

# $k$ 用户 MIMO-Y 双向中继信道中物理层网络编码研究

王涛, 王勇, 张悦

(西安电子科技大学 网络与信息安全学院 ISN 国家重点实验室, 陕西 西安 710071)

**摘要:** 为了使  $k$  个用户能够在多输入多输出 Y (multi-input multi-output -Y) 双向中继信道中利用物理层网络编码技术实现用户间信息交换, 在上行链路阶段和下行链路阶段均采用广义信号对齐(GSA, general signal alignment)技术, 提出了 GSA-GSA 方案。本方案将对齐信号从传统的方向子空间转移到变换子空间, 在源节点和中继节点联合设计预编码矩阵和处理矩阵, 克服了传统信号空间对齐成立的条件限制。同时分析了该方案的收发天线数目约束条件以及系统和速率, 通过仿真对比可以看到当信噪比和系统自由度(DoF, degrees of freedom)都相同时, 该方案能减少系统所需天线数目, 提高系统可达和速率。

**关键词:** 多输入多输出 Y 信道; 物理层网络编码; 广义信号对齐; 信号空间对齐

**中图分类号:** TN925.4

**文献标识码:** A

## Physical-layer network coding in $k$ -users MIMO-Y two-way relay channels

WANG Tao, WANG Yong, ZHANG Yue

(State Key Laboratory of Integrated Services Networks, School of Network and Information Security, Xidian University, Xi'an 710071, China)

**Abstract:** In order to exchange information among  $k$  users using the technology of physical-layer network coding in the multiple input multiple output Y two-way relay channels, the GSA-GSA scheme was proposed, using the technology of general signal alignment during the uplink and the downlink. The signals were exchanged between every source node align in a transformed subspace, rather than the direct subspace. This was realized by jointly designing the precoding matrices at all source nodes and the processing matrix at the relay. The constraints of the number of sending and receiving antennas and the sum rate of proposed scheme were analyzed. In simulation, it can figure out that the proposed scheme needs fewer antennas in the whole system and can improve the achievable system sum rate under the same SNR and degrees of freedom.

**Key words:** MIMO-Y channels; physical-layer network coding; general signal space alignment; signal space alignment

### 1 引言

随着无线通信技术的发展, 人们对无线通信系统中数据传输质量和效率的要求越来越高。然而无线通信网络受其所在环境影响较大, 无线信号在传输过程中存在多径衰落和信号间干扰等问题, 限制了无线通信系统中数据传输的质量和效率。为解决

这一问题, 人们提出了多输入多输出(MIMO, multi-input multi-output)无线传输技术和物理层网络编码<sup>[1]</sup>(PNC, physical-layer network coding)技术。MIMO 技术结合了传统的分集技术和复用技术的优点, 能有效克服多径衰落, 在不增加带宽和天线功率的情况下成倍地提高无线通信系统的信道容量和频谱效率, 是新一代无线通信系统广泛采用的

收稿日期: 2014-10-08; 修回日期: 2015-09-14

基金项目: 陕西省自然科学基金基础研究计划重点基金资助项目(2014JZ018); 国家基础研究计划(“973”计划)基金资助项目(2012CB316100); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20110203120004); 高等学校创新引智 111 计划基金资助项目(B08038)

**Foundation Items:** The Natural Science Basic Research Plan in Shaanxi Province (2014JZ018); The National Basic Research Program of China (973 Program) (2012CB316100); Specialized Research Fund for the Doctoral Program of Higher Education (20110203120004); The 111 Project (B08038)

关键技术之一, 如 802.11n 无线局域网、802.16 宽带无线通信系统以及第三、四代移动通信系统等。PNC 技术利用有线网络中网络编码的概念, 将无线电电磁波信号的叠加映射到伽罗华域(GF(2))上的数据比特流运算, 使有效利用无线通信网络中的信号间干扰成为可能, 同时这一技术具有提高通信系统容量, 提高频谱利用率等优点, 因此这一技术自提出以来迅速引起了人们的广泛关注和研究兴趣。国内外许多学者致力于研究物理层网络编码技术在 MIMO 通信系统中的应用, 取得了一定的理论成果。

Zhang<sup>[1]</sup>等提出了物理层网络编码在双向中继系统中的实现, 这种技术可以使 2 个用户只需要耗费 2 个时隙即可完成信息的交换, 而传统的传输方式需要耗费 4 个时隙。以干扰对齐和 Tian<sup>[2]</sup>等提出的多对用户双向中继系统为基础, Lee<sup>[3]</sup>等提出了利用信号空间对齐(SSA, signal space alignment)技术和干扰消除技术(INB, interference nulling beamforming)使物理层网络编码在 MIMO-Y 信道中实现的方案(后面简称为 SSA-INB), 这种方案模型由 3 个用户和一个中继组成, 用户和中继分别装备有  $Nt$  和  $Nr$  根天线, 每个用户通过中继向其他 2 个用户发送信息的同时, 也接收其他 2 个用户的信息, 整个过程也只耗费 2 个时隙, 分别称为多址接入信道(MAC, multiple access channel)阶段和广播信道阶段(BC, broadcast channel)阶段, MAC 阶段利用信号空间对齐技术设计每个用户信息的预编码矢量使需要交换信息的用户的信号在中继对齐到同一信号空间从而实现物理层网络编码。Long<sup>[4]</sup>等还将这种方案扩展到了  $k$  个用户 MIMO-Y 信道中。这种方案中的信号空间对齐技术使物理层网络编码技术能够应用于多用户多方向 MIMO 双向中继信道中。随后, 许多学者提出了利用信号空间对齐技术和干扰消除技术在其他 MIMO 双向中继信道中实现物理层网络编码的实现。如 Cocco<sup>[5]</sup>等提出了在多对用户 MIMO 双向中继系统中实现物理层网络编码的方案, 这种方案模型由多个用户对和一个中继组成, 用户对之间通过中继完成信号的交换。Xiang<sup>[6]</sup>等提出了在 MIMO-X 信道中实现物理层网络编码的方案, 这种方案模型由 4 个用户和一个中继组成, 用户分为 2 组(每组 2 个用户), 每个用户通过中继与另一组 2 个用户同时进行通信。上述方案都是在 MAC 阶段利用 SSA 技术实现物理层网络

