

校正源条件下基于双星序列观测量的 地面运动目标定位算法及理论性能分析

王鼎, 张莉, 吴瑛

(解放军信息工程大学 信息系统工程学院, 河南 郑州 450001)

摘要: 针对地面匀速运动目标定位问题, 在校正源存在条件下提出基于双星时频差序列观测量的定位算法。首先在卫星星历存在误差条件下, 推导基于双星时频差序列观测量的差分校正定位公式及其理论性能, 数学分析表明尽管其能有效抑制卫星星历误差所带来的定位偏置, 但定位方差难以达到克拉美罗界, 为此, 提出一种基于两步统计最优融合的运动目标定位算法, 并证明其理论定位性能可达到克拉美罗界。最后, 通过数值实验验证所提算法的优越性和理论分析的有效性。

关键词: 双星定位; 时差; 频差; 校正源; 克拉美罗界; Taylor 级数迭代

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

Moving source geolocation algorithm and performance analysis using dual-satellites sequence measurements and calibration sources

WANG Ding, ZHANG Li, WU Ying

(School of Information Systems Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450001, China)

Abstract: The method for locating a moving source on earth using a sequence of time difference of arrival (TDOA) and frequency difference of arrival (FDOA) measurements pairs obtained by dual-satellites was presented in the presence of calibration sources with accurate positions. First, the difference calibration (DC) location algorithm aiming to the mobile target was derived, and its theoretical performance was also analytically derived. The result demonstrates that the DC localization variance could not reach the CRB, although it could eliminate the location bias produced by the position and velocity errors of the dual-satellites. For this reason, a two-step optimal association location algorithm was proposed, and its theoretical performance was proved to be equal to the CRB. Finally, a variety of numerical experiments are performed to corroborate the superiority of the geolocation algorithms and the effectiveness of the performance analysis.

Key words: dual-satellite geolocation; time difference of arrival (TDOA); frequency difference of arrival (FDOA); calibration sources; Cramér-Rao bound (CRB); Taylor-series iteration

1 引言

随着通信和航天航空技术的日益发展, 基于通信卫星平台的高精度无源定位技术已成为国内外学者重点研究的领域^[1,2]。在基于通信卫星平台的定位系统中, 卫星通过截获其覆盖频段内来自地面辐射源的无线信号, 并通过星上和地面观测站的数据处理可测量出辐射源信号的到达时间 (TOA,

time of arrival) 和到达频率 (FOA, frequency of arrival)^[3]等参量。若存在多颗卫星, 则利用每两颗卫星的转发信号可测出到达时间差 (TDOA, time difference of arrival) 和到达频率差 (FDOA, frequency difference of arrival)^[4]等参量。利用上述时频域参数, 并结合地球表面方程即可实现对地面目标的高精度定位。基于通信卫星的定位体制主要包含单星定位^[5]、双星定位^[6-9]以及三星 (或多星) 定

收稿日期: 2014-08-22; 修回日期: 2015-08-22

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61201381)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61201381)

位^[10-12]等，其中，双星定位是一种具有发展潜力的技术方案。若利用双星平台进行定位，必须要联合估计辐射源的时频差参数，再结合地球表面方程确定目标位置，国内外学者已提出了一系列双星定位算法。然而，常规双星定位算法都需要精确已知卫星星历参数（主要包括卫星位置和速度参量），但由于观测手段的限制，实际中获得的星历参数难免会包含误差，而星历误差又会影响到双星定位精度^[6]。为了克服其影响，人们通常利用地面位置已知的校正源（或参考站）提供观测量进行补偿^[13-16]，相关研究人员也提出了基于校正源时频差观测量的定位算法，这些算法的核心思想是利用“差分校正(DC, difference calibration)”定位技术，即将关于目标辐射源的观测量与关于校正源的观测量相减获得差分观测量，并基于差分观测量实现目标定位。大量实验表明差分校正定位技术能有效抑制卫星星历误差的影响，并且校正源离目标越近，其效果越明显^[15]。

需要注意的是，现有的卫星定位算法大都是假设目标处于静止状态，因此利用双星平台获得的单时刻时频差参数以及地球表面方程即可实现目标位置估计。然而，实际中很多辐射源可能处于运动状态（例如海平面上的运动船），此时基于双星单时刻时频差观测量已无法实现对运动目标的定位，需要利用多时刻的时频差（序列）观测量对目标的轨迹进行估计。文献[17~19]基于非线性滤波提出基于卫星平台的运动目标定位算法，然而，这些算法均未考虑卫星星历误差的影响，因此在实际应用中难以获得较高的定位精度，甚至发散。鉴于目前研究现状，本文考虑在卫星星历存在误差条件下研究运动目标的定位问题。与文献[13~16]类似，为了消除星历误差的影响，文中的定位算法也是在地面校正源存在的情况下设计。另一方面，为简化问题的复杂度，本文假设目标做匀速直线运动，此时的目标轨迹估计问题可转化为目标初始经纬度与地理坐标系下速度的联合估计问题，而目标定位误差也可由这 2 类参量的估计误差进行闭式表示。本文首先推导出针对运动目标的差分校正定位公式及其理论性能，理论分析表明尽管差分校正定位能够抑制卫星星历误差的影响，但其定位精度尚难达到克拉美罗界（CRB, Cramér-Rao bound），为此，提出一种基于两步统计最优融合

的运动目标定位算法，并证明其理论性能可以达到 CRB, 算法性能与理论分析也得到大量数值实验的验证。

2 地心地固坐标系与地理坐标系间相互转化

如图 1 所示，地心地固坐标系（图中用下标 e 表示其坐标轴）的原点在地球中心，各坐标轴与地球固定连接，Z_e 轴与地球自转轴重合，X_e 轴和 Y_e 轴互相垂直并固定在赤道平面上，其中，X_e 轴由地心向外指向格林威治子午圈与赤道的交点。地理坐标系（图中用下标 g 表示其坐标轴）是指运动目标的本地坐标系，可将其原点设置为目标初始位置（其经纬度分别为 θ 和 β），3 个坐标轴一个指向正东（E），一个指向正北（N），并根据右手螺旋法则，另一个指向与地球表面垂直向上的方向。

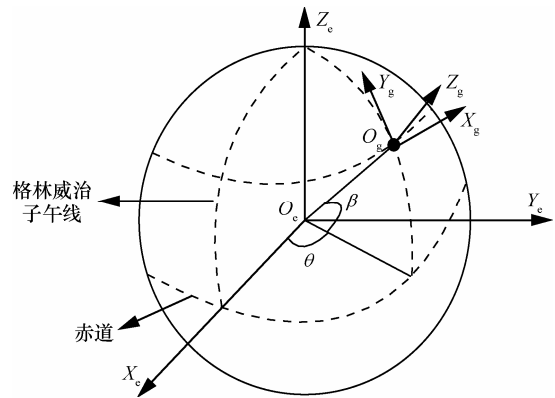


图 1 地心地固坐标系与地理坐标系

若运动目标沿地球表面运动（例如海平面上运动的船），则其地理坐标系和地心地固坐标系之间的转换关系为

$$\mathbf{u}_g = [x_g \ y_g \ z_g]^T = \mathbf{\Omega}(\theta, \beta)\mathbf{u}_e - \mathbf{r} \quad (1)$$

其中， $\mathbf{r} = [0 \ 0 \ R_e]^T$ (R_e 为地球半径) 和 $\mathbf{\Omega}(\theta, \beta) = \mathbf{\Omega}_2(\beta)\mathbf{\Omega}_1(\theta)$ ， $\mathbf{\Omega}_1(\theta)$ 和 $\mathbf{\Omega}_2(\beta)$ 的表达式分别为

$$\begin{cases} \mathbf{\Omega}_1(\theta) = \begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ -\cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ \mathbf{\Omega}_2(\beta) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \\ 0 & -\cos \beta & \sin \beta \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

将地理坐标系转化为地心地固坐标系的变换关系为

$$\mathbf{u}_e = [x_e \ y_e \ z_e]^T = \mathbf{\Omega}^T(\theta, \beta)(\mathbf{u}_g + \mathbf{r}) \quad (3)$$

3 校正源存在条件下基于双星 TDOA/FDOA 序列观测的定位模型与相关假设

3.1 针对运动目标辐射源的双星 TDOA/FDOA 序列观测方程与相关假设

考虑某个在地球表面进行匀速直线运动的目标辐射源, 在整个定位过程中均假设目标在地球表面且与地球球面相切的平面内运动 (例如在海平面上的运动船), 并且不考虑地球曲率变化的影响, 此时可在目标运动平面建立地理坐标系, 该地理坐标系的原点设为目标在初始观测时刻 t_0 的位置 (设其初始经纬度为 θ 和 β)。由于目标在地球表面的平面内运动, 因此仅需要考虑两维速度分量 (即 $X_g O_g Y_g$ 平面内的速度分量)。假设目标在 X_g 轴和 Y_g 轴方向上的速度分量分别为 \dot{x}_g 和 \dot{y}_g , 则其在地理坐标系下的速度向量为 $\dot{\mathbf{u}}_g = [\dot{x}_g \ \dot{y}_g \ 0]^T$ 。若观测周期为 T (第 k 个观测时刻为 $t_k = t_0 + kT$), 则目标在 t_k 时刻在 $X_g O_g Y_g$ 平面上的二维坐标分别为 $x_g(t_k) = k\dot{x}_g T$

和 $y_g(t_k) = k\dot{y}_g T$ 。

另一方面, 假设在 t_k 时刻两颗点波束通信卫星在地心地固坐标系下的位置向量分别为 $\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k)$ 和 $\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k)$, 速度向量分别为 $\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k)$ 和 $\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k)$, 则卫星在地理坐标系下的位置和速度向量分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{s}_g^{(1)}(t_k) = \mathbf{\Omega}(\theta, \beta)\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{s}}_g^{(1)}(t_k) = \mathbf{\Omega}(\theta, \beta)\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k) \\ \mathbf{s}_g^{(2)}(t_k) = \mathbf{\Omega}(\theta, \beta)\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{r} \\ \dot{\mathbf{s}}_g^{(2)}(t_k) = \mathbf{\Omega}(\theta, \beta)\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k) \end{cases} \quad (4)$$

在地球表面存在能够接收卫星信号的地面观测站, 其作用是提取用于目标定位的时频差参数信息, 假设地面观测站在地心地固坐标系下位置向量为 ρ_e , 它在地理坐标系下位置向量为 $\rho_g = \mathbf{\Omega}(\theta, \beta)\rho_e - \mathbf{r}$ 。

