

$$(s_{0:K}^{(i)}) \sim q(s_{0:K} | y_{0:K}) \quad (19)$$

则可得到对应的重要性权重为

$$\mathbb{W}^{(i)} \sim p(s_{0:K}^{(i)} | y_{0:K}) / q(s_{0:K}^{(i)} | y_{0:K}) \quad (20)$$

对权重进行归一化,有

$$w^{(i)} = \mathbb{W}^{(i)} / \sum_{i=1}^N \mathbb{W}^{(i)} \quad (21)$$

考虑将重要性函数进行以下因式分解可得

$$q(s_{0:k} | y_{0:k}) \propto q(s_k | s_{0:k-1}, y_{0:k}) q(s_{0:k-1} | y_{0:k-1}) \quad (22)$$

结合式(9)和式(22),可得到重要性权重的递推式更新为

$$\begin{aligned} w_k^{(i)} &= w_{k-1}^{(i)} p(y_k | s_{0:k}^{(i)}, \mathbf{h}_k^{(i)}, ?_k^{(i)}, y_{0:k-1}) \cdot \\ & p(\mathbf{h}_k^{(i)}, ?_k^{(i)} | s_{0:k}^{(i)}, y_{0:k}) \cdot \\ & p(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k}) / q(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k}) \end{aligned} \quad (23)$$

重要性函数 $q(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k})$ 的选择对粒子滤波算法性能的优劣起到了至关重要的作用,最优重要性函数是包含当前观测及之前所有状态信息的条件概率分布,选择的准则是使该条件概率下重要性权重的方差最小。根据本文所考虑的情况,接收信号中包含有 SaS 分布噪声,信噪比较低,本文所使用的最优重要性函数为

$$q^{\text{opt}}(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k}^{(i)}) \\ = p(\mathbf{h}_k^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)} | s_{0:k}^{(i)}, y_{0:k}^{(i)}) p(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k}^{(i)}) \quad (24)$$

这种重要性抽样方法的优势对于低信噪比情况能获得较高的估计性能，原因在于，当信噪比较低时，与似然函数相比，状态预测能够为下一时刻状态估计提供更多的信息。最优重要性函数可通过以下两步来抽样。

1) 对信道及噪声参数进行抽样

$$\mathbf{h}_k^{(i)} \sim N(\bar{\mathbf{h}}_{k+1}, \mathbf{P}_{k+1}) \quad (25)$$

$$\hat{\sigma}_k^{(i)} \sim N(\bar{\sigma}_{k+1}, c_{k+1}) \quad (26)$$

2) 对码元进行抽样，依据是产生使似然函数最大的码元粒子，于是有

$$s_k^{\text{MAP},(i)} \\ = \arg \max_{s \in \{\pm 1\}} \left\{ p(y_k | s_k = s, s_{0:k-1}^{(i)}, \mathbf{h}_k^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)}, y_{0:k-1}^{(i)}) \right\} \\ = \arg \max_{s \in \{\pm 1\}} \left\{ \exp \left\{ - \left[y_k - (\mathbf{h}_k^{(i)})^T \mathbb{y}_k^{(i)} \right]^2 / (\hat{\sigma}_k^{(i)})^2 \right\} / 2 \right\} \quad (27)$$

其中， $\mathbb{y}_k^{(i)} = [s_{k-L+1}^{(i)}, s_{k-L+2}^{(i)}, \dots, s_k^{(i)}]^T$ 。

粒子的重要性权重可通过下式进行更新。

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} p(y_k | s_k^{(i)}, \mathbf{h}_k^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)}) \\ \propto w_{k-1}^{(i)} \exp \left\{ - \left[y_k - (\mathbf{h}_k^{(i)})^T s_k^{(i)} \right]^2 / (\hat{\sigma}_k^{(i)})^2 \right\} \quad (28)$$

其中， $s_k^{(i)} = [s_{k-L+1}^{(i)}, s_{k-L+2}^{(i)}, \dots, s_k^{\text{MAP},(i)}]^T$ 。