编码, 且要求用户和中继的天线数满足  $Nr < 2Nt$ ; 而在 BC 阶段采用 INB 技术, 要求用户和中继的天线数满足  $Nr > 2Nt$ , 从而存在 MAC 阶段和 BC 阶段用户天线数和中继天线数满足的条件相互矛盾的问题。Lee<sup>[7]</sup>等提出了在 MIMO-Y 信道的 MAC 阶段和 BC 阶段都采用信号空间对齐技术(简称 SSA-SSA), 使 MAC 阶段和 BC 阶段的天线数均满足  $Nr < 2Nt$ , 避免了矛盾问题的出现。随后, Liu<sup>[8]</sup>等提出了在 MIMO-X 信道中实现物理层网络编码的方法, 称为广义信号对齐(GSA, general signal alignment), 这种方法通过在 MAC 阶段设计每个用户的预编码矩阵和中继的接收矩阵, 可以使需要交换信息的用户对信号在中继对齐到相同的变换域空间。

本文根据 SSA-SSA 方案和 GSA 技术提出了在  $k(k \geq 3)$  用户 MIMO-Y 信道(如图 1 所示)中利用 GSA 技术实现物理层网络编码的方案—GSA-GSA 方案, 本方案在 MAC 阶段采用 GSA 技术使需要交换信息的用户对信号在中继对齐到同一变换域空间, 得到每个用户对的和信号, 对和信号进行物理层网络编码, BC 阶段依然采用 GSA 技术使每个接收用户只接收包含用户自身的发送信号与期望信号的和信号, 消除其他用户的干扰信号。本文所提方案可以应用到许多典型的信息交互无线网络, 如无线 Mesh 或 Ad-hoc 网络; 也可以应用在小区系统中, 在基站和多个终端之间通过设置中继进行通信。本文研究了该方案的收发天线数目约束条件以及系统可达和速率, 并与 SSA-SSA 方案进行了仿真对比。

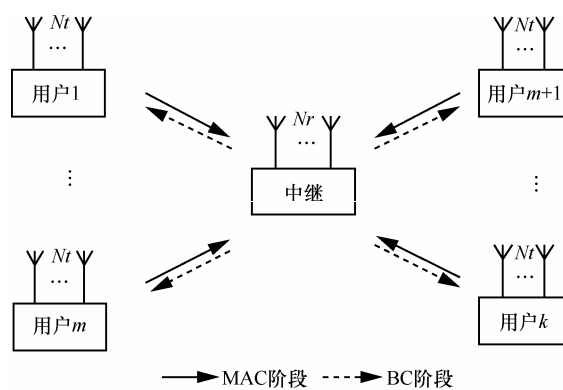


图 1 多用户 MIMO-Y 信道模型

## 2 GSA-GSA 信道模型

本文采用  $k$  用户 MIMO-Y 双向中继信道模型,

如图 1 所示, 两两用户之间通过中继进行信息的交换, 用户之间没有直接通信链路, 每个节点都具有全局信道信息。每个用户有  $Nt$  根天线, 中继有  $Nr$  根天线。每个用户在向其他所有用户发送独立信号的同时也接收其他用户发送给他的信号, 整个过程分为 2 个时隙, MAC 阶段和 BC 阶段。假设用户  $i$  向用户  $j$  发送的信号为  $W^{[i,j]}$ ,  $i, j=1, \dots, k$  且  $i \neq j$  (以 BPSK 为例, 由 0,1 比特组成), 中继节点的接收端将接收到  $k(k-1)$  条独立信号。

用户  $i$  先将发送信息  $W^{[j,i]}$  调制映射成  $s^{[j,i]}$ , 然后经过预编码产生发送信号, 以用户  $i (i=1, \dots, m)$  为例, 发送信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{[i]} &= \sum_{j=1, j \neq i}^k \mathbf{v}^{[j,i]} s^{[j,i]} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{[1,i]} & \dots & \mathbf{v}^{[i-1,i]} & \mathbf{v}^{[i+1,i]} & \dots & \mathbf{v}^{[k,i]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^{[1,i]} \\ \vdots \\ s^{[i-1,i]} \\ s^{[i+1,i]} \\ \vdots \\ s^{[k,i]} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{V}^{[i]} \mathbf{s}^{[i]} \end{aligned} \quad (1)$$

其中,  $\mathbf{v}^{[j,i]}$  为  $Nt \times 1$  维矢量, 表示信号  $s^{[j,i]}$  的预编码矢量,  $\mathbf{x}^{[i]}$  的功率满足限制条件  $E[\text{Tr}(\mathbf{x}^{[i]}(\mathbf{x}^{[i]})^H)] \leq SNR$ 。

MAC 阶段, 所有用户将经过预编码的信号发送给中继节点, 则中继的接收信号为

$$\mathbf{y}^{[r]} = \sum_{i=1}^k \mathbf{H}^{[r,i]} \mathbf{x}^{[i]} + \mathbf{n}^{[r]} \quad (2)$$

其中,  $\mathbf{H}^{[r,i]}$  为  $Nr \times Nt$  维矩阵, 表示用户  $i$  与中继  $R$  之间的信道矩阵,  $\mathbf{n}^{[r]}$  为  $Nr \times 1$  维矢量, 表示加性高斯白噪声, 由服从零均值, 方差为  $\sigma^2$  的正态分布的复高斯随机数组成。 $\mathbf{H}^{[r,i]}$  由服从零均值, 单位方差的正态分布的复数高斯随机数组成。 $\mathbf{H}^{[r,i]}$  为列满秩矩阵。

中继通过接收矩阵  $\mathbf{A}$  对  $\mathbf{y}^{[r]}$  进行接收处理, 即

$$\hat{\mathbf{y}}^{[r]} = \mathbf{A} \mathbf{y}^{[r]} = \mathbf{A} \mathbf{s}^{[r]} + \mathbf{A} \mathbf{n}^{[r]} \quad (3)$$