假设在 t_k 时刻目标发射信号可以同时被上述两颗点波束通信卫星接收到, 相应的时频差分别为 $\Delta T_u(t_k)$ 和 $\Delta F_u(t_k)$, 则有

$$\begin{cases} \Delta T_u(t_k) = h^t(\mathbf{u}_e(t_k), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_k), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_k)) \\ \quad = \frac{1}{c} (\|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{u}_e(t_k)\| + \|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \rho_e\| - \|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{u}_e(t_k)\| - \|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \rho_e\|) \\ \Delta F_u(t_k) = h^f(\mathbf{u}_e(t_k), \dot{\mathbf{u}}_e(t_k), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_k), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_k), \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k), \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k)) \\ \quad = \frac{f_u (\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k) - \dot{\mathbf{u}}_e(t_k))^T (\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{u}_e(t_k))}{c \|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{u}_e(t_k)\|} + \frac{f_u - f_s^{(1)} \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_k) (\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \rho_e)}{c \|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \rho_e\|} \\ \quad \quad \quad \frac{f_u (\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k) - \dot{\mathbf{u}}_e(t_k))^T (\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{u}_e(t_k))}{c \|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{u}_e(t_k)\|} - \frac{f_u - f_s^{(2)} \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_k) (\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \rho_e)}{c \|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \rho_e\|} \end{cases} \quad (5)$$

其中, f_u 表示目标辐射源信号的上行频率, $f_s^{(1)}$ 和 $f_s^{(2)}$ 为两颗卫星的转发器频率或本振频率, c 表示光速。式(5)中的未知参量包括目标初始经纬度 θ 和 β , 以及在地理坐标系下的两维速度分量 \dot{x}_g 和 \dot{y}_g , 为便于下文分析, 不妨定义参数向量 $\xi = [\theta \ \beta \ \dot{x}_g \ \dot{y}_g]^T$, 此时运动目标的定位过程可转化为对参量 ξ 的估计问题, 而目标在任意时刻在地心地固坐标系下的位置向量可由式(6)获得

$$\mathbf{u}_e(t_k) = \mathbf{\Omega}^T(\theta, \beta)(\mathbf{u}_g(t_k) + \mathbf{r}) = \mathbf{f}_k(\xi) \quad (6)$$

显然, 为了实现对运动目标的定位, 需要融合不同时刻的时频差序列观测。不失一般性, 这里假设共有 $K(K \geq 2)$ 个时刻的时频差序列观测, 并且分别定义时频差向量 ΔT_u 和 ΔF_u 、两颗卫星在全部 K 个时刻的真实位置向量 $\mathbf{s}_e^{(1)}$ 和 $\mathbf{s}_e^{(2)}$ 、真实速度向量 $\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}$ 和 $\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}$ 以及时频差函数向量 $\mathbf{h}^t(\xi, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)})$ 和 $\mathbf{h}^f(\xi, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)})$ 如下

$$\begin{cases} \Delta T_u = [\Delta T_u(t_1) \ \Delta T_u(t_2) \ \cdots \ \Delta T_u(t_K)]^T, \Delta F_u = [\Delta F_u(t_1) \ \Delta F_u(t_2) \ \cdots \ \Delta F_u(t_K)]^T \\ \mathbf{s}_e^{(1)} = [\mathbf{s}_e^{(1)T}(t_1) \ \mathbf{s}_e^{(1)T}(t_2) \ \cdots \ \mathbf{s}_e^{(1)T}(t_K)]^T, \mathbf{s}_e^{(2)} = [\mathbf{s}_e^{(2)T}(t_1) \ \mathbf{s}_e^{(2)T}(t_2) \ \cdots \ \mathbf{s}_e^{(2)T}(t_K)]^T \\ \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)} = [\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_1) \ \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_2) \ \cdots \ \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_K)]^T, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)} = [\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_1) \ \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_2) \ \cdots \ \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_K)]^T \\ \mathbf{h}^t(\xi, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) = [h^t(\mathbf{u}_e(t_1), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_1), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_1)) \ h^t(\mathbf{u}_e(t_2), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_2), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_2)) \ \cdots \ h^t(\mathbf{u}_e(t_K), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_K), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_K))]^T \\ \mathbf{h}^f(\xi, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) = [h^f(\mathbf{u}_e(t_1), \dot{\mathbf{u}}_e(t_1), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_1), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_1), \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_1), \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_1)) \ \cdots \\ \quad \quad \quad h^f(\mathbf{u}_e(t_K), \dot{\mathbf{u}}_e(t_K), \mathbf{s}_e^{(1)}(t_K), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_K), \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_K), \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_K))]^T \end{cases} \quad (7)$$

于是可以得到等式关系 $\Delta T_u = \mathbf{h}^t(\xi, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)})$ 和 $\Delta F_u = \mathbf{h}^f(\xi, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)})$ 。

在实际工程中影响目标定位精度的主要因素包括时频差估计误差以及卫星星历（包括位置和速度参量）观测误差。假设在 t_k 时刻真实时频差 $\Delta T_u(t_k)$ 和 $\Delta F_u(t_k)$ 的实际估计值为

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_u(t_k) = \Delta T_u(t_k) + \Delta \tilde{T}_u(t_k) \\ \Delta \hat{F}_u(t_k) = \Delta F_u(t_k) + \Delta \tilde{F}_u(t_k) \end{cases} \quad (1 \leq k \leq K) \quad (8)$$

其中, $\Delta \tilde{T}_u(t_k)$ 和 $\Delta \tilde{F}_u(t_k)$ 分别表示时频差估计误差。再分别定义在全部 K 个时刻的时频差估计向量及其估计误差向量为

$$\begin{cases} \Delta \hat{\mathbf{T}}_u = [\Delta \hat{T}_u(t_1) \ \Delta \hat{T}_u(t_2) \ \cdots \ \Delta \hat{T}_u(t_K)]^T \\ \Delta \tilde{\mathbf{T}}_u = [\Delta \tilde{T}_u(t_1) \ \Delta \tilde{T}_u(t_2) \ \cdots \ \Delta \tilde{T}_u(t_K)]^T \\ \Delta \hat{\mathbf{F}}_u = [\Delta \hat{F}_u(t_1) \ \Delta \hat{F}_u(t_2) \ \cdots \ \Delta \hat{F}_u(t_K)]^T \\ \Delta \tilde{\mathbf{F}}_u = [\Delta \tilde{F}_u(t_1) \ \Delta \tilde{F}_u(t_2) \ \cdots \ \Delta \tilde{F}_u(t_K)]^T \end{cases} \quad (9)$$

则有

$$\begin{cases} \Delta \hat{\mathbf{T}}_u = \Delta \mathbf{T}_u + \Delta \tilde{\mathbf{T}}_u = \mathbf{h}^t(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) + \Delta \tilde{\mathbf{T}}_u \\ \Delta \hat{\mathbf{F}}_u = \Delta \mathbf{F}_u + \Delta \tilde{\mathbf{F}}_u \\ = \mathbf{h}^f(\boldsymbol{\zeta}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) + \Delta \tilde{\mathbf{F}}_u \end{cases} \quad (10)$$

类似文献[10]中的分析,这里假设 $\Delta \tilde{\mathbf{T}}_u$ 和 $\Delta \tilde{\mathbf{F}}_u$ 均服从零均值的高斯分布,并且其方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}'_u = E[\Delta \tilde{\mathbf{T}}_u \Delta \tilde{\mathbf{T}}_u^T]$ 和 $\mathbf{Q}''_u = E[\Delta \tilde{\mathbf{F}}_u \Delta \tilde{\mathbf{F}}_u^T]$ 。另一方面,在地心地固坐标系下,假设两颗卫星在 t_k 时刻的真实位置和速度向量的实际观测值为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k) = \mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) + \tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k) \\ \hat{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k) = \mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) + \tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k) \\ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)}(t_k) = \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k) + \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)}(t_k) \\ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)}(t_k) = \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k) + \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)}(t_k) \end{cases} \quad (1 \leq k \leq K) \quad (11)$$

$$\begin{cases} \Delta T_{vn}(t_k) = g^t(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_k), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_k)) = \frac{1}{c} (\|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{v}_{en}\| + \|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \boldsymbol{\rho}_e\| - \|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{v}_{en}\| - \|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \boldsymbol{\rho}_e\|) \\ \Delta F_{vn}(t_k) = g^f(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_k), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_k), \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k), \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k)) \\ = \frac{f_u}{c} \frac{\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_k)(\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{v}_{en})}{\|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \mathbf{v}_{en}\|} + \frac{f_u - f_s^{(1)}}{c} \frac{\dot{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_k)(\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \boldsymbol{\rho}_e)}{\|\mathbf{s}_e^{(1)}(t_k) - \boldsymbol{\rho}_e\|} \\ - \frac{f_u}{c} \frac{\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_k)(\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{v}_{en})}{\|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \mathbf{v}_{en}\|} - \frac{f_u - f_s^{(2)}}{c} \frac{\dot{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_k)(\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \boldsymbol{\rho}_e)}{\|\mathbf{s}_e^{(2)}(t_k) - \boldsymbol{\rho}_e\|} \end{cases} \quad (14)$$

在实际中获得的校正源时频差估计值同样会含有估计误差,即有

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_{vn}(t_k) = \Delta T_{vn}(t_k) + \Delta \tilde{T}_{vn}(t_k) \\ \Delta \hat{F}_{vn}(t_k) = \Delta F_{vn}(t_k) + \Delta \tilde{F}_{vn}(t_k) \end{cases} \quad (1 \leq n \leq N) \quad (15)$$

其中, $\tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_k)$ 和 $\tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_k)$ 分别表示在 t_k 时刻两颗卫星位置的观测误差, $\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)}(t_k)$ 和 $\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)}(t_k)$ 分别表示在 t_k 时刻两颗卫星速度的观测误差。再分别定义两颗卫星在全部 K 个时刻的位置和速度观测向量及其观测误差向量为

$$\begin{cases} \hat{\mathbf{s}}_e^{(1)} = [\hat{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_1) \ \hat{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_2) \ \cdots \ \hat{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_K)]^T \\ \hat{\mathbf{s}}_e^{(2)} = [\hat{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_1) \ \hat{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_2) \ \cdots \ \hat{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_K)]^T \\ \tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)} = [\tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_1) \ \tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_2) \ \cdots \ \tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)T}(t_K)]^T \\ \tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)} = [\tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_1) \ \tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_2) \ \cdots \ \tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)T}(t_K)]^T \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)} = [\hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}(t_1) \ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}(t_2) \ \cdots \ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}(t_K)]^T \\ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)} = [\hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}(t_1) \ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}(t_2) \ \cdots \ \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}(t_K)]^T \\ \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)} = [\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}(t_1) \ \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}(t_2) \ \cdots \ \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}(t_K)]^T \\ \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)} = [\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}(t_1) \ \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}(t_2) \ \cdots \ \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}(t_K)]^T \end{cases} \quad (13)$$

于是有 $\hat{\mathbf{s}}_e^{(1)} = \mathbf{s}_e^{(1)} + \tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)}$, $\hat{\mathbf{s}}_e^{(2)} = \mathbf{s}_e^{(2)} + \tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)}$, $\hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)} = \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)} + \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)}$ 和 $\hat{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)} = \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)} + \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)}$ 。类似文献[12]中的分析,假设 $\tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)}$, $\tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)}$, 和 $\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)}$ 均服从零均值高斯分布,并且方差矩阵为 $\mathbf{P}_1^{(1)} = E[\tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)} \tilde{\mathbf{s}}_e^{(1)T}]$, $\mathbf{P}_1^{(2)} = E[\tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)} \tilde{\mathbf{s}}_e^{(2)T}]$, $\mathbf{P}_2^{(1)} = E[\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)} \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(1)T}]$ 和 $\mathbf{P}_2^{(2)} = E[\tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)} \tilde{\dot{\mathbf{s}}}_e^{(2)T}]$ 。