因此，可得到时变多径信道系数估计为

$$\hat{\mathbf{h}}_k = \sum_{i=1}^N \mathbf{h}_k^{(i)} w_k^{(i)} \quad (29)$$

瞬时噪声方差系数估计可表示为

$$\hat{\sigma}_k^2 = \sum_{i=1}^N \hat{\sigma}_k^{(i)} w_k^{(i)} \quad (30)$$

码元 s_k 的边缘 MAP 估计为

$$\hat{s}_k^{\text{MAP}} = \arg \max_{s \in \{\pm 1\}} \left\{ \sum_{i=1}^N d^{(i)} (s - s_k^{(i)}) w_k^{(i)} \right\} \quad (31)$$

其中，当 $s = s_k^{(i)}$ 时， $d^{(i)} = 1$ ，否则 $d^{(i)} = 0$ 。为防止粒子衰退，需要采用重抽样方法，具体原理和方法请参考文献[8]，本文采用经典的残差重抽样算法

对粒子进行更新。

6 DPF-BCE 算法

在一些实际问题中，比如发射端和接收端之间的视距路径 h_0 衰落比较严重时，使得码元 s_k 对似然概率 $p(y_k | \mathbf{h}_{0:k}, \hat{\sigma}_{0:k}, s_{0:k}, y_{0:k-1})$ 的贡献降低，进而导致不论有用的粒子还是无用的粒子都会拥有相近的较小权重，并且很难通过重要性抽样算法对其进行判别。一种处理这种限制的方法是采用延迟抽样技术^[6]。这一节中，笔者提出基于延迟粒子滤波的信道盲均衡算法，即 DPF-BCE 算法。

延迟抽样的基本思想是通过未来的观测样本对粒子进行抽样。更具体地说，如果考虑一个固定标签 d ，对码元 $s_k^{(i)}$ 的抽样需要接收到 $y_{0:k+d-1}$ 之后来完成，笔者假设在延迟抽样过程中，噪声方差保持不变且为 $\hat{\sigma}_k^{(i)}$ ，相应的重要性权重也需要通过所有这些观测样本来计算，于是可得

$$(s_k^{(i)}) \sim q(s_k | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) \quad (32)$$

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \cdot$$

$$p(y_{k:k+d-1} | s_{0:k}^{(i)}, \mathbf{h}_{k:k+d-1}^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)}, y_{0:k-1}^{(i)}) \cdot \\ p(\mathbf{h}_{k:k+d-1}^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)} | s_{0:k}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) \cdot \\ p(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) / q(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) \quad (33)$$

其中，似然函数可通过下式计算。

$$p(y_{k:k+d-1} | s_{0:k}^{(i)}, \mathbf{h}_{k:k+d-1}^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)}, y_{0:k-1}^{(i)}) \\ = \prod_{m=0}^{d-1} \exp \left\{ - \left[y_{k+m} - (\mathbf{h}_{k+m}^{(i)})^T s_{k+m}^{(i)} \right]^2 / (\hat{\sigma}_k^{(i)})^2 \right\} \quad (34)$$

根据式(24)，选择最优重要性函数为

$$q^{\text{opt}}(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) \\ = p(\mathbf{h}_{k:k+d-1}^{(i)}, \hat{\sigma}_k^{(i)} | s_{0:k}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) p(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k+d-1}^{(i)}) \quad (35)$$