其中,  $\mathbf{s}^{[r]}$  由每 2 个用户交换信息的和信号(总共有  $\frac{k(k-1)}{2}$  路和信号)组成, 即

$$\begin{aligned} \mathbf{s}^{[r]} &= [s^{[2,1]} + s^{[1,2]}, s^{[3,1]} + s^{[1,3]}, \dots, s^{[k-1,k]} + s^{[k,k-1]})^T \\ &= [s^{p(1,2)}, s^{p(1,3)}, \dots, s^{p(k,k-1)}]^T \end{aligned}$$

$p(i, j)$  表示用户  $i$  与用户  $j$  的一对组合 ( $i \neq j$ )。  $\mathbf{a}$  为  $\frac{k(k-1)}{2} \times \frac{k(k-1)}{2}$  维矩阵,  $\mathbf{A} = [\boldsymbol{\lambda}^{p(1,2)}, \boldsymbol{\lambda}^{p(1,3)}, \dots, \boldsymbol{\lambda}^{p(k,k-1)}]$ ,  $\boldsymbol{\lambda}^{p(i,j)}$  表示用户  $i$  和用户  $j$  对齐方向矢量,  $\mathbf{A}$  为  $\frac{k(k-1)}{2} \times Nr$  维矩阵,  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}^{p(1,2)}, \mathbf{a}^{p(1,3)}, \dots, \mathbf{a}^{p(k,k-1)}]^T$ ,  $\mathbf{a}^{p[j,i]}$  表示中继在用户  $i$  和用户  $j$  的对齐方向上的接收矢量。

中继  $R$  得到  $\mathbf{s}^{[r]}$  后, 先对其进行物理层网络编码, 然后对编码信息重新进行调制映射, 通过预编码得到中继发送信号  $\mathbf{x}^{[r]}$ , 最后中继将  $\mathbf{x}^{[r]}$  广播给所有用户。则用户  $i$  的接收信号为

$$\mathbf{y}^{[i]} = \mathbf{H}^{[i,r]} \mathbf{x}^{[r]} + \mathbf{n}^{[i]} \quad (4)$$

其中,  $\mathbf{H}^{[i,r]}$  为  $Nt \times Nr$  维矩阵, 表示中继  $R$  到用户  $i$  的信道矩阵, 本文中假设时分系统在相干时间内上下行时隙的信道状态不变, 即  $\mathbf{H}^{[i,r]} = (\mathbf{H}^{[r,i]})^H$ 。

$\mathbf{n}^{[i]}$  为  $Nt \times 1$  维向量, 表示用户  $i$  处的加性高斯白噪声, 由服从零均值、方差为  $\sigma^2$  的正态分布的复数高斯随机数组成。中继发送信号的功率满足条件  $E[\text{Tr}(\mathbf{x}^{[r]}(\mathbf{x}^{[r]})^H)] \leq SNR$ 。

通过接收矩阵  $\mathbf{G}^{[i]}$ , 用户  $i$  获得期望信号, 即包含每一个用户与用户  $i$  交换信息的和信号。以用户  $i$  为例, 表达式如下

$$\hat{\mathbf{y}}^{[i]} = \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{y}^{[i]} = \boldsymbol{\beta} \mathbf{s}_{\oplus}^{[i]} + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \quad (5)$$

其中, 用户  $i$  的期望信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{s}_{\oplus}^{[i]} &= [s^{[1,i]} + s^{[i,1]}, \dots, s^{[i-1,i]} + s^{[i,i-1]}, s^{[i+1,i]} + s^{[i,i+1]}, \dots, s^{[k,i]} + s^{[i,k]})^T \\ &= [s^{p(i,1)}, \dots, s^{p(i,i-1)}, s^{p(i,i+1)}, \dots, s^{p(i,k)}]^T, \boldsymbol{\beta} = [\boldsymbol{\beta}^{p(i,1)}, \dots, \boldsymbol{\beta}^{p(i,i-1)}, \boldsymbol{\beta}^{p(i,i+1)}, \dots, \boldsymbol{\beta}^{p(i,k)}], \boldsymbol{\beta}^{p[j,i]} \text{ 表示用户 } i \text{ 和用户 } j \text{ 对齐方向矢量。} \\ \mathbf{G}^{[i]} &\text{ 为 } (k-1) \times Nt \text{ 维矩阵, 表示用户 } i \text{ 的接收矩阵, } \mathbf{G}^{[i]} = [\mathbf{g}^{p(i,1)}, \dots, \mathbf{g}^{p(i,i-1)}, \mathbf{g}^{p(i,i+1)}, \dots, \mathbf{g}^{p(i,k)}]^T, \mathbf{g}^{[i,j]} \text{ 表示用户 } i \text{ 和用户 } j \text{ 对齐方向上的接收矢量。} \end{aligned}$$

定义  $R_{i,j}$  为信息  $W^{[i,j]}$  的可达速率, 则系统可达总自由度(DoF, degrees of freedom)为

$$\eta_{\text{sum}} = \lim_{SNR \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^k \sum_{j=1, j \neq i}^k \frac{R_{i,j}(SNR)}{\log(SNR)} \quad (6)$$

### 3 GSA-GSA 算法实现

GSA-GSA 方案在 MAC 阶段利用 GSA 技术设

计每个用户发送信息的预编码矢量和中继的接收矩阵,使需要交换信息的用户对信号在中继对齐到同一变换空间。在 BC 阶段中继再次利用 GSA 技术设计每个用户对和信号的预编码矢量和每个用户的接收矩阵,使每个用户只接收包含其发送信息的和信号,消除其他信号的干扰。