3.2 针对校正源的双星 TDOA/FDOA 序列观测方程与相关假设

为了消除卫星星历误差的影响,需要在目标附近放置若干校正源^[13-16],这里假设校正源个数为 N ,第 n 个校正源在地心地固坐标系下的位置向量为 \mathbf{v}_{en} ($1 \leq n \leq N$)。假设在 t_k 时刻第 n 个校正源经过两颗卫星转发后到达观测站的时频差分别为 $\Delta T_{vn}(t_k)$ 和 $\Delta F_{vn}(t_k)$ ($1 \leq n \leq N$),则有

其中, $\Delta \tilde{T}_{vn}(t_k)$ 和 $\Delta \tilde{F}_{vn}(t_k)$ 分别表示校正源时频差估计误差。

再分别定义第 n 个校正源在全部 K 个时刻的时频差真实向量、估计向量及其估计误差向量为

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_{vn} = [\Delta \hat{T}_{vn}(t_1) \ \Delta \hat{T}_{vn}(t_2) \ \cdots \ \Delta \hat{T}_{vn}(t_K)]^T \\ \Delta T_{vn} = [\Delta T_{vn}(t_1) \ \Delta T_{vn}(t_2) \ \cdots \ \Delta T_{vn}(t_K)]^T \\ \Delta \tilde{T}_{vn} = [\Delta \tilde{T}_{vn}(t_1) \ \Delta \tilde{T}_{vn}(t_2) \ \cdots \ \Delta \tilde{T}_{vn}(t_K)]^T \\ \Delta \hat{F}_{vn} = [\Delta \hat{F}_{vn}(t_1) \ \Delta \hat{F}_{vn}(t_2) \ \cdots \ \Delta \hat{F}_{vn}(t_K)]^T \\ \Delta F_{vn} = [\Delta F_{vn}(t_1) \ \Delta F_{vn}(t_2) \ \cdots \ \Delta F_{vn}(t_K)]^T \\ \Delta \tilde{F}_{vn} = [\Delta \tilde{F}_{vn}(t_1) \ \Delta \tilde{F}_{vn}(t_2) \ \cdots \ \Delta \tilde{F}_{vn}(t_K)]^T \end{cases} \quad (16)$$

则有

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_{vn} = \Delta T_{vn} + \Delta \tilde{T}_{vn} \\ \quad = \mathbf{g}^t(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) + \Delta \tilde{T}_{vn} \\ \Delta \hat{F}_{vn} = \Delta F_{vn} + \Delta \tilde{F}_{vn} \quad (1 \leq n \leq N) \\ \quad = \mathbf{g}^f(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) + \Delta \tilde{F}_{vn} \end{cases} \quad (17)$$

其中,

$$\begin{cases} \mathbf{g}^t(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) = [\mathbf{g}^t(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_1), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_1)) \\ \mathbf{g}^t(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_2), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_2)) \cdots \mathbf{g}^t(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_K), \\ \mathbf{s}_e^{(2)}(t_K))]^T \mathbf{g}^f(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) \\ = [\mathbf{g}^f(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_1), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_1), \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_1), \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_1)) \cdots \\ \mathbf{g}^f(\mathbf{v}_{en}, \mathbf{s}_e^{(1)}(t_K), \mathbf{s}_e^{(2)}(t_K), \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}(t_K), \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}(t_K))]^T \end{cases} \quad (18)$$

再分别定义关于全部校正源的时频差真实向量、估计向量及其估计误差向量为

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_v = [\Delta \hat{T}_{v1}^T \ \Delta \hat{T}_{v2}^T \ \cdots \ \Delta \hat{T}_{vN}^T]^T \\ \Delta T_v = [\Delta T_{v1}^T \ \Delta T_{v2}^T \ \cdots \ \Delta T_{vN}^T]^T \\ \Delta \tilde{T}_v = [\Delta \tilde{T}_{v1}^T \ \Delta \tilde{T}_{v2}^T \ \cdots \ \Delta \tilde{T}_{vN}^T]^T \\ \Delta \hat{F}_v = [\Delta \hat{F}_{v1}^T \ \Delta \hat{F}_{v2}^T \ \cdots \ \Delta \hat{F}_{vN}^T]^T \\ \Delta F_v = [\Delta F_{v1}^T \ \Delta F_{v2}^T \ \cdots \ \Delta F_{vN}^T]^T \\ \Delta \tilde{F}_v = [\Delta \tilde{F}_{v1}^T \ \Delta \tilde{F}_{v2}^T \ \cdots \ \Delta \tilde{F}_{vN}^T]^T \end{cases} \quad (19)$$

则有

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_v = \Delta T_v + \Delta \tilde{T}_v = \bar{\mathbf{g}}^t(\mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) + \Delta \tilde{T}_v \\ \Delta \hat{F}_v = \Delta F_v + \Delta \tilde{F}_v = \bar{\mathbf{g}}^f(\mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) + \Delta \tilde{F}_v \end{cases} \quad (20)$$

其中,

$$\begin{cases} \bar{\mathbf{g}}^t(\mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) = [\mathbf{g}^{tT}(\mathbf{v}_{e1}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) \mathbf{g}^{tT}(\mathbf{v}_{e2}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}) \cdots \\ \mathbf{g}^{tT}(\mathbf{v}_{eN}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)})]^T \bar{\mathbf{g}}^f(\mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) \\ = [\mathbf{g}^{fT}(\mathbf{v}_{e1}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) \mathbf{g}^{fT}(\mathbf{v}_{e2}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)}) \cdots \\ \mathbf{g}^{fT}(\mathbf{v}_{eN}, \mathbf{s}_e^{(1)}, \mathbf{s}_e^{(2)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(1)}, \dot{\mathbf{s}}_e^{(2)})]^T \end{cases} \quad (21)$$

这里同样假设 $\Delta \tilde{T}_v$ 和 $\Delta \tilde{F}_v$ 均服从零均值的高斯分布, 并且其方差矩阵分别为 $\mathbf{Q}_v^t = E[\Delta \tilde{T}_v \Delta \tilde{T}_v^T]$ 和 $\mathbf{Q}_v^f = E[\Delta \tilde{F}_v \Delta \tilde{F}_v^T]$ 。最后需要假设的是, 用户接收机

和卫星信号之间的资源安排不冲突, 不影响后续的定位问题。

4 校正源存在条件下基于双星 TDOA/FDOA 序列观测量的定位算法及其理论性能分析

在目标做匀速直线运动的前提下, 其运动轨迹可由参量 ξ 来表示 (见式(6)), 此时的定位问题可直接转化为对参量 ξ 的估计问题。下文首先针对运动目标的定位模型推导差分校正定位算法及其理论方差。然而, 第5节中的理论分析表明, 尽管差分校正定位能够抑制卫星星历误差的影响, 但其定位方差尚难达到 CRB, 为此, 文中还将推导一种基于两步统计最优融合的定位算法及其理论方差。

4.1 基于差分校正的 Taylor 级数迭代公式及其理论性能分析

依据差分校正定位原理可将差分时频差序列观测量表示为

$$\begin{aligned} \Delta \hat{W}_{uv} &= [\Delta \hat{T}_{uv}^T \ \Delta \hat{F}_{uv}^T]^T \\ &= [\Delta \hat{T}_{uv1}^T \ \Delta \hat{T}_{uv2}^T \ \cdots \ \Delta \hat{T}_{uvN}^T | \Delta \hat{F}_{uv1}^T \ \Delta \hat{F}_{uv2}^T \ \cdots \ \Delta \hat{F}_{uvN}^T]^T \\ &= [((\mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Delta \hat{T}_u) - \Delta \hat{T}_v)^T \ ((\mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Delta \hat{F}_u) - \Delta \hat{F}_v)^T]^T \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathbf{I}_{N \times 1}$ 表示 N 维全 1 列向量, 并且

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_{uvn} = \Delta \hat{T}_u - \Delta \hat{T}_{vn} \\ \quad = [\Delta \hat{T}_u(t_1) - \Delta \hat{T}_{vn}(t_1) \ \Delta \hat{T}_u(t_2) - \Delta \hat{T}_{vn}(t_2) \cdots \\ \quad \quad \Delta \hat{T}_u(t_K) - \Delta \hat{T}_{vn}(t_K)]^T \\ \Delta \hat{F}_{uvn} = \Delta \hat{F}_u - \Delta \hat{F}_{vn} \\ \quad = [\Delta \hat{F}_u(t_1) - \Delta \hat{F}_{vn}(t_1) \ \Delta \hat{F}_u(t_2) - \Delta \hat{F}_{vn}(t_2) \cdots \\ \quad \quad \Delta \hat{F}_u(t_K) - \Delta \hat{F}_{vn}(t_K)]^T \end{cases} \quad (23)$$

表示目标辐射源与第 n 个校正源的差分时频差序列观测量。假设第 p 次 Taylor 级数迭代得到未知参量 ξ 的估计值为 ξ_p^a , 现将差分观测量 $\Delta \hat{T}_{uv}$ 和 $\Delta \hat{F}_{uv}$ 的闭式方程在 ξ_p^a 、 $\hat{\mathbf{s}}_e$ 和 $\hat{\dot{\mathbf{s}}}_e$ 处进行一阶 Taylor 级数展开可得

$$\begin{cases} \Delta \hat{T}_{uv} \approx \mathbf{d}^t(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e) + \mathbf{D}_1^t(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e)(\xi - \xi_p^a) + \\ \mathbf{D}_{2,1}^t(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e)(\mathbf{s}_e - \hat{\mathbf{s}}_e) + \mathbf{D}_{2,2}^t(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e)(\dot{\mathbf{s}}_e - \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e) + \\ \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \Delta \tilde{T}_u - \Delta \tilde{T}_v \\ \Delta \hat{F}_{uv} \approx \mathbf{d}^f(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e) + \mathbf{D}_1^f(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e)(\xi - \xi_p^a) + \\ \mathbf{D}_{2,1}^f(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e)(\mathbf{s}_e - \hat{\mathbf{s}}_e) + \mathbf{D}_{2,2}^f(\xi_p^a, \hat{\mathbf{s}}_e, \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e)(\dot{\mathbf{s}}_e - \hat{\dot{\mathbf{s}}}_e) + \\ \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \Delta \tilde{F}_u - \Delta \tilde{F}_v \end{cases} \quad (24)$$