其中，信道参数和噪声参数的状态更新关系可参考式(13)~式(17)，于是可得

$$\text{inv}(\mathbf{P}_{k+1}^{(i)}) = \text{inv}(\mathbf{P}_k^{(i)}) + \mathbf{S}_k^{(i)} (\mathbf{S}_k^{(i)})^T (\hat{\sigma}_k^{(i)})^2 \quad (36)$$

$$\mathbf{H}_k^{(i)} = \mathbf{A} \mathbf{H}_{k-1}^{(i)} \quad (37)$$

$$\mathbf{E}_k^{(i)} = \mathbf{Y}_k - \text{diag} \left((\mathbf{H}_k^{(i)})^T \mathbf{S}_k^{(i)} \right) \quad (38)$$

$$\text{inv}(c_{k+1}^{(i)}) = d \cdot \text{inv}(c_k^{(i)}) + (\mathbf{E}_k^{(i)})^T (\mathbf{E}_k^{(i)}) \quad (39)$$

$$\mathbf{H}_{k+1}^{(i)} = \mathbf{P}_{k+1}^{(i)} (\mathbf{S}_k^{(i)} \mathbf{Y}_k (\hat{\sigma}_k^{(i)})^2 + \text{inv}(\mathbf{P}_k^{(i)}) \mathbf{H}_k^{(i)}) \quad (40)$$

$$\hat{x}_{k+1}^{(i)} = dc_{k+1}^{(i)} \text{inv} \left(c_k^{(i)} \right) \hat{x}_k^{(i)} \quad (41)$$

其中，函数 $\text{inv}(\cdot)$ 表示逆运算， $S_k^{(i)} = [s_k^{(i)}, s_{k+1}^{(i)}, \dots, s_{k+d-1}^{(i)}]$ ， $H_k^{(i)} = [h_k^{(i)}, h_{k+1}^{(i)}, \dots, h_{k+d-1}^{(i)}]$ ， $Y_k = [y_k, y_{k+1}, \dots, y_{k+d-1}]^T$ ，函数 $\text{diag}(\cdot)$ 表示提取矩阵对角线元素。码元的状态更新可根据式(27)得到。

$$s_k^{\text{MAP},(i)} = \arg \max_{s \in \{\pm 1\}} \left\{ \prod_{m=0}^{d-1} p \left(y_{k+m} \left| \begin{matrix} s_{k+m} = s, s_{0:k-1} \\ h_{k+m}^{(i)}, \hat{x}_k^{(i)}, y_{0:k-1} \end{matrix} \right. \right) \right\}$$

$$= \arg \max_{s \in \{\pm 1\}} \left\{ \prod_{m=0}^{d-1} \exp \left[- \left| y_{k+m} - (h_{k+m}^{(i)})^T \mathfrak{g}_{k+m}^{(i)} \right|^2 / (s_k^{(i)})^2 / 2 \right] \right\} \quad (42)$$

其中， $\mathfrak{g}_{k+m}^{(i)} = [s_{k+m-L+1}^{(i)}, s_{k+m-L+2}^{(i)}, \dots, s]^{T}$ 。并且与式(29)~式(31)类似地得到 DPF-BCE 算法的信道参数、噪声参数及码元的估计结果。

DPF-BCE 算法是对 PF-BCE 算法的扩展，与 PF-BCE 算法相比，DPF-BCE 算法在计算复杂度方面有所增加，但是这种方法可以有效地抑制严重信道衰落对均衡的影响，图 1 给出 PF-BCE 和 DPF-BCE 2 种算法的执行步骤。

7 实验仿真

7.1 实验条件

为评估本文所提出的 DPF-BCE 和 PF-BCE 算法的性能，笔者进行了多种条件下的计算机实验仿真验证。在仿真中，笔者采用粒子数量为 $N = 100$ ，

多径信道阶数为 $L = 3$ ，延迟抽样间隔 $d = 3$ 。为得到可靠的结果，产生 $M = 50$ 个统计独立的数据分组，每个数据分组中含有 $K = 200$ 个码元。信道状态转移方程为

$$h_k = Ah_{k-1} + \sqrt{P}CN(0, I)$$

根据文献[6]中对慢衰落和快衰落信道的说明，若信道状态转移矩阵 $A = \sqrt{0.999}I$ ，则信道为快衰落信道，若 $A = \sqrt{0.992}I$ ，则信道为慢衰落信道，其中， I 是 L 维单位阵。本文仿真实验中考虑对快衰落信道的盲估计及均衡问题，信道噪声协方差矩阵为 $P = 10^{-4}I$ 。 $CN(\mu, S)$ 表示均值为 μ ，方差为 S 的复高斯分布。信道、噪声参数和码元的先验分布可表示为

$$h_0 \sim CN(0, 0.5I), \quad \gamma_0 \sim N(0.5, 0.1), \quad s_0 \sim U(\pm 1)$$