### 3.1 MAC 阶段

每个用户将需要发送的信息进行调制映射、预编码之后,同时向中继发送信号,由于每个用户发送  $k-1$  路独立信号,故要求用户天线数满足条件  $Nt \geq k-1$ ,式(2)中的中继接收信号可以写成

$$\begin{aligned} \mathbf{y}^{[r]} &= [\mathbf{H}^{[r,1]} \mathbf{H}^{[r,2]} \dots \mathbf{H}^{[r,k]}] \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1 & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{V}_2 & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{V}_k \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^{[1]} \\ \mathbf{s}^{[2]} \\ \vdots \\ \mathbf{s}^{[k]} \end{bmatrix} + \mathbf{n}^{[r]} \\ &= [\mathbf{H}^{[r,1]} \mathbf{H}^{[r,2]} \dots \mathbf{H}^{[r,k]}] \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}^{[2,1]} & \dots & \mathbf{v}^{[k,1]} & \dots & \mathbf{0} \\ \vdots & & \ddots & & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{v}^{[1,k]} & \dots & \mathbf{v}^{[k-1,k]} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{s}^{[2,1]} \\ \vdots \\ \mathbf{s}^{[k,1]} \\ \vdots \\ \mathbf{s}^{[1,k]} \\ \vdots \\ \mathbf{s}^{[k-1,k]} \end{bmatrix} + \mathbf{n}^{[r]} \\ &= \mathbf{H}\mathbf{V}\mathbf{s} + \mathbf{n}^{[r]} \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\mathbf{H}$  为  $Nr \times kNt$  维矩阵,由所有用户的信道矩阵组成,  $\mathbf{V}$  为  $kNt \times k(k-1)$  维块对角矩阵,由所有用户的预编码矢量组成。 $\mathbf{s}$  为  $k(k-1) \times 1$  维向量,由所有用户发送信息的调制信号组成。

根据物理层网络编码的理论,需要在中继  $R$  处得到每 2 个用户交换信息的和信号,即式(3)中的  $\mathbf{s}^\oplus$ 。将式(7)代入式(3)可以得到

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}^{[r]} &= \mathbf{A}\mathbf{y}^{[r]} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{H}\mathbf{V}\mathbf{s} + \mathbf{A}\mathbf{n}^{[r]} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda^{[1,2]} & \dots & \lambda^{[k-1,k]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{s}^{[1,2]} \\ \mathbf{s}^{[1,3]} \\ \vdots \\ \mathbf{s}^{[k-1,k]} \end{bmatrix} + \mathbf{A}\mathbf{n}^{[r]} \\ &= \mathbf{A}\mathbf{n}^{[r]} \\ &= \begin{bmatrix} \lambda^{p[1,2]} \mathbf{s}^{p[1,2]} \\ \lambda^{p[1,3]} \mathbf{s}^{p[1,3]} \\ \vdots \\ \lambda^{p[k-1,k]} \mathbf{s}^{p[k-1,k]} \end{bmatrix} + \mathbf{A}\mathbf{n}^{[r]} \end{aligned} \quad (8)$$

由式(7)和式(8)可得

$$\mathbf{a}^{p(i,j)} \mathbf{H}^{[r,i]} \mathbf{v}^{[j,i]} = \mathbf{a}^{p(i,j)} \mathbf{H}^{[r,j]} \mathbf{v}^{[i,j]} = \lambda^{p(i,j)} \quad (9)$$

$$\mathbf{a}^{p(i,j)} \mathbf{H}^{[r,k]} \mathbf{v}^{[l,k]} = 0 \quad (10)$$

其中,  $i, j$  表示不同用户,  $k, l$  表示与  $i$  或  $j$  不同的任意用户。

利用 GSA 技术设计满足式(9)和式(10)的发送矢量  $\mathbf{v}^{[j,i]}$  和  $\mathbf{v}^{[i,j]}$  以及接收矢量  $\mathbf{a}^{p(i,j)}$ , 使用户  $i$  与用户  $j$  的发送信号在中继对齐到同一变换空间,得到叠加和信号  $\mathbf{s}^{p(i,j)}$ ,且能消除其他用户信号的干扰。

同时满足式(9)和式(10)的  $\mathbf{a}^{p(i,j)}$  设计为

$$(\mathbf{a}^{p(i,j)})^H \subseteq \text{Null}[\mathbf{H}^{[r,1]} \dots \mathbf{H}^{[r,j-1]} \mathbf{H}^{[r,i+1]} \dots \mathbf{H}^{[r,j-1]} \mathbf{H}^{[r,j+1]} \dots \mathbf{H}^{[r,k]}] \quad (11)$$

由式(11)可以求得中继在用户  $i$  与用户  $j$  对齐方向上的接收矢量  $\mathbf{a}^{p(i,j)}$ ,继而可以得到中继的接收矩阵  $\mathbf{A}$ 。式(11)存在非零解的条件为用户和中继的天线数需满足  $Nr > (k-2)Nt$ 。

为求得发送矢量  $\mathbf{v}^{[j,i]}$ 、 $\mathbf{v}^{[i,j]}$ ,式(9)和式(10)可以改写为

$$\mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,i]} \mathbf{v}^{[j,i]} = \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,j]} \mathbf{v}^{[i,j]} = \lambda^{p(i,j)} \mathbf{e}^{p(i,j)} \quad (12)$$

其中,  $\mathbf{e}^{p(i,j)}$  为  $\frac{k(k-1)}{2} \times 1$  维矢量,表示用户  $i$  与用户  $j$  的对齐方向,例如用户 1 和用户 2 的对齐方向为  $\mathbf{e}^{p(1,2)} = [1, 0, \dots, 0]^T$ ,用户 1 和用户 3 的对齐方向为  $\mathbf{e}^{p(1,3)} = [0, 1, \dots, 0]^T$ , ..., 用户  $k$  和用户  $k-1$  的对齐方向为  $\mathbf{e}^{p(k,k-1)} = [0, 0, \dots, 1]^T$ 。式(12)可以变换为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,i]} & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & -\mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,j]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda^{p(i,j)} \mathbf{e}^{p(i,j)} \\ \mathbf{v}^{[j,i]} \\ \mathbf{v}^{[i,j]} \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (13)$$

求解式(13)即可得到用户  $i$  和用户  $j$  的发送矢量  $\mathbf{v}^{[j,i]}$ 、 $\mathbf{v}^{[i,j]}$ 。 $\lambda^{p(i,j)}$  代表用户  $i$  和用户  $j$  对齐方向上的因子,这里对  $\lambda^{p(i,j)}$  进行归一化处理,使其满足  $\|\lambda^{p(i,j)}\|^2 = 1$ 。式(13)存在非零解的条件为  $Nt > \frac{2k-3}{2}$ 。