其中,

$$\begin{cases} d^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes h^i(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}) - \bar{g}^i(s_e^{(1)}, s_e^{(2)}) \\ d^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes h^f(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}) - \bar{g}^f(\hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}) \end{cases} \quad (25)$$

$$\begin{cases} D_1^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \frac{\partial h^i(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \xi_p^{aT}} \\ = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Gamma_1^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \\ D_1^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \frac{\partial h^f(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \xi_p^{aT}} \\ = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Gamma_1^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \end{cases} \quad (26)$$

$$\begin{cases} D_{2,1}^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \\ = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \frac{\partial h^i(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} - \frac{\partial \bar{g}^i(\hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} \\ = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Gamma_{2,1}^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) - \Sigma_1^i(\hat{s}_e, \hat{s}_e) D_{2,1}^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \\ = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \frac{\partial h^f(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} - \frac{\partial \bar{g}^f(\hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} \\ = \mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Gamma_{2,1}^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) - \Sigma_1^f(\hat{s}_e, \hat{s}_e) \end{cases} \quad (27)$$

$$\begin{cases} D_{2,2}^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \\ = \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \frac{\partial h^i(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} - \frac{\partial \bar{g}^i(\hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} \\ = \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \Gamma_{2,2}^i(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) - \Sigma_2^i(\hat{s}_e, \hat{s}_e) D_{2,2}^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \\ = \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \frac{\partial h^f(\xi_p^a, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} - \frac{\partial \bar{g}^f(\hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)}, \hat{s}_e^{(1)}, \hat{s}_e^{(2)})}{\partial \hat{s}_e^T} \\ = \mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \Gamma_{2,2}^f(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) - \Sigma_2^f(\hat{s}_e, \hat{s}_e) \end{cases} \quad (28)$$

若分别再令

$$\begin{cases} d(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = [d^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \quad d^{fT}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)]^T \\ D_1(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = [D_1^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \quad D_1^{fT}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)]^T \\ D_{2,1}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = [D_{2,1}^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \quad D_{2,1}^{fT}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)]^T \\ D_{2,2}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = [D_{2,2}^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \quad D_{2,2}^{fT}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)]^T \end{cases} \quad (29)$$

则根据式(22)至式(29)可得

$$\Delta \hat{W}_{uv} \approx d(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) + D_1(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) (\xi - \xi_p^a) + \varepsilon(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e, \Delta \hat{W}_{uv}) \quad (30)$$

其中,

$$\begin{cases} \Delta \hat{W}_{uv} = [((\mathbf{I}_{N \times 1} \otimes \Delta \tilde{T}_u) - \Delta \tilde{T}_v)^T ((\mathbf{1}_{N \times 1} \otimes \Delta \tilde{F}_u) - \Delta \tilde{F}_v)^T]^T \cdot \\ \varepsilon(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e, \Delta \hat{W}_{uv}) \\ = D_{2,1}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)(s_e - \hat{s}_e) + D_{2,2}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)(\hat{s}_e - \hat{s}_e) + \Delta \tilde{W}_{uv} \end{cases} \quad (31)$$

表示误差项, 其中包含时频差估计误差和卫星星历观测误差。于是第 $p+1$ 次迭代的结果可通过下式获得

$$\xi_{p+1}^a = \arg \min_x \left\| \Delta \hat{W}_{uv} - d(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) - D_1(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)(x - \xi_p^a) \right\|_{E^{-1}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)}^2 \quad (32)$$

式中,

$$\Psi(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = Q_{uv} + D_2(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) P D_2^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \quad (33)$$

其中,

$$\begin{cases} Q_{uv} = E[\Delta \tilde{W}_{uv} \Delta \tilde{W}_{uv}^T] = \text{blkdiag}[\mathbf{1}_{N \times N} \otimes Q_u \quad \mathbf{1}_{N \times N} \otimes Q_v] + Q_v \\ D_2(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) = [D_{2,1}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \quad D_{2,2}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)] \end{cases} \quad (34)$$

根据式(32)可得相应的 Taylor 级数迭代公式为

$$\begin{aligned} \xi_{p+1}^a &= \xi_p^a + (D_1^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \Psi^{-1}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \cdot \\ &D_1(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e))^{-1} D_1^T(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \Psi^{-1}(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e) \cdot \\ &(\Delta \hat{W}_{uv} - d(\xi_p^a, \hat{s}_e, \hat{s}_e)) \end{aligned} \quad (35)$$

通过上述 Taylor 级数迭代公式得到参数向量 ξ 的估计值后 (记为 $\xi^a = \lim_{p \rightarrow +\infty} \xi_p^a$), 再利用式(6)即可获得每一时刻目标在地心地固坐标系下的位置向量, 从而确定运动目标的全部轨迹。关于差分校正定位 ξ^a 的估计方差可由下述结论获得。

结论 1 差分校正估计值 ξ^a 的方差矩阵为

$$MSE(\xi^a) = \left(D_1^T(\xi, s_e, \hat{s}_e) \left(Q_{uv} + D_2(\xi, s_e, \hat{s}_e) \right)^{-1} P D_2^T(\xi, s_e, \hat{s}_e) D_1(\xi, s_e, \hat{s}_e) \right)^{-1} \quad (36)$$

结论 1 表明卫星星历误差主要反映在矩阵 $D_2(\xi, s_e, \hat{s}_e) P D_2^T(\xi, s_e, \hat{s}_e)$ 中, 而当校正源位置与目

标的运动轨迹十分接近时,根据式(27)至式(29)可知 $D_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \approx \mathbf{O}$, 此时卫星星历误差可以得到很好的抑制。然而,由于差分校正中的序列观测方程中新增了校正源的时频差估计误差(即 $\Delta \tilde{T}_v$ 和 $\Delta \tilde{F}_v$), 因此,若 $\Delta \tilde{T}_v$ 和 $\Delta \tilde{F}_v$ 较大时,则会影响差分校正的效果,第 5 节中的理论分析也将证明差分校正定位的估计方差难以达到相应的 CRB。

4.2 基于两步统计最优融合的 Taylor 级数迭代公式及其理论性能分析

针对差分校正定位方法的不足,提出一种基于两步统计最优融合的定位算法。最优性是指统计性能上的最优性,即具有最小的估计方差。首先考虑卫星位置和速度向量的估计。假设第 p 次 Taylor 级数迭代得到关于卫星位置和速度向量分别为 $s_{e,p}^b$ 和 $\dot{s}_{e,p}^b$, 现将观测量 $\Delta \hat{W}_v$ 、 \hat{s}_e 和 $\hat{\dot{s}}_e$ 的闭式方程在 $s_{e,p}^b$ 和 $\dot{s}_{e,p}^b$ 处进行一阶 Taylor 级数展开可得

$$\begin{bmatrix} s_{e,p+1}^b \\ \dot{s}_{e,p+1}^b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{e,p}^b \\ \dot{s}_{e,p}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Sigma_1^T(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) Q_v^{-1} \Sigma_1(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) + P_1^{-1} & \Sigma_1^T(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) Q_v^{-1} \Sigma_2(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) \\ \Sigma_2^T(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) Q_v^{-1} \Sigma_1(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) & \Sigma_2^T(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) Q_v^{-1} \Sigma_2(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) + P_2^{-1} \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Sigma_1^T(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) Q_v^{-1} (\Delta \hat{W}_v - w_v(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b)) + P_1^{-1} (\hat{s}_e - s_{e,p}^b) \\ \Sigma_2^T(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) Q_v^{-1} (\Delta \hat{W}_v - w_v(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b)) + P_2^{-1} (\hat{\dot{s}}_e - \dot{s}_{e,p}^b) \end{bmatrix} \quad (39)$$

假设上述 Taylor 级数迭代公式得到卫星位置和速度向量 s_e 和 \dot{s}_e 的估计值为 s_e^b 和 \dot{s}_e^b , 即有 $s_e^b = \lim_{p \rightarrow +\infty} s_{e,p}^b$ 和 $\dot{s}_e^b = \lim_{p \rightarrow +\infty} \dot{s}_{e,p}^b$, 于是 s_e^b 和 \dot{s}_e^b 的联合估计方差矩阵为

$$MSE \left(\begin{bmatrix} s_e^b \\ \dot{s}_e^b \end{bmatrix} \right) = (P^{-1} + \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1} \quad (40)$$

接着,利用第一步迭代结果及其统计特性估计未知参量 ξ 。假设第 p 次 Taylor 级数迭代得到未知参量 ξ 的估计值为 ξ_p^b , 现将观测量 $\Delta \hat{W}_u$ 的闭式方程在 ξ_p^b 、 s_e^b 和 \dot{s}_e^b 处进行一阶 Taylor 级数展开可得

$$\begin{aligned} \Delta \hat{W}_u &\approx w_u(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) + \Gamma_1(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(\xi - \xi_p^b) + \\ &\Gamma_{2,1}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(s_e - s_e^b) + \Gamma_{2,2}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(\dot{s}_e - \dot{s}_e^b) + \Delta \tilde{W}_u \\ &= w_u(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) + \Gamma_1(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(\xi - \xi_p^b) + e(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b, \Delta \tilde{W}_u) \end{aligned} \quad (41)$$

其中,

$$\begin{aligned} e(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b, \Delta \tilde{W}_u) &= \Gamma_{2,1}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(s_e - s_e^b) + \\ &\Gamma_{2,2}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(\dot{s}_e - \dot{s}_e^b) + \Delta \tilde{W}_u \end{aligned} \quad (42)$$

表示误差项,包含时频差估计误差和第一步迭代收

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \Delta \hat{W}_v \\ \hat{s}_e \\ \hat{\dot{s}}_e \end{bmatrix} &\approx \begin{bmatrix} w_v(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) \\ s_{e,p}^b \\ \dot{s}_{e,p}^b \end{bmatrix} + \\ &\begin{bmatrix} \Sigma_1(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) & \Sigma_2(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) \\ I_{6K} & \mathbf{O}_{6K \times 6K} \\ \mathbf{O}_{6K \times 6K} & I_{6K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s_e - s_{e,p}^b \\ \dot{s}_e - \dot{s}_{e,p}^b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \tilde{W}_v \\ \tilde{s}_e \\ \tilde{\dot{s}}_e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (37)$$

于是第 $p+1$ 次迭代的结果可通过下式获得

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} s_{e,p+1}^b \\ \dot{s}_{e,p+1}^b \end{bmatrix} &= \arg \min_{x,y} \left\| \begin{bmatrix} \Sigma_1(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) & \Sigma_2(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) \\ I_{6K} & \mathbf{O}_{6K \times 6K} \\ \mathbf{O}_{6K \times 6K} & I_{6K} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - s_{e,p}^b \\ y - \dot{s}_{e,p}^b \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \Delta \hat{W}_v - w_v(s_{e,p}^b, \dot{s}_{e,p}^b) \\ \hat{s}_e - s_{e,p}^b \\ \hat{\dot{s}}_e - \dot{s}_{e,p}^b \end{bmatrix} \right\|_{\text{blkdiag}[Q_v^{-1} P_1^{-1} P_2^{-1}]}^2 \end{aligned} \quad (38)$$

根据式(38)可得相应的 Taylor 级数迭代公式为

敛的星历估计误差,于是第 $p+1$ 次迭代的结果可通过下式获得

$$\xi_{p+1}^b = \arg \min_x \left\| \begin{bmatrix} \Delta \hat{W}_u - w_u(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) \\ -\Gamma_1(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(x - \xi_p^b) \end{bmatrix} \right\|_{E^{-1}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)} \quad (43)$$

其中,

$$\begin{aligned} E(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) &= Q_u + \Gamma_2(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)(P^{-1} + \\ &\Sigma^T(s_e^b, \dot{s}_e^b) Q_v^{-1} \Sigma(s_e^b, \dot{s}_e^b))^{-1} \Gamma_2^T(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) \end{aligned} \quad (44)$$