设定广义信噪比 GSNR=10 dB。若无特殊说明，以上参数在仿真中保持不变。

为了与其他信道均衡算法进行对比，笔者考虑以下几种方法：1) 本文提出的 PF-BCE 和 DPF-BCE 算法；2) 文献[6]提出的 FLPS 算法，文献[6]是将 FLPS 算法移植到 turbo 均衡器中，并采用多次迭代，为公平比较，将该算法与本文的 2 种算法在非 turbo 均衡条件下进行比较；3) 文献[1]描述的经典 MLE 算法，作为误码率下界，该算法需要已知信道系数。

7.2 实验结果

首先给出当拖尾指数 a 分别为 2 和 1.5 时，DPF-BCE 算法对信道系数的跟踪结果，如图 2 和图 3 所

1) 初始化：在先验概率分布 $p(h_0)$ 、 $p(\gamma_0)$ 和 $p(s_0)$ 抽样得到粒子 $\{h_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ 、 $\{\gamma_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ 和 $\{s_0^{(i)}\}_{i=1}^N$

2) For $k = 1, 2, \dots, L$

3) 根据式(24)在重要性分布 $q^{\text{opt}}(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k})$ 上对粒子进行抽样，其中根据式(25)和式(26)对信道及噪声参数粒子进行更新，得到 $h_k^{(i)}$ 和 $\hat{x}_k^{(i)}$ ，根据式(27)对码元粒子进行更新，得到 $s_k^{\text{MAP},(i)}$

4) 根据式(28)对粒子的重要性权重进行计算，得到 w_k^i

5) 根据式(21)对权重进行归一化，得到 \mathfrak{w}_k^i

6) 根据文献[8]，对粒子进行重抽样

7) 根据式(29)、式(30)和式(31)获得对状态参数的 MMSE 估计 \hat{h}_k 、 $\hat{\gamma}_k$ 和 s_k^{MAP}

8) End k

(a) PF-BCE 算法步骤

1) 初始化：在先验概率分布 $p(h_{0:d-1})$ 、 $p(\gamma_0)$ 和 $p(s_{0:d-1})$ 抽样得到粒子 $\{h_{0:d-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$ 、 $\{\gamma_0^{(i)}\}_{i=1}^N$ 和 $\{s_{0:d-1}^{(i)}\}_{i=1}^N$

2) For $k = 1, 2, \dots, L$

3) 根据式(35)在重要性分布 $q^{\text{opt}}(s_k^{(i)} | s_{0:k-1}^{(i)}, y_{0:k+d-1})$ 上对粒子进行抽样，根据式(36)~式(42)得到 $H_k^{(i)}$ 、 $\hat{x}_k^{(i)}$ 和 $S_k^{(i)}$