由 GSA 设计的中继接收矩阵  $\mathbf{A}$  和用户发送矢量  $\mathbf{v}^{[j,i]}$  满足下列等式

$$\begin{aligned} \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,1]} \mathbf{v}^{[2,1]} &= \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,2]} \mathbf{v}^{[1,2]} = \lambda^{p(1,2)} [1, 0, \dots, 0]^T \\ \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,1]} \mathbf{v}^{[3,1]} &= \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,3]} \mathbf{v}^{[1,3]} = \lambda^{p(1,3)} [1, 0, \dots, 0]^T \\ &\dots \\ \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,k]} \mathbf{v}^{[k-1,k]} &= \mathbf{A}\mathbf{H}^{[r,k-1]} \mathbf{v}^{[k,k-1]} = \lambda^{p(k-1,k)} [1, 0, \dots, 0]^T \end{aligned} \quad (14)$$

广义信号对齐(GSA)技术的原理如图 2 所示(以 3 个用户的情况为例)。

利用 GSA 技术设计的每个用户的预编码矩阵  $\mathbf{V}^{[i]}$  和中继的接收矩阵  $\mathbf{A}$  保证了所有用户  $k(k-1)$  路信号在中继处对齐到  $\frac{k(k-1)}{2}$  个方向上。由式(8)中继采用迫零算法可以得到  $\frac{k(k-1)}{2}$  个用户对的和信号  $\{s^{[2,1]} + s^{[1,2]}, s^{[3,1]} + s^{[1,3]}, \dots, s^{[k-1,k]} + s^{[k,k-1]}\}$ , 根据物理层网络编码的规则(本文采用异或运算), 得到  $\frac{k(k-1)}{2}$  个用户对和信号对应的网络编码信息  $\{W^{[2,1]} \oplus W^{[1,2]}, W^{[3,1]} \oplus W^{[1,3]}, \dots, W^{[k-1,k]} \oplus W^{[k,k-1]}\}$ 。

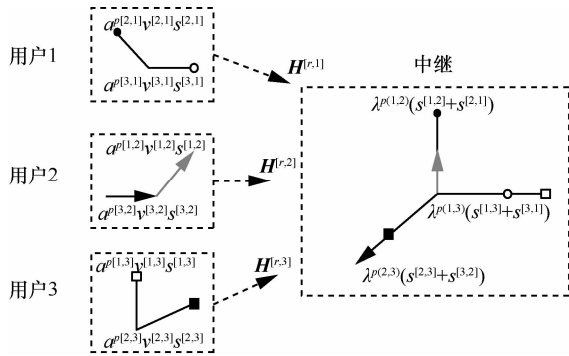


图 2 广义信号对齐原理

### 3.2 BC 阶段

中继首先对网络编码信息  $\{W^{[2,1]} \oplus W^{[1,2]}, W^{[3,1]} \oplus W^{[1,3]}, \dots, W^{[k-1,k]} \oplus W^{[k,k-1]}\}$  进行调制映射得到调制信号  $\{s^{p(1,2)}, s^{p(1,3)}, \dots, s^{p(k,k-1)}\}$ , 然后通过预编码矢量  $\{\mathbf{v}^{p(1,2)}, \mathbf{v}^{p(1,3)}, \dots, \mathbf{v}^{p(k,k-1)}\}$  的处理得到中继发送信号, 在 BC 阶段将此信号广播给所有用户。通过利用 GSA 设计合适的中继预编码矢量和每个用户的接收矩阵, 使每个用户只接收期望信号。

中继发送信号为

$$\begin{aligned} \mathbf{x}^{[r]} &= \sum_{i \neq j} \mathbf{v}^{p[i,j]} s^{p[i,j]} \\ &= [\mathbf{v}^{p[1,2]} \quad \mathbf{v}^{p[1,3]} \quad \dots \quad \mathbf{v}^{p[k,k-1]}] \begin{bmatrix} s^{p[1,2]} \\ s^{p[1,3]} \\ \vdots \\ s^{p[k,k-1]} \end{bmatrix} \\ &= \mathbf{V}^{[r]} \mathbf{s}^{[r]} \end{aligned} \quad (15)$$

其中,  $s^{p[i,j]}$  表示用户  $i$  与用户  $j$  的和信号,  $\mathbf{v}^{p[i,j]}$  表示和信号  $s^{p[i,j]}$  在中继所对应的预编码矢量。

用户  $i$  的接收信号式(5)可以改写为

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{y}}^{[i]} &= \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{y}^{[i]} \\ &= \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{H}^{[i,r]} \mathbf{x}^{[r]} + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \\ &= \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{H}^{[i,r]} \sum_{i \neq j} \mathbf{v}^{p[i,j]} s^{p[i,j]} + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{g}^{[i,1]} \\ \mathbf{g}^{[i,2]} \\ \vdots \\ \mathbf{g}^{[i,k-1]} \end{bmatrix} \mathbf{H}^{[i,r]} \sum_{i \neq j} \mathbf{v}^{p[i,j]} s^{p[i,j]} + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \\ &= [\beta^{p[i,1]} \quad \dots \quad \beta^{p[i,i-1]} \quad \beta^{p[i,i+1]} \quad \dots \quad \beta^{p[i,k]}]. \\ &= \begin{bmatrix} 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s^{p(i,1)} \\ \vdots \\ s^{p(i,i-1)} \\ s^{p(i,i+1)} \\ \vdots \\ s^{p(i,k)} \end{bmatrix} + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \\ &= \begin{bmatrix} \beta^{p(i,1)} s^{p(i,1)} \\ \vdots \\ \beta^{p(i,i-1)} s^{p(i,i-1)} \\ \beta^{p(i,i+1)} s^{p(i,i+1)} \\ \vdots \\ \beta^{p(i,k)} s^{p(i,k)} \end{bmatrix} + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \end{aligned} \quad (16)$$

这里需要设计合适的接收矩阵  $\mathbf{G}^{[i]}$ , 和预编码矢量  $\{\mathbf{v}^{p(1,2)}, \mathbf{v}^{p(1,3)}, \dots, \mathbf{v}^{p(k,k-1)}\}$ , 使用户  $i$  接收到期望信号。例如对于用户 1 来说, 期望信号为  $\{s^{p(1,2)}, s^{p(1,3)}, \dots, s^{p(1,k)}\}$ 。