根据式(43)可得相应的 Taylor 级数迭代公式为

$$\begin{aligned} \xi_{p+1}^{(b)} &= \xi_p^{(b)} + (\Gamma_1^T(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) E^{-1}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) \Gamma_1(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b))^{-1} \cdot \\ &\Gamma_1^T(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) E^{-1}(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b) (\Delta \hat{W}_u - w_u(\xi_p^b, s_e^b, \dot{s}_e^b)) \end{aligned} \quad (45)$$

通过上述 Taylor 级数迭代公式得到参数向量 ξ 的估计值后(记为 $\xi^b = \lim_{p \rightarrow +\infty} \xi_p^b$),再利用式(6)即可获得每一时刻目标在地心地固坐标系下的位置向量,从而确定运动目标的全部轨迹。

类似于结论 1 中的分析可知 ξ^b 的估计方差矩阵为

$$\begin{aligned} MSE(\xi^b) &= (\Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) (Q_u + \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) (P^{-1} + \\ &\Sigma^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1} \Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \end{aligned} \quad (46)$$

第 5 节中的理论分析将证明式(46)给出的理论估计方差等于相应的 CRB。此外，相比于其他最优估计方法，文中两步统计最优融合方法具有较小的运算量。

5 校正源存在条件下基于双星 TDOA/FDOA 序列观测量的目标定位方差 CRB

本节将在校正源和卫星星历误差同时存在的条件下，推导基于双星时频差序列观测量的目标定位方差 CRB，由于运动目标在每一时刻的位置向量均可由未知参量 ξ 来确定，因此文中将首先推导未知参量 ξ 的估计方差 CRB，并基于此推导目标定位方差的 CRB。此外，本节还将第 4 节中推导的 2 种定位算法的参数估计方差与 CRB 进行定量比较。

5.1 参量 ξ 的估计方差 CRB

观测向量包括 $\Delta \hat{T}_u$ 、 $\Delta \hat{F}_u$ 、 $\Delta \hat{T}_v$ 、 $\Delta \hat{F}_v$ 、 $\hat{s}_e^{(1)}$ 、 $\hat{s}_e^{(2)}$ 、 $\hat{s}_e^{(1)}$ 和 $\hat{s}_e^{(2)}$ ，而决定观测向量中的未知参量包括 ξ 、 $s_e^{(1)}$ 、 $s_e^{(2)}$ 、 $\dot{s}_e^{(1)}$ 和 $\dot{s}_e^{(2)}$ 。由于这里涉及到的变量较多，为了便于后续分析，这里不妨记

$$\begin{cases} \Delta \hat{W}_u = [\Delta \hat{T}_u^T \ \Delta \hat{F}_u^T]^T, \Delta \hat{W}_v = [\Delta \hat{T}_v^T \ \Delta \hat{F}_v^T]^T \\ \hat{s}_e = [\hat{s}_e^{(1)T} \ \hat{s}_e^{(2)T}]^T, s_e = [s_e^{(1)T} \ s_e^{(2)T}]^T \\ \dot{\hat{s}}_e = [\dot{\hat{s}}_e^{(1)T} \ \dot{\hat{s}}_e^{(2)T}]^T, \dot{s}_e = [\dot{s}_e^{(1)T} \ \dot{s}_e^{(2)T}]^T \\ w_u(\xi, s_e, \dot{s}_e) = [\hat{h}^T(\xi, s_e^{(1)}, s_e^{(2)}) \ \hat{h}^T(\xi, s_e^{(1)}, s_e^{(2)}, \dot{s}_e^{(1)}, \dot{s}_e^{(2)})]^T \\ w_v(s_e, \dot{s}_e) = [\bar{g}^T(s_e^{(1)}, s_e^{(2)}) \ \bar{g}^T(s_e^{(1)}, s_e^{(2)}, \dot{s}_e^{(1)}, \dot{s}_e^{(2)})]^T \\ Q_u = \text{blkdiag}[Q_u' \ Q_u''], Q_v = \text{blkdiag}[Q_v' \ Q_v''] \\ P_1 = \text{blkdiag}[P_1^{(1)} \ P_1^{(2)}], P_2 = \text{blkdiag}[P_2^{(1)} \ P_2^{(2)}] \end{cases} \quad (47)$$

此时的观测向量仅包括 $\Delta \hat{W}_u$ 、 $\Delta \hat{W}_v$ 、 \hat{s}_e 和 $\dot{\hat{s}}_e$ ，而决定观测向量中的未知参量包括 ξ 、 s_e 和 \dot{s}_e ，相应的概率密度函数为

$$p(\Delta \hat{W}_u, \Delta \hat{W}_v, \hat{s}_e, \dot{\hat{s}}_e; \xi, s_e, \dot{s}_e) = L \exp\{-(\Delta \hat{W}_u - w_u(\xi, s_e, \dot{s}_e))^T Q_u^{-1} \frac{\Delta \hat{W}_u - w_u(\xi, s_e, \dot{s}_e)}{2}\}.$$

$$\exp\{-(\Delta \hat{W}_v - w_v(s_e, \dot{s}_e))^T Q_v^{-1} \frac{\Delta \hat{W}_v - w_v(s_e, \dot{s}_e)}{2}\}.$$

$$\exp\left\{-\left(\hat{s}_e - s_e\right)^T \frac{P_1^{-1}(\hat{s}_e - s_e)}{2}\right\}.$$

$$CRB(\xi) = \left(\begin{matrix} \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) - \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \cdot \\ (\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P^{-1} + \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1} \Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{matrix} \right)^{-1} \quad (53)$$

$$CRB\left(\begin{bmatrix} s_e \\ \dot{s}_e \end{bmatrix}\right) = \left(\begin{matrix} \Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P^{-1} + \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma(s_e, \dot{s}_e) - \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) \cdot \\ (\Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{matrix} \right)^{-1} \quad (54)$$

$$\exp\left\{-\left(\hat{s}_e - s_e\right)^T \frac{P_2^{-1}(\hat{s}_e - s_e)}{2}\right\} \quad (48)$$

式中 L 表示常数因子，于是关于未知参量的 FISH 信息矩阵为

$$FISH \begin{pmatrix} \xi \\ s_e \\ \dot{s}_e \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} & X_{13} \\ X_{12}^T & X_{22} & X_{23} \\ X_{13}^T & X_{23}^T & X_{33} \end{bmatrix} \quad (49)$$

其中，

$$\begin{cases} X_{11} = \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ X_{12} = \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_{2,1}(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ X_{13} = \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_{2,2}(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ X_{22} = \Gamma_{2,1}^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_{2,1}(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P_1^{-1} + \Sigma_1^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma_1(s_e, \dot{s}_e) \\ X_{23} = \Gamma_{2,1}^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_{2,2}(\xi, s_e, \dot{s}_e) + \Sigma_1^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma_2(s_e, \dot{s}_e) \\ X_{33} = \Gamma_{2,2}^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_{2,2}(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P_2^{-1} + \Sigma_2^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma_2(s_e, \dot{s}_e) \end{cases} \quad (50)$$

$$\begin{cases} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) = \frac{\partial w_u(\xi, s_e, \dot{s}_e)}{\partial \xi^T} = \begin{bmatrix} \Gamma_1'(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ \Gamma_1^f(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{bmatrix} \\ \Gamma_{2,1}(\xi, s_e, \dot{s}_e) = \frac{\partial w_u(\xi, s_e, \dot{s}_e)}{\partial s_e^T} = \begin{bmatrix} \Gamma_{2,1}'(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ \Gamma_{2,1}^f(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{bmatrix} \\ \Gamma_{2,2}(\xi, s_e, \dot{s}_e) = \frac{\partial w_u(\xi, s_e, \dot{s}_e)}{\partial \dot{s}_e^T} = \begin{bmatrix} \Gamma_{2,2}'(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ \Gamma_{2,2}^f(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{bmatrix} \\ \Sigma_1(s_e, \dot{s}_e) = \frac{\partial w_v(s_e, \dot{s}_e)}{\partial s_e^T} = \begin{bmatrix} \Sigma_1'(s_e, \dot{s}_e) \\ \Sigma_1^f(s_e, \dot{s}_e) \end{bmatrix} \\ \Sigma_2(s_e, \dot{s}_e) = \frac{\partial w_v(s_e, \dot{s}_e)}{\partial \dot{s}_e^T} = \begin{bmatrix} \Sigma_2'(s_e, \dot{s}_e) \\ \Sigma_2^f(s_e, \dot{s}_e) \end{bmatrix} \end{cases} \quad (51)$$

若再令

$$\begin{cases} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) = [\Gamma_{2,1}(\xi, s_e, \dot{s}_e) \ \Gamma_{2,2}(\xi, s_e, \dot{s}_e)] \\ \Sigma(s_e, \dot{s}_e) = [\Sigma_1(s_e, \dot{s}_e) \ \Sigma_2(s_e, \dot{s}_e)] \\ P = \text{blkdiag}[P_1 \ P_2] \end{cases} \quad (52)$$

则根据分块矩阵求逆公式可得

$$CRB(\xi) = \left(\begin{matrix} \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) - \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \cdot \\ (\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P^{-1} + \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1} \Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{matrix} \right)^{-1} \quad (53)$$

$$CRB\left(\begin{bmatrix} s_e \\ \dot{s}_e \end{bmatrix}\right) = \left(\begin{matrix} \Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P^{-1} + \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e) Q_v^{-1} \Sigma(s_e, \dot{s}_e) - \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) \cdot \\ (\Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) Q_u^{-1} \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{matrix} \right)^{-1} \quad (54)$$

基于上述分析可以得到下面2个结论。

结论 2 若 $\Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e)$ 为列满秩矩阵, $\Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e)$ 为行满秩矩阵, 并且记卫星星历没有误差且没有校正源条件下的目标定位方差 CRB 为 $CRB_1(\xi)$, 记卫星星历有误差且没有校正源条件下的目标定位方差 CRB 为 $CRB_2(\xi)$, 则有如下关系式 $CRB_2(\xi) \geq CRB(\xi) > CRB_1(\xi)$ 。

结论2表明通过引入位置精确已知的校正源有助于降低目标定位方差的下界, 但是难以将目标定位方差的下界降低到卫星星历没有误差的情况。

结论 3 根据上述定义可知 $CRB \begin{pmatrix} s_e \\ \dot{s}_e \end{pmatrix} \leq P$,

进一步, 若 $\Sigma(s_e, \dot{s}_e)$ 列满秩, 则有 $CRB \begin{pmatrix} s_e \\ \dot{s}_e \end{pmatrix} < P$ 。

结论3表明通过引入位置精确已知的校正源有助于降低卫星位置和速度向量估计方差的下界, 而当 $\Sigma(s_e, \dot{s}_e)$ 列满秩时, 则必然能够降低卫星位置和速度向量估计方差的下界。

5.2 运动目标定位方差的 CRB

需要指出的是, 对于运动目标而言, 其定位精度可由单一时刻的位置估计方差和整个轨迹的估计方差来表示, 其中前者可反映对运动目标的跟踪性能, 而后者则表示目标轨迹的总体定位精度。