4) 根据式(33)对粒子的重要性权重进行计算，得到 w_k^i

5) 对权重进行归一化，得到 \mathfrak{w}_k^i

6) 对粒子进行重抽样

7) 与 PF-BCE 算法类似，获得对各状态参数的 MMSE 估计

8) End k

(b) DPF-BCE 算法步骤

图 1 PF-BCE 和 DPF-BCE 算法步骤

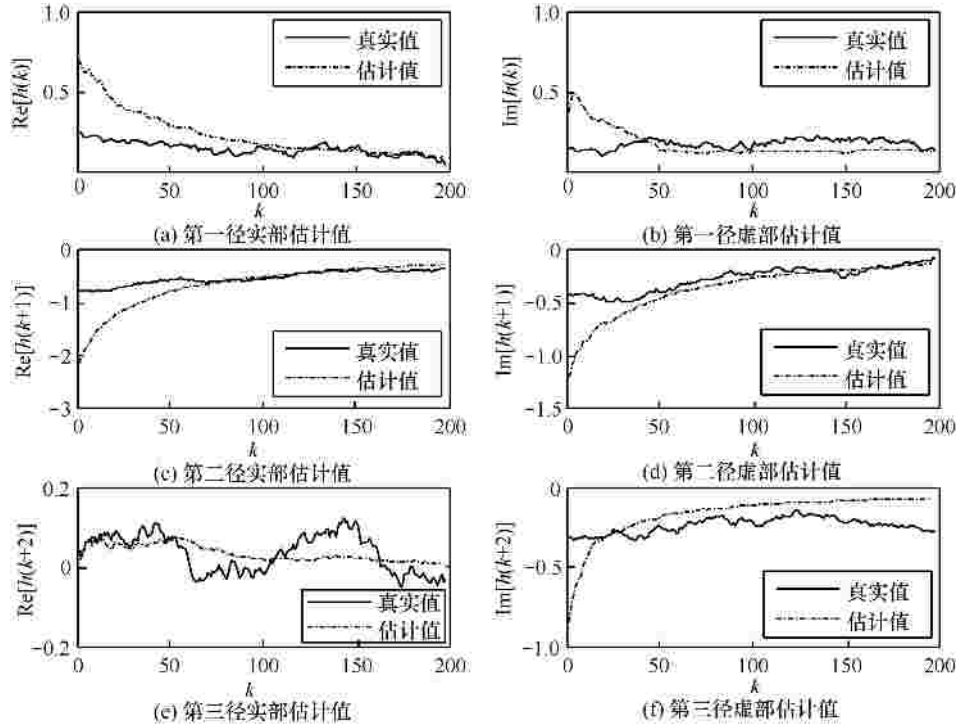


图 2 信道估计, GSNR=10 dB, a=2

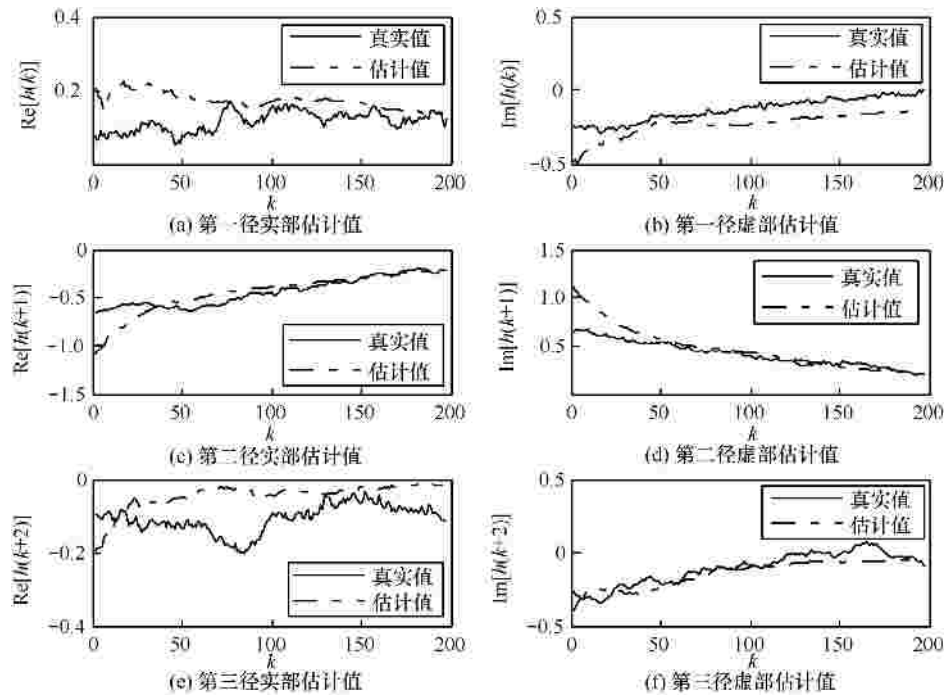


图 3 信道估计, GSNR=10 dB, a=1.5

示, 图中无论是高斯噪声还是脉冲噪声, DPF-BCE 算法均能较好地实现对时变多径信道的跟踪, 主要原因在于算法中采用对噪声的高斯近似方法, 并对噪声参数进行实时估计, 以实现动态调整粒子的权重。图 4 和图 5 是对 $M (M = 50)$ 个相互独立的数据分组内

的多径信道进行跟踪, 得到归一化均方根误差
$$NRMSE(k) = \sqrt{\sum_{i=1}^M (\|h^i(k) - \hat{h}^i(k)\|_2^2 / \|h^i(k)\|_2^2) / M}$$
, 其中, $\hat{h}^i(k)$ 表示 k 时刻第 i 次实验中信道参数估计值, 符号 $\|\cdot\|_2$ 表示二范数。从统计结果中可以

看出, 根据给定的初始分布, 在高斯噪声下, 本文提出的 DPF-BCE 算法能够快速对多径时变信道进行跟踪, 性能与 FLPS 算法相近, 比没有延迟抽样的 PF-BCE 算法估计误差要小很多。在 $a=1.5$ 的脉冲噪声情况下, DPF-BCE 算法仍然能够获得较高的信道估计精度, 而 FLPS 算法对脉冲噪声的韧性不强, 主要原因在于算法中采用卡尔曼滤波对状态进行估计, 而卡尔曼滤波是对线性高斯模型具有较好的估计性能, 对于非高斯噪声则效果不佳。