与 MAC 阶段类似, 利用广义信号对齐(GSA)技术设计合适的中继预编码矢量和每个用户的接收矩阵使其满足

$$\mathbf{g}^{[i,j]} \mathbf{H}^{[i,r]} \mathbf{v}^{p[j,i]} = \mathbf{g}^{[j,i]} \mathbf{H}^{[j,r]} \mathbf{v}^{p[j,i]} = \beta^{p[j,i]} \quad (17)$$

$$\mathbf{g}^{p(i,j)} \mathbf{H}^{[k,r]} \mathbf{v}^{p[l,k]} = 0 \quad (18)$$

其中,  $i, j$  表示不同用户,  $k, l$  表示与  $i$  或  $j$  不同的任意用户。

同时满足式(17)和式(18)的  $\mathbf{v}^{p[j,i]}$  满足

$$(\mathbf{v}^{p(i,j)}) \subseteq \text{Null}[\mathbf{H}^{[1,r]} \dots \mathbf{H}^{[i-1,r]} \mathbf{H}^{[i+1,r]} \dots \mathbf{H}^{[j-1,r]} \mathbf{H}^{[j+1,r]} \dots \mathbf{H}^{[k,r]}] \quad (19)$$

即可求得用户  $i$  和  $j$  的和信号的预编码矢量, 继而可以得到中继的预编码矩阵  $\mathbf{V}^{[r]}$ , 式(19)存在非零解条件也是  $Nr > (k-2)Nt$ , 与 MAC 阶段的一致。

为求得接收矢量  $\mathbf{g}^{[j,i]}$ 、 $\mathbf{g}^{[i,j]}$ ，式(17)和式(18)可以改写为

$$\mathbf{g}^{[j,i]} \mathbf{H}^{[j,r]} \mathbf{V}^{[r]} = \mathbf{g}^{[i,j]} \mathbf{H}^{[i,r]} \mathbf{V}^{[r]} = \beta^{p(i,j)} \mathbf{e}^{p(i,j)} \quad (20)$$

式(20)可以变换为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -(\mathbf{H}^{[i,r]} \mathbf{V}^{[r]})^H & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & -(\mathbf{H}^{[j,r]} \mathbf{V}^{[r]})^H \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta^{p(i,j)} (\mathbf{e}^{p(i,j)})^H \\ (\mathbf{g}^{[i,j]})^H \\ (\mathbf{g}^{[j,i]})^H \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (21)$$

求解上式即可得到用户  $i$  和用户  $j$  的接收矢量  $\mathbf{g}^{[j,i]}$ 、 $\mathbf{g}^{[i,j]}$ 。 $\beta^{p(i,j)}$  代表用户  $i$  和用户  $j$  对齐方向上的因子，这里对  $\beta^{p(i,j)}$  进行归一化处理，使其满足  $\|\beta^{p(i,j)}\|^2 = 1$ 。式(21)存在非零解的条件为  $Nt > \frac{2k-3}{2}$ ，与 MAC 阶段一致。

用户  $i$  由式(16)采用迫零算法获得期望信号  $\{s^{p(i,1)}, \dots, s^{p(i,i-1)}, s^{p(i,i+1)}, \dots, s^{p(i,k)}\}$  后，根据物理层网络编码的编码规则进行译码得到  $\{W^{[1,i]} \oplus W^{[i,i]}, \dots, W^{[i-1,i]} \oplus W^{[i,i-1]}, W^{[i+1,i]} \oplus W^{[i,i+1]}, \dots, W^{[k,i]} \oplus W^{[i,k]}\}$ ，然后分别与用户  $i$  的发送信息  $\{W^{[1,i]}, \dots, W^{[i-1,i]}, W^{[i+1,i]}, \dots, W^{[k,i]}\}$  进行异或运算，即可得到其他用户发送给用户  $i(i=1, \dots, k)$  的信息。最终可以实现所有用户之间信息的交换。

### 4 系统性能分析

Lee<sup>[7]</sup>等提出的 SSA-SSA 方案中，若要达到  $k(k-1)$  的系统自由度，用户和中继的天线数需满足条件： $Nr < 2Nt$ ， $Nt \geq k-1$ ， $Nr \geq \frac{k(k-1)}{2}$ 。用户天线数  $Nt$  随着  $\frac{k^2}{4}$  增加  $Nt > \max\left(\frac{k(k-1)}{4}, k-1\right)$ ，中继天线数  $Nr$  随着  $\frac{k^2}{4}$  增加。

本文所提出的 GSA-GSA 方案中，若要达到  $k(k-1)$  的系统 DoF，用户和中继的天线数需满足条件： $Nt \geq k-1$ ， $Nt > \frac{2k-3}{2}$ ， $Nr > (k-2)Nt$ 。用户天线数  $Nt$  随着  $k$  增加，中继天线数  $Nr$  随着  $k^2$  增加  $Nr > \frac{(2k-3)(k-2)}{2}$ 。

表 1 列出了若要达到相同的系统 DoF， $k$  用户 MIMO-Y 信道中采用 SSA-SSA 方案和 GSA-GSA

方案的最低天线配置对比。可以看出，SSA-SSA 方案只适用于  $Nr < 2Nt$  的情形，而 GSA-GSA 方案适用于  $Nr > 2Nt(k > 4)$  的情形，在一定程度上弥补了 SSA-SSA 方案的不足。同时，虽然 GSA-GSA 方案中继天线数  $Nr$  随用户数目的增长趋势大于 SSA-SSA 方案，但是 GSA-GSA 方案明显降低了用户天线数的增长趋势。当前无线终端为了增强用户体验和节约成本，需要延长带电时间，减小发射功率，满足体积要求。而本文所提 GSA-GSA 方案通过增加中继天线数目，减少用户终端的天线数目正好可以解决这一问题，降低了终端实现复杂度。

表 1  $k$  用户 MIMO-Y 信道中采用 SSA-SSA 方案和 GSA-GSA 方案的天线配置对比

配置		SSA-SSA		GSA-GSA	
$k$	DoF	$Nr$	$Nt$	$Nr$	$Nt$
4	12	7	4	7	3
5	20	11	6	13	4
6	30	15	8	21	5
7	42	21	11	31	6