根据式(6)可以推得在 t_k 时刻目标位置参量估计的 CRB 为

$$CRB(u_e(t_k)) = \text{trace}(F_k(\xi)CRB(\xi)F_k^T(\xi)) = \text{trace}(CRB(\xi)F_k^T(\xi)F_k(\xi)) \quad (55)$$

其中

$$F_k(\xi) = \frac{\partial f_k(\xi)}{\partial \xi^T} = [\dot{\Omega}_\theta^T(\theta, \beta)(u_g(t_k) + r) \cdot \dot{\Omega}_\beta^T(\theta, \beta)(u_g(t_k) + r) \quad kT\Omega^T(\theta, \beta)i_3^{(1)} \quad kT\Omega^T(\theta, \beta)i_3^{(2)}] \quad (56)$$

其中, $\dot{\Omega}_\theta(\theta, \beta) = \frac{\partial \Omega(\theta, \beta)}{\partial \theta}$ 和 $\dot{\Omega}_\beta(\theta, \beta) = \frac{\partial \Omega(\theta, \beta)}{\partial \beta}$,

而 $i_3^{(1)}$ 和 $i_3^{(2)}$ 分别为单位矩阵 I_3 中的第一列和第二列。若令目标在全部定位时刻的位置向量为 $\bar{u}_e = [u_e^T(t_1) \quad u_e^T(t_2) \quad \dots \quad u_e^T(t_K)]^T$, 则运动目标的整个轨迹估计方差的 CRB 为

$$CRB(\bar{u}_e) = \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K F_k(\xi)CRB(\xi)F_k^T(\xi) \right) = \text{trace} \left(CRB(\xi) \left(\sum_{k=1}^K F_k^T(\xi)F_k(\xi) \right) \right) \quad (57)$$

5.3 2种定位算法的理论性能与 CRB 的比较

结论 4 $MSE(\xi^a) \geq CRB(\xi)$ 。

结论4的证明见附录A。结论4表明差分校正技术的参数估计方差难以达到相应的CRB。若令差分校正定位技术得到目标在 t_k 时刻的位置向量为 $u_e^a(t_k)$, 在全部时刻的位置向量为 $\bar{u}_e^a = [u_e^{aT}(t_1) \quad u_e^{aT}(t_2) \quad \dots \quad u_e^{aT}(t_K)]^T$, 则有

$$MSE(u_e^a(t_k)) = \text{trace}(F_k(\xi)MSE(\xi^a)F_k^T(\xi)) = \text{trace}(MSE(\xi^a)F_k^T(\xi)F_k(\xi)) = \text{trace}((D_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)(Q_{inv} + D_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \cdot PD_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1}D_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1}F_k^T(\xi)F_k(\xi)) \quad (58)$$

$$MSE(\bar{u}_e^a) = \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K F_k(\xi)MSE(\xi^a)F_k^T(\xi) \right) = \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K MSE(\xi^a)F_k^T(\xi)F_k(\xi) \right) \quad (59)$$

结论 5 $MSE(u_e^a(t_k)) \geq CRB(u_e(t_k))$ 和 $MSE(\bar{u}_e^a) \geq CRB(\bar{u}_e)$ 。

结论 6 $MSE(\xi^b) = CRB(\xi)$ 。

结论6的证明见附录B。结论6表明两步统计最优融合定位的参数估计方差可以达到相应的CRB。因此, 其定位精度也会优于差分校正定位方法, 这种优势在时频差估计误差较大时能够得到更好体现。若令两步统计最优融合定位得到目标在 t_k 时刻的位置向量为 $u_e^b(t_k)$, 在全部定位时刻的位置向量为 $\bar{u}_e^b = [u_e^{bT}(t_1) \quad u_e^{bT}(t_2) \quad \dots \quad u_e^{bT}(t_K)]^T$, 则有

$$MSE(u_e^b(t_k)) = \text{trace}(F_k(\xi)MSE(\xi^b)F_k^T(\xi)) = \text{trace}(MSE(\xi^b)F_k^T(\xi)F_k(\xi)) = CRB(u_e(t_k)) \quad (60)$$

$$MSE(\bar{u}_e^b) = \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K F_k(\xi)MSE(\xi^b)F_k^T(\xi) \right) = \text{trace} \left(\sum_{k=1}^K MSE(\xi^b)F_k^T(\xi)F_k(\xi) \right) = CRB(\bar{u}_e) \quad (61)$$

6 数值实验

数值实验中假设时频差估计误差是独立同分布的高斯噪声, 并且令目标辐射源的时频差估计方差与校正源的时频差估计方差一致。另一方面, 卫星位置和速度参量的观测误差也分别假设为独立同分布的高斯噪声。文中将比较差分校正定位算法与两步统计最优融合定位算法的性能, 并与相应的

CRB 进行对比。需要指出的是，图中的理论性能曲线是根据文中所推导的理论值计算所得，而仿真性能曲线则是根据 2 000 次蒙特卡洛独立实验统计所得。

假设共有两颗卫星用于目标定位，其经度分别为 116.94° 和 123.56°，纬度分别为 27.15° 和 23.34°，卫星距离地面高度为 800 km，两颗星在地心地固坐标系下的速度向量分别为

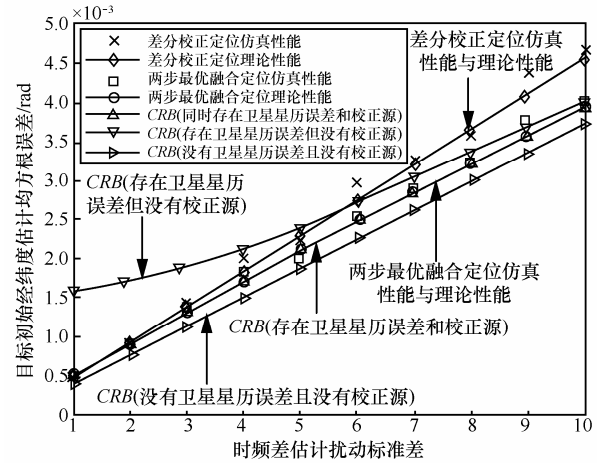
$$\dot{s}_e^{(1)}(t) = [-2.255\ 888\ -2.150\ 293\ 6.591\ 604]^T \text{ km/s}$$

$$\dot{s}_e^{(2)}(t) = [-2.165\ 701\ -2.181\ 672\ 6.550\ 531]^T \text{ km/s}$$

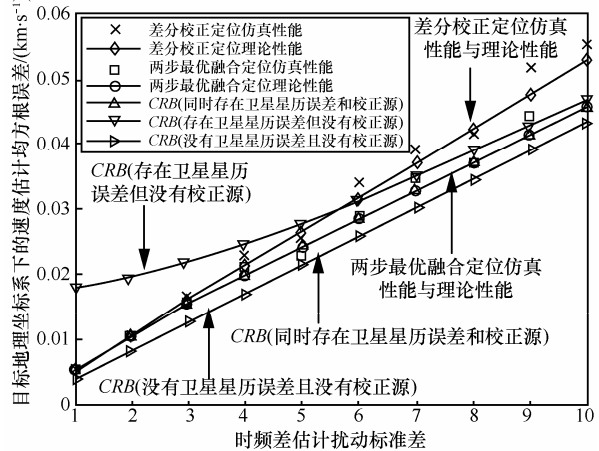
目标辐射源在海平面上进行匀速直线运动，其初始经纬度为 123.24° 和 31.62°，在地理坐标系下的速度向量分别为 $\dot{u}_g = [0.01\ 0.01\ 0]^T \text{ km/s}$ ，地面观测站的经纬度为 110.38° 和 25.76°。此外，假设在目标附近存在 2 个位置精确已知的校正源，其经度分别为 121.2° 和 121.7°，纬度分别为 31.2° 和 32.2°，并假设每隔 2 s 获得一次时频差观测量。首先，将卫星位置扰动标准差固定为 $3 \times 10^{-2} \text{ km}$ ，卫星速度扰动标准差固定为 $3 \times 10^{-5} \text{ km/s}$ ，时差估计标准差设为 $\frac{0.1\delta_1}{c}$ ，频差估计标准差设为 $\frac{10^{-4}\delta_1 f_u}{c}$ (δ_1 称为时频差估计扰动标准差)，并且利用 20 次时频差序列观测量进行目标定位，图 2 分别给出了参量 ξ 的估计均方根误差与目标轨迹估计均方根误差随着时频差估计扰动标准差 δ_1 的变化曲线。接着，将时差估计标准差固定为 $\frac{0.4}{c}$ ，频差估计标准差固定为 $\frac{4 \times 10^{-4} f_u}{c}$ ，卫星位置扰动标准差设为 $10^{-2}\delta_2 \text{ km}$ ，卫星速度扰动标准差设为 $10^{-5}\delta_2 \text{ km/s}$ (δ_2 称为卫星星历扰动标准差)，并且利用 20 次时频差序列观测量进行目标定位，图 3 分别给出了参量 ξ 的估计均方根误差与目标轨迹估计均方根误差随着卫星星历扰动标准差 δ_2 的变化曲线。

从图 3 中可以看出，当卫星星历误差较小时，差分校正定位的优势并不明显，其参数估计精度和对运动目标的定位性能甚至差于没有校正源时的 CRB，也就是说，在这种条件下通过差分校正的方式利用校正源反而会带来负面效应。然而，随着卫星星历误差的增加，差分校正技术的参数估计精度和目标定位性能始终保持稳定的常量，受卫星星历误差的影响非常小，其定位性能也将远远优于没有校正源时的 CRB，并且逐渐逼近存在校正源时的 CRB，这充分验证差分校正技术对于抑制卫星星历

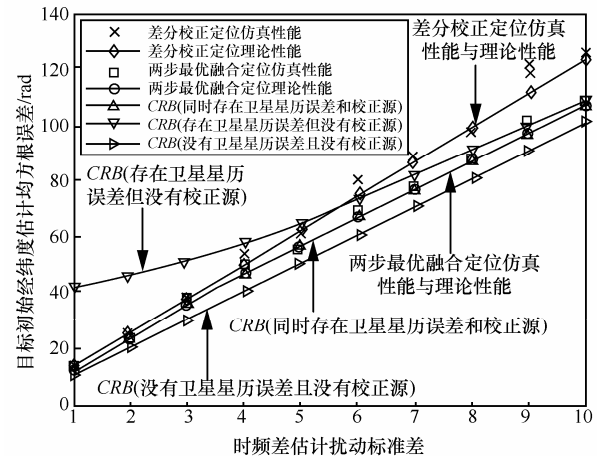
误差的优势。从图 2 中可以看出，差分校正定位虽然能够抑制卫星星历误差的影响，但随着时频差估计误差的增加，其参数估计精度和目标定位性能将受到较大影响，其性能不仅会偏离存在校正源时的 CRB，甚至会差于没有校正源时的 CRB，这是因为差分校正定位的观测方程中新增了关于校正源的时频差