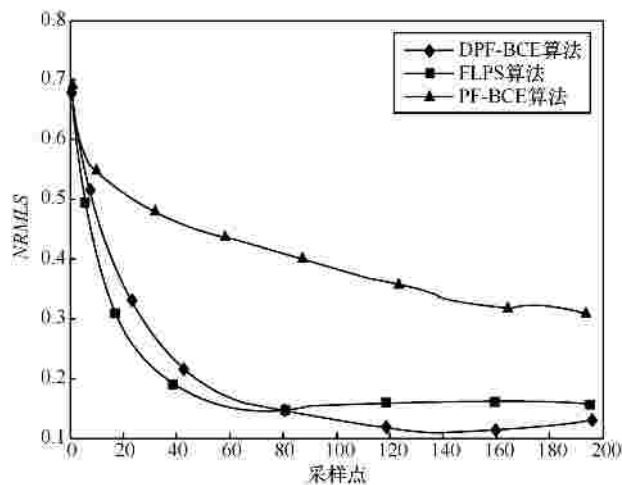


图 4 信道 NRMLS 估计, $GSNR=10$ dB, $a=2$

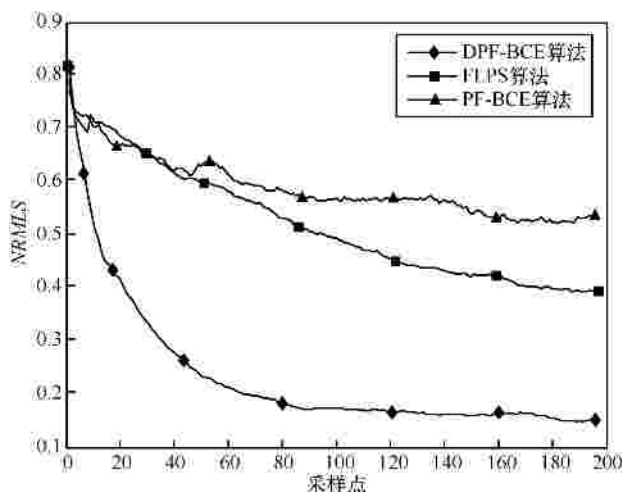


图 5 信道 NRMLS 估计, $GSNR=10$ dB, $a=1.5$

接下来分别给出当 $a=2$ 和 $a=1.5$ 时, 几种算法针对码元检测的误码率 (SER) 随 GSNR 的变化曲线, 如图 6 和图 7 所示。可以观察到, 在高斯噪声下, DPF-BCE 和 FLPS 2 种算法在性能方面很相近, 与 MLE 算法的误码率曲线也比较接近, 更要低于 PF-BCE 算法的误码率。正如本文第 6 节所分析的, PF-BCE 算法性能受信道参数影响较大, 误码率较

高。在 SaS 分布噪声下, DPF-BCE 算法引入噪声方差估计, 能够较准确地跟踪脉冲噪声幅度的变化, 这能够保证对时变信道的跟踪质量, 也就能有效地遏制脉冲噪声对算法性能的影响, 使得算法具备较高的韧性, 而 FLPS 算法对非高斯噪声比较敏感, 性能下降较严重, 这也进一步说明了 FLPS 算法中采用卡尔曼滤波对非高斯环境下的状态估计性能受限。

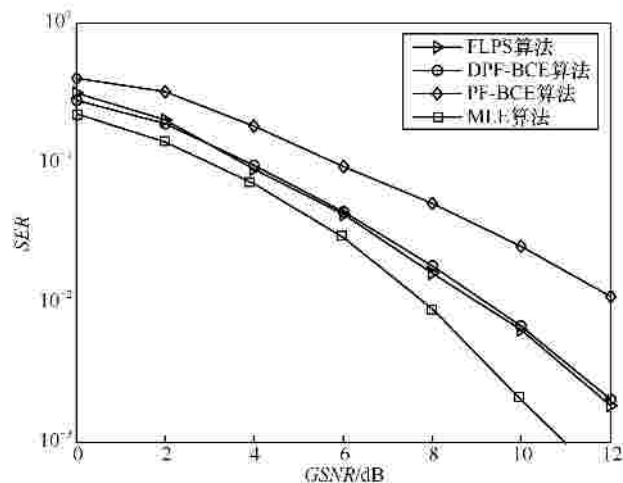


图 6 SER 随 GSNR 的变化曲线, $a=2$

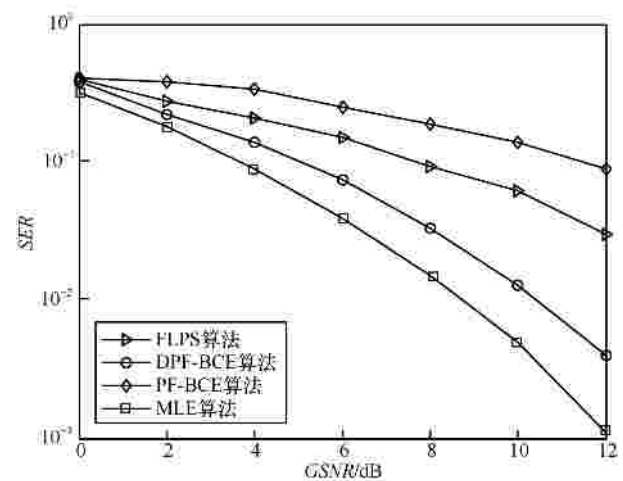


图 7 SER 随 GSNR 的变化曲线, $a=1.5$

最后, 为研究 Alpha 对几种算法的影响, 笔者给出误码率随 Alpha 的变化曲线, 如图 8 所示。可以清晰地观察到, 对于 Alpha 大于 1.6 的 SaS 分布噪声, DPF-BCE 算法具有较好的抑制效果。FLPS 算法在 Alpha 为 2 时, 与 DPF-BCE 算法性能接近, 而当 Alpha 小于 2 时, 误码率要高于 DPF-BCE 算法, 这也又一次证实了 FLPS 算法的韧性不如本文所提出的 DPF-BCE 算法。