另一方面，从系统总的天线数来分析。当用户数相同时， $k$  用户 MIMO-Y 系统需要总的天线数目为

$$N = kNt + Nr \quad (22)$$

对于 SSA-SSA 方案，DoF 为  $k(k-1)$  时，需要最少天线数目为

$$\begin{aligned} N_{SSA} &= k Nt_{SSA} + Nr_{SSA} \\ &= k Nt_{SSA} + 2Nt_{SSA} - 1 \\ &= (k+2) \left[ \max\left(\left\lfloor \frac{k(k-1)}{4} \right\rfloor + 1, k-1\right) \right] \\ &= (k+2) \left( \left\lfloor k \frac{(k-1)}{4} \right\rfloor + 1 \right) - 1 \quad k \geq 4 \end{aligned} \quad (23)$$

其中， $\lfloor a \rfloor$  表示  $a$  向上取整的值。

对于 GSA-GSA 方案，DoF 为  $k(k-1)$  时，需要最少天线数目为

$$\begin{aligned} N_{GSA} &= k Nt_{GSA} + Nr_{GSA} \\ &= k Nt_{GSA} + (k-2)Nt_{GSA} + 1 \\ &= (2k-2)(k-1) + 1 \\ &= 2(k-1)^2 + 1, \quad k \geq 4 \end{aligned} \quad (24)$$

图 3 对系统 DoF 为  $k(k-1)$  时，SSA-SSA 方案和 GSA-GSA 方案所需的最小天线数目进行了仿真

计算,  $k$  的变化范围为 4~10。从图中可以看出, 随着用户数目  $k$  的增加 GSA-GSA 方案所需的的天线数目远远小于 SSA-SSA 方案所需的的天线数目。

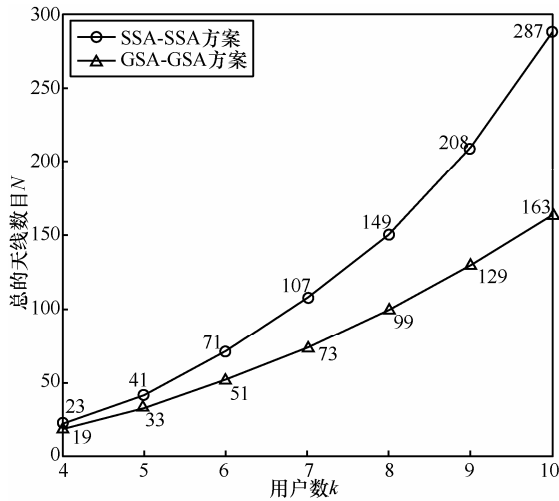


图 3 GSA-GSA 方案和 SSA-SSA 方案总的的天线数目对比

图 4 中对  $k$  用户 MIMO-Y 信道中 SSA-SSA 和 GSA-GSA 方案的系统和速率进行了仿真。和速率仿真时采用的是放大转发方式, 和速率计算方法如下。由式(3)、式(16)和式(5)可得用户  $i$  的接收信号为

$$\hat{y}^{[i]} = \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{y}^{[i]} = \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{H}^{[i,r]} \mathbf{V}^{[r]} (\lambda \mathbf{s}^{[r]} + \mathbf{A} \mathbf{n}^{[r]}) + \mathbf{G}^{[i]} \mathbf{n}^{[i]} \quad (25)$$

以用户 1 为例,

$$\begin{aligned} \hat{y}^{[1]} &= \mathbf{G}^{[1]} \mathbf{y}^{[1]} = \mathbf{G}^{[1]} \mathbf{H}^{[1,r]} \mathbf{V}^{[r]} (\lambda \mathbf{s}^{[r]} + \mathbf{A} \mathbf{n}^{[r]}) + \mathbf{G}^{[1]} \mathbf{n}^{[1]} \\ &= [\beta^{p[1,2]} \lambda^{p[1,2]} (s^{[2,1]} + s^{[1,1]}) + \dots + \beta^{p[1,k]} \lambda^{p[1,k]} (s^{[k,1]} + s^{[1,k]})] + \mathbf{G}^{[1]} \mathbf{H}^{[1,r]} \mathbf{V}^{[r]} \mathbf{A} \mathbf{n}^{[r]} + \mathbf{G}^{[1]} \mathbf{n}^{[1]} \\ &= \omega^{[1]} s_{\oplus}^{[1]} + \hat{\mathbf{n}}_1 \end{aligned} \quad (26)$$

其中,  $\omega^{[1]} = [\beta^{p[1,2]} \lambda^{p[1,2]}, \beta^{p[1,3]} \lambda^{p[1,3]}, \dots, \beta^{p[1,k]} \lambda^{p[1,k]}]$ ,

则其他用户向用户 1 发送信息的和速率为

$$R_1 = \text{lb}[\det(\mathbf{I} + (\mathbf{E}[\hat{\mathbf{n}}_1 \hat{\mathbf{n}}_1^H])^{-1} \omega \mathbf{E}[s_{\oplus}^1 (s_{\oplus}^1)^H]^{-1} \omega^H)] \quad (27)$$

同样地, 可以求得其他用户接收到的信息的和速率  $R_2, \dots, R_k$ 。

系统总的信息和速率为

$$R = \sum_{i=1}^k R_i \quad (28)$$

仿真参数的选择考虑了 SSA-SSA 方案 ( $k|Nt, Nr$ ) = (4|4,7) 和 (5|6,11) 以及 GSA-GSA 方案 ( $k|Nt, Nr$ ) = (4|3,7) 和 (5|4,13) 的 4 种情况, SNR: 0~50 dB, 仿真间隔为 3 dB。曲线斜率表示系统  $DoF$ ,  $k=4$  时, 系统自由度为 12;  $k=5$  时系统

自由度为 20。从图 4 中可以看出在相同的  $DoF$  和 SNR 条件下, GSA-GSA 方案的和速率大于 SSA-SSA 方案, 在一定程度上改善了系统的性能。