(a) 目标初始经纬度估计均方根误差随时频差估计扰动标准差变化曲线

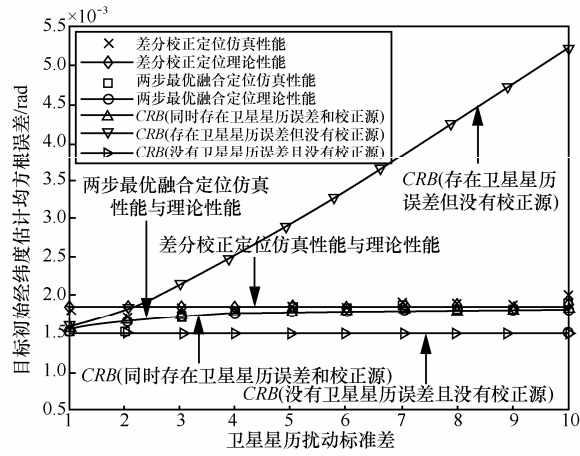


(b) 目标速度估计均方根误差随时频差估计扰动标准差变化曲线

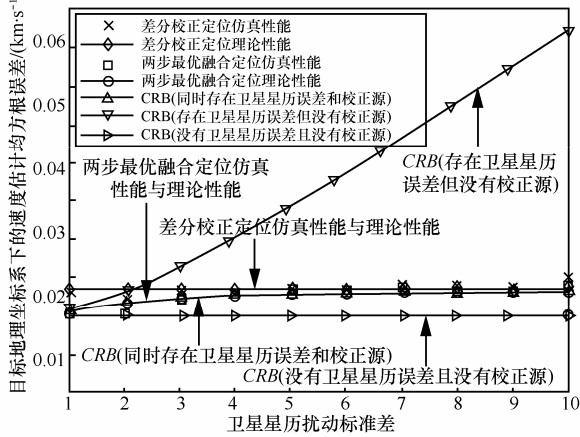


(c) 目标运动轨迹估计均方根误差随时频差估计扰动标准差变化曲线

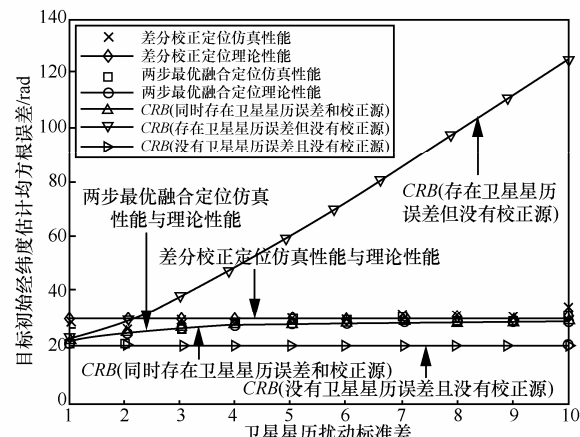
图 2 参数估计均方根误差随时频差估计扰动标准差变化曲线



(a) 目标初始经度估计均方根误差随卫星星历扰动标准差变化曲线



(b) 目标速度估计均方根误差随卫星星历扰动标准差变化曲线



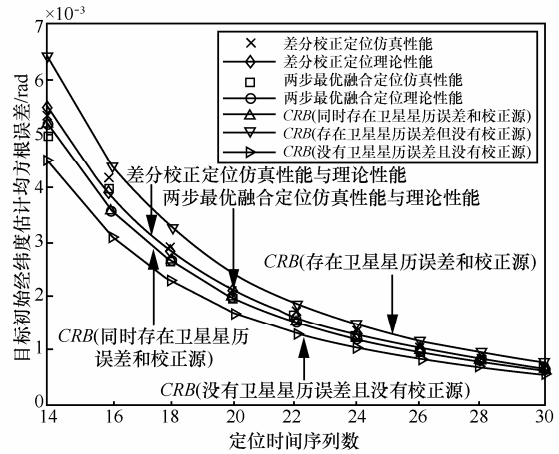
(c) 目标运动轨迹估计均方根误差随卫星星历扰动标准差变化曲线

图 3 参数估计均方根误差随卫星星历扰动标准差变化曲线

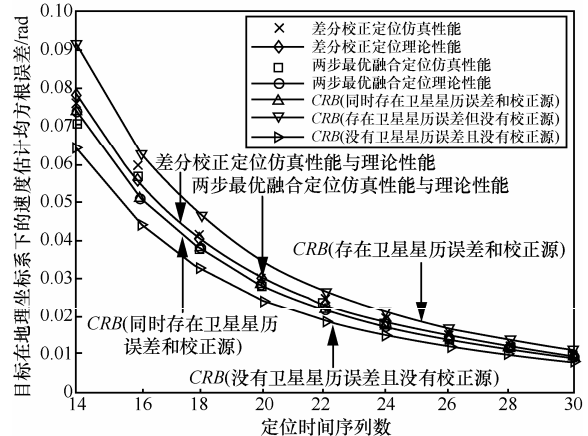
估计误差，其统计性能不是全局最优的。从图 2 和图 3 中还可以看出，无论是在哪种参数设置条件下，两步统计最优融合定位的参数估计精度和对运动目标的定位性能始终逼近存在校正源时的 CRB，并且优于差分校正技术的估计性能（尤其是当时频差估计误差较大时），从而验证其最优的定位性能。

下面观察算法性能随着定位序列数 K 的变化规

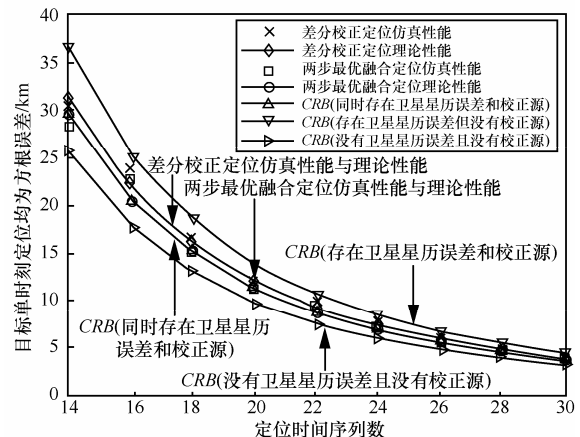
律。首先，将时差估计标准差固定为 $\frac{0.4}{c}$ ，频差估计标准差固定为 $\frac{4 \times 10^{-4} f_u}{c}$ ，卫星位置扰动标准差设为 3×10^{-2} km，卫星速度扰动标准差设为 3×10^{-5} km/s，图 4 中分别给出了参量 ξ 的估计均方根误差与目标在



(a) 目标初始经度估计均方根误差随定位时间序列数变化曲线



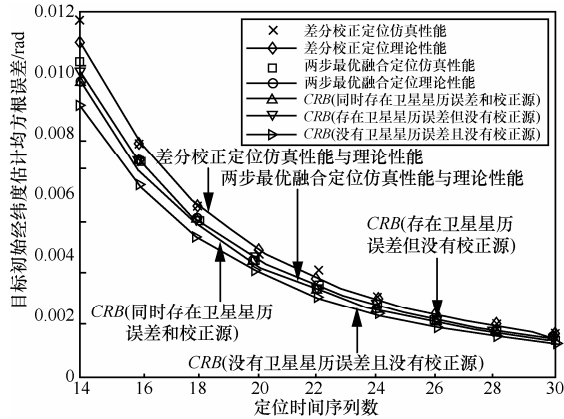
(b) 目标速度估计均方根误差随定位时间序列数变化曲线



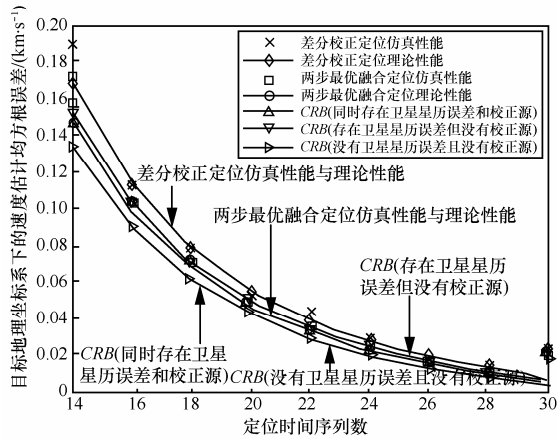
(c) t_k 时刻的目标定位均方根误差随定位时间序列数变化曲线

图 4 参数估计均方根误差随定位时间序列数变化曲线 (时频差参数估计方差相对较小)

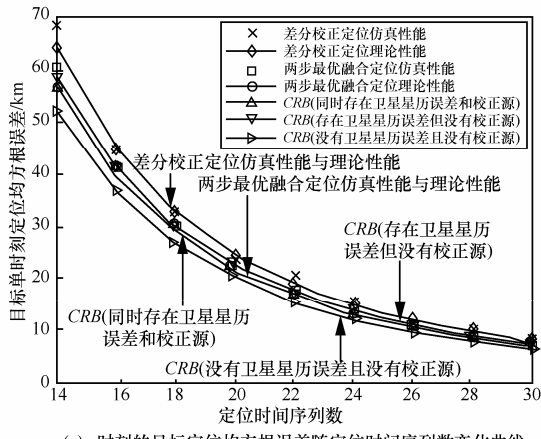
t_k 时刻的定位均方根误差（即运动目标跟踪性能）随定位时序数 K 的变化曲线。接着，将时差估计标准差增加到 $\frac{0.8}{c}$ ，频差估计标准差增加到 $\frac{8 \times 10^{-4} f_u}{c}$ ，卫星位置扰动标准差设为 3×10^{-2} km，卫星速度扰动标准差设为 3×10^{-5} km/s，图 5 中分别给出了参量 ξ 的估计均方根误差与目标在 t_k 时刻的定位均方根误差随定位时序数 K 的变化曲线。



(a) 目标初始经纬度估计均方根误差随定位时间序列数变化曲线



(b) 目标速度估计均方根误差随定位时间序列数变化曲线



(c) 时刻的目标定位均方根误差随定位时间序列数变化曲线

图 5 参数估计均方根误差随定位时间序列数变化曲线（时频差参数估计方差相对较大）

从图 4 和图 5 中可以看出，随着定位时间序列数 K 的增加，2 种算法的参数估计精度和对运动目标的定位跟踪性能都将得到提高，并且无论是在哪种参数设置条件下，两步统计最优融合定位的性能始终优于差分校正技术，并且其性能也与其 CRB 保持一致。另一方面，在图 4 中的两步统计最优融合定位性能只是略优于差分校正技术，这是因为此时的时频差估计误差相对较小，它相对于卫星星历误差并不占据主导，而图 5 中的两步统计最优融合定位性能却明显优于差分校正技术，这是因为此时的时频差估计误差相对较大，它相对于卫星星历误差更加占据主导作用，这也进一步验证了图 2 和图 3 中的结论，即差分校正技术对于抑制卫星星历误差的作用更加明显，而对于抑制时频差估计误差的作用并不是主要的，但两步统计最优融合定位的统计性能则始终是最优的。