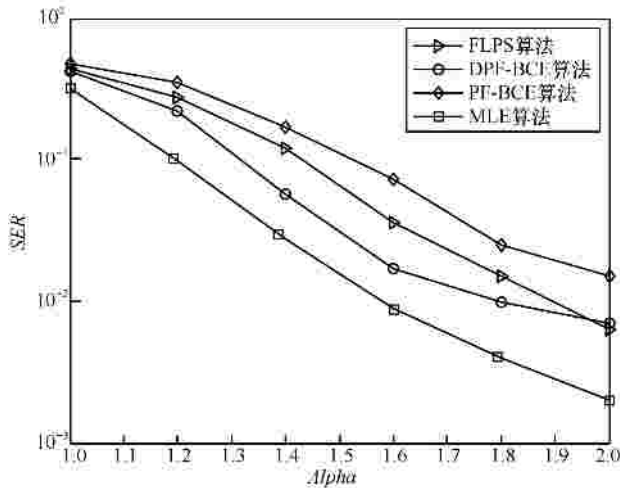


图 8 SER 随 Alpha 变化曲线, GSNR=10 dB

8 结束语

本文提出了一种 SaS 噪声下基于粒子滤波的信道盲均衡算法。该方法首先对 SaS 分布噪声进行高斯近似, 然后推导出基于最大后验准则的码元检测算法, 能够有效地消除多径快衰落信道对系统性能的影响。本文另外一个创新点在于, 接收端无须知道信道及噪声参数等信息, 而是采用贯序方法计算联合后验概率密度函数。本文针对不同信道情况分别提出了 PF-BCE 和 DPF-BCE 算法, 仿真实验表明所提出的 DPF-BCE 算法在噪声脉冲性较强的情况下仍然能够达到较低的误码率, 可有效解决 FLPS 算法受限于非高斯噪声的问题。

参考文献：

[1] PROAKIS J G. Digital Communications[M]. Singapore: McGraw-Hill, 1995.

- [2] MÍGUEZ J, DJURIC P M. Blind equalization of frequency-selective channels by sequential importance sampling[J]. IEEE Trans Signal Process, 2004, 52(10):2738-2747.
- [3] BORDIN C J, BRUNO M G S. Particle filters for joint blind equalization and decoding in frequency-selective channels[J]. IEEE Trans Signal Process, 2008, 56(6):2395-2405.
- [4] DJURIC P M. Particle filtering[J]. IEEE Signal Process Magazine, 2003, 20(5):19-38.
- [5] VÁZQUEZ M A, BUGALLO M F, MÍGUEZ J. Sequential monte carlo methods for complexity-constrained MAP equalization of dispersive MIMO channels[J]. IEEE Trans Signal Process, 2008, 88(4): 1017-1034.
- [6] GUIMARÃES A, AIT-EL-FQUIH B, DESBOUVRIES F. A fixed-lag particle smoother for blind SISO equalization of time-varying channels[J]. IEEE Trans Wireless Commun, 2010, 9(2):512-516.
- [7] CHAMBERS J M, MALLOWES C L, STUCK B W. A method for simulating stable random variables[J]. Journal of the American Statistical Association, 1976, 71(354):340-344.
- [8] BOLIC M, DJURIC P M, HONG S. Resampling algorithms for particle filtering: a computational complexity perspective[J]. Applied Signal Process, 2004, 2004(1):2267-2277.

作者简介：



夏楠 (1983-), 男, 辽宁大连人, 博士, 国家无线电监测中心工程师, 主要研究方向为通信信号监测与信息处理等。

邱天爽 (1954-), 男, 江苏海门人, 博士, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为信号信息处理。

李景春 (1966-), 男, 河北宁晋人, 博士, 国家无线电监测中心副主任兼总工程师, 主要研究方向为无线电监测理论与应用。