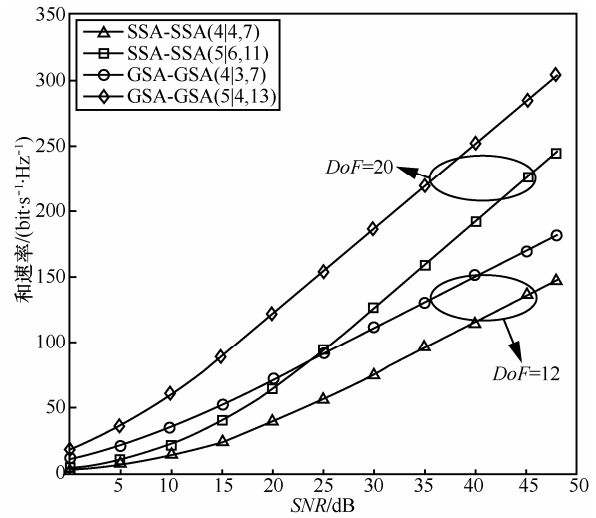


图 4 MIMO-Y 信道采用 GSA-GSA 和 SSA-SSA 方案时的和速率对比

为了更好地阐述本文所提算法的有效性, 对比不同算法在获取相同系统自由度条件下, 单根天线对系统自由度的贡献能力。这种对比可以作为天线在干扰信道环境下传输效率的有效度量。为此, 引入归一化自由度概念, 即

$$\eta_{\text{normalized}} = \frac{\eta_{\text{sum}}}{\text{节点天线平均数}} \quad (29)$$

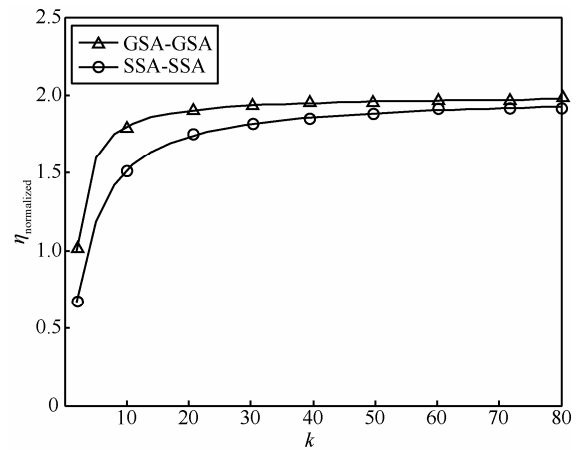


图 5 2 种方案归一化自由度的性能对比

图 5 仿真了归一化自由度随节点天线数目的变化趋势。从图中可以看出, 当对比的 2 种方案均满足各自的天线配置条件时, 归一化自由度随用户数目  $k$  的增加, 趋向于 2, 即 2 种方案可以获得相同的空间对齐增益。但当 2 种方案取得相同的系统

自由度时, 本文所提方案的性能要优于 SSA-SSA 方案。

## 5 结束语

本文提出了在  $k$  用户 MIMO-Y 双向中继信道中利用 PNC 技术实现用户间信息交换的 GSA-GSA 方案, 并与 SSA-SSA 方案进行了对比分析。在 GSA-GSA 方案中, MAC 阶段利用 GSA 技术设计用户预编码矩阵和中继接收矩阵使需要交换信息的用户对信号在中继对齐到同一方向, BC 阶段再次利用 GSA 技术设计中继预编码矩阵和用户接收矩阵, 使每个用户只接收期望信号并消除干扰。要达到  $k(k-1)$  的系统  $DoF$  用户天线数  $N_t$  和中继的天线数  $N_r$  需要满足的条件  $N_r > \frac{2k-3}{2}$ ,  $N_r > (k-2)N_t$ ,

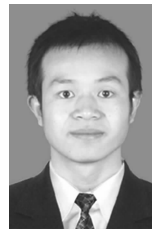
经过分析比较, GSA-GSA 方案用户节点天线数以及系统总的天线数比 SSA-SSA 方案少。最后对 GSA-GSA 方案和 SSA-SSA 方案的和速率进行了仿真分析, 在相同的  $DoF$  和  $SNR$  条件下, GSA-GSA 方案的和速率大于 SSA-SSA 方案, 在一定程度上改善了系统的性能。

## 参考文献:

- [1] ZHANG S, LIEW S, LAM P. Physical layer network coding[A]. Proc ACM MobiCom[C]. New York, USA. 2006. 63-68.
- [2] TIAN Y, YENER A. Guiding blind transmitters: degrees of freedom optimal interference alignment using relays[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2013, 59(8): 4819-4832.
- [3] LEE N, LIM J B, CHUN J. Degrees of freedom of the MIMO Y channel: signal space alignment for network coding[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2010, 56(7): 3332-3342.
- [4] LONG W, GAO H, LV T. Asymmetric signal space alignment for multi-pair two-way relaying network[A]. Communications Workshops (ICC)[C]. 2014. 308-313.

- [5] COCCO G, PFLETSCHINGER S. Seek and decode: random multiple access with multiuser detection and physical-layer network coding[A]. Communications Workshops (ICC)[C]. 2014. 501-506.
- [6] XIANG Z, MO J, TAO M. Degrees of freedom of MIMO two-way X relay channel[A]. IEEE Globecom Communication Theory Symposium [C]. CA, 2012. 2420-2425.
- [7] LEE K, LEE N, LEE I. Feasibility conditions of signal space alignment for network coding on  $k$ -user MIMO Y channels[A]. IEEE International Conference on Communications (ICC)[C]. Kyoto, 2011. 1-5.
- [8] LIU K, TAO M, XIANG Z. Generalized signal alignment for MIMO two-way X relay channels[A]. Proc IEEE International Conference on Communications (ICC)[C]. 2014. 4436-4441.

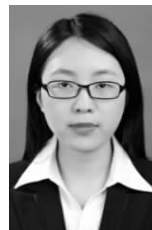
## 作者简介:



王涛 (1989-), 男, 湖北黄冈人, 西安电子科技大学硕士生, 主要研究方向为协作通信与编码理论。



王勇 (1978-), 男, 陕西西安人, 西安电子科技大学副教授, 主要研究方向为阵列信号处理与宽带无线通信。



张悦 (1989-), 女, 河北唐山人, 西安电子科技大学硕士生, 主要研究方向为复杂干扰信道传输。