7 结束语

本文针对地面匀速运动的目标定位问题，在校正源存在条件下，研究基于双星平台的时频差定位算法。鉴于双星单时刻时频差观测量无法实现对运动目标的定位，提出利用多时刻时频差序列观测量实现对运动目标的轨迹估计。首先在卫星星历存在误差的情况下，推导出基于双星时频差序列观测量的差分校正定位公式及其理论性能，数学分析表明尽管其能有效抑制卫星星历误差所导致的定位偏置，但定位方差难以达到相应的 CRB ，为此，提出一种基于两步统计最优融合的运动目标定位算法，并证明其理论定位性能可以达到相应的 CRB 。最后，通过若干数值实验用以验证新算法的优越性和理论分析的有效性。

附录 A：结论 4 的证明

为了简化数学分析，这里仅证明一个校正源存在的情况，即当 $N=1$ 的情况，此时有

$$\begin{cases} D_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) = F_1(z, s_e, \dot{s}_e) \\ D_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) = F_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) - \Sigma(s_e, \dot{s}_e) \\ Q_{uv} = Q_u + Q_v \end{cases} \quad (62)$$

首先构造如下矩阵

$$\Phi = (\Xi^T(u, s_1, s_2) J^T \bar{Q}^{-1} J \Xi(u, s_1, s_2))^{-1} \quad (63)$$

其中，

$$\begin{cases} J = \begin{bmatrix} I_{2K} & -I_{2K} & O_{2K \times 12K} \\ O_{12K \times 2K} & O_{12K \times 2K} & I_{12K} \end{bmatrix} \\ \bar{Q} = \begin{bmatrix} Q_u + Q_v & O_{2K \times 12K} \\ O_{12K \times 2K} & P \end{bmatrix} \\ \Xi(\xi, s_e, \dot{s}_e) = \begin{bmatrix} \Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) & \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ O_{2K \times 4} & \Sigma(s_e, \dot{s}_e) \\ O_{12K \times 4} & I_{12K} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (64)$$

于是可以证明

$$MSE(\xi^a) = [I_4 \ O_{4 \times 12K}] \Phi [I_4 \ O_{4 \times 12K}]^T \quad (65)$$

又因为

$$CRB(\xi) = [I_4 \ O_{4 \times 12K}] CRB \begin{pmatrix} \xi \\ s_e \\ \dot{s}_e \end{pmatrix} [I_4 \ O_{4 \times 12K}]^T \quad (66)$$

因此仅需要证明 $\Phi \geq CRB \begin{pmatrix} \xi \\ s_e \\ \dot{s}_e \end{pmatrix}$ 即可。进一步仅需要证明

$$\begin{aligned} & \Xi^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) J^T \bar{Q}^{-1} J \Xi(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ & \leq FISH \begin{pmatrix} \xi \\ s_e \\ \dot{s}_e \end{pmatrix} = \Xi^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) \bar{\bar{Q}}^{-1} \Xi(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{aligned} \quad (67)$$

其中, $\bar{\bar{Q}} = \text{bikdiag}[Q_u \ Q_v \ P]$ 。又因为

$$\begin{aligned} & \bar{\bar{Q}}^{-1} - J^T \bar{Q}^{-1} J \\ & = \begin{bmatrix} Q_u^{-1} - (Q_u + Q_v)^{-1} & (Q_u + Q_v)^{-1} & O_{2K \times 12K} \\ (Q_u + Q_v)^{-1} & Q_v^{-1} - (Q_u + Q_v)^{-1} & O_{2K \times 12K} \\ O_{12K \times 2K} & O_{12K \times 2K} & O_{12K \times 12K} \end{bmatrix} \\ & = \begin{pmatrix} Q_u^{-1} \\ Q_v^{-1} \\ O \end{pmatrix} (Q_u^{-1} + Q_v^{-1})^{-\frac{1}{2}} \begin{pmatrix} Q_u^{-1} \\ Q_v^{-1} \\ O \end{pmatrix} (Q_u^{-1} + Q_v^{-1})^{-\frac{1}{2}} \geq O \end{aligned} \quad (68)$$

于是有

$$\begin{aligned} & \Xi^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) J^T \bar{Q}^{-1} J \Xi(\xi, s_e, \dot{s}_e) \\ & \leq \Xi^T(\xi, s_e, \dot{s}_e) \bar{\bar{Q}}^{-1} \Xi(\xi, s_e, \dot{s}_e) \end{aligned} \quad (69)$$

因此式(67)成立, 于是结论 5 成立。

附录 B: 结论 6 的证明

根据式(46)和矩阵求逆公式可得

$$\begin{aligned} MSE(\xi^b) &= (\Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)(Q_u + \Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e)(P^{-1} + \\ & \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e)Q_v^{-1}\Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1}\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1}\Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \\ &= (\Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)(Q_u^{-1} - Q_u^{-1}\Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e)(\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)Q_u^{-1}\Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & P^{-1} + \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e)Q_v^{-1}\Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1}\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)Q_u^{-1}\Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \\ &= (\Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)Q_u^{-1}\Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e) - \Gamma_1^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)Q_u^{-1}\Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) \cdot \\ & (\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)Q_u^{-1}\Gamma_2(\xi, s_e, \dot{s}_e) + P^{-1} + \\ & \Sigma^T(s_e, \dot{s}_e)Q_v^{-1}\Sigma(s_e, \dot{s}_e))^{-1}\Gamma_2^T(\xi, s_e, \dot{s}_e)Q_u^{-1}\Gamma_1(\xi, s_e, \dot{s}_e))^{-1} \\ &= CRB(\xi) \end{aligned} \quad (70)$$

由此可知结论 6 成立。

参考文献:

- [1] HAWORTH D P, SMITH N G, BARDELLI R, *et al.* Interference localization for EUTELSAT satellites—the first European transmitter location system[J]. *International Journal of Satellite Communications*, 1997, 15(4): 155-183.
- [2] RICCARDO B, DAVID H, NIGEL S. Interference localization for the EUTELSAT satellite system[A]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Globecom*[C]. Singapore, IEEE Press, 1995. 1641-1651.
- [3] MASON J. Algebraic two-satellite TOA/FOA position solution on an ellipsoidal earth[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2004, 40(7): 1087-1092.
- [4] HO K C, CHAN Y T. Geolocation of a known altitude object from TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 1997, 33(3): 770-783.
- [5] 徐义, 郭福成, 冯道旺. 一种单星仅测 TOA 无源定位方法[J]. *宇航学报*, 2010, 31(2): 502-508.
- [6] XU Y, GUO F C, FENG D W. A new satellite passive localization method using TOA measurement only[J]. *Journal of Astronautics*, 2010, 31(2): 502-508.
- [7] PATTISON T, CHOU S I. Sensitivity analysis of dual-satellite geolocation[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2000, 36(1): 56-71.
- [8] 张勇, 盛卫东, 郭福成, 等. 低轨双星无源定位算法及定位精度分析[J]. *中国惯性技术学报*, 2007, 15(2): 188-192.
- [9] ZHANG Y, SHENG W D, GUO F C, *et al.* Low orbit dual-satellites passive location algorithm and its precision analysis[J]. *Journal of Chinese Inertial Technology*, 2007, 15(2): 188-192.
- [10] 郭福成, 樊昀. 双星时差频差联合定位方法及其误差分析[J]. *宇航学报*, 2008, 29(4): 1381-1386.
- [11] GUO F C, FAN Y. A method of dual-satellites geolocation using TDOA and FDOA and its precision analysis[J]. *Journal of Astronautics*, 2008, 29(4): 1381-1386.
- [12] YANG K H, JIANG L Z, LUO Z Q. Efficient semidefinite relaxation for robust geolocation of unknown emitter by a satellite cluster using TDOA and FDOA measurements[A]. *Proceedings of the IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing*[C]. Prague, Czech, 2011. 2584-2587.
- [13] 朱伟强, 黄培康, 束锋, 等. 多星 TDOA 和 FDOA 联合定位精度分析[J]. *系统工程与电子技术*, 2009, 31(12): 2797-2800.
- [14] ZHU W Q, HUANG P K, SHU F, *et al.* Analysis of precision of multi-satellite joint location based on TDOA/FDOA[J]. *System Engineering and Electronics*, 2009, 31(12): 2797-2800.
- [15] 钟丹星, 邓新蒲, 周一宇. 一种基于 WGS-84 地球面模型的卫星测时差定位算法[J]. *宇航学报*, 2003, 24(6): 569-573.

- ZHONG D X, DENG X P, ZHOU Y Y. A location method based on WGS-84 earth model using satellites TDOA measurements[J]. *Journal of Astronautics*, 2003, 24(6): 569-573.
- [12] 王莹桂, 陈振林, 李腾, 等. 三星时差定位系统的主要系统误差分析[J]. *飞行器测控学报*, 2010, 29(1): 85-89.
WANG Y G, CHEN Z L, LI T, et al. Major system error analysis based on tri-satellite TDOA location system[J]. *Journal of spacecraft TT&C Technology*, 2010, 29(1): 85-89.
- [13] 瞿文中, 叶尚福, 孙正波. 卫星干扰源精确定位的位置校正算法[J]. *电波科学学报*, 2005, 20(3): 342-346.
QU W Z, YE S F, SUN Z B. Algorithm of position calibrator for satellite interference location[J]. *Chinese Journal of Radio Science*, 2005, 20(3): 342-346.
- [14] 高谦, 郭福成, 吴京, 等. 一种三星时差定位系统的校正算法研究[J]. *航天电子对抗*, 2007, 23(5): 5-8.
GAO Q, GUO F C, WU J, et al. A correcting algorithm of single reference source for the 3-satellite TDOA location system[J]. *Aerospace Electronic Warfare*, 2007, 23(5): 5-8.
- [15] HO K C, YANG L. On the use of a calibration emitter for source localization in the presence of sensor position uncertainty[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(12): 5758-5772.
- [16] 严航, 姚山峰. 基于参考站的低轨双星定位误差校正分析[J]. *电讯技术*, 2011, 51(12): 27-33.
YAN H, YAO S F. Calibration accuracy analysis of LEO dual-satellite geolocation system based on reference stations[J]. *Telecommunication Engineering*, 2011, 51(12): 27-33.
- [17] 李延军, 韩建立, 任建存, 等. 三星时差无源跟踪算法研究[J]. *海军航空工程学院学报*, 2009, 24(4): 376-378.
- [18] LI T J, HAN J L, REN J C, et al. Research on TDOA passive tracking algorithm using three satellites[J]. *Journal of Naval Aeronautical and Astronautical University*, 2009, 24(4): 376-378.
- [19] MUŠICKI D, KAUNE R, KOCH W. Mobile emitter geolocation and tracking using TDOA and FDOA measurements[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2010, 58(3): 1863-1874.
- [20] LUO J C, WALKER E, BHATTACHARYA P, et al. A new TDOA/FDOA recursive geolocation algorithm[A]. *Proceedings of the 42nd South Eastern Symposium on System Theory*[C]. Tyler, USA: IEEE Press, 2010. 208-210.

作者简介:



王鼎(1982-), 男, 安徽芜湖人, 博士, 解放军信息工程大学讲师, 主要研究方向为统计信号处理和无源定位等。



张莉(1975-), 女, 江西吉安人, 博士, 解放军信息工程大学副教授, 主要研究方向为数字信号处理和无源定位等。

吴瑛(1960-), 女, 河南郑州人, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为现代信号处理和无源定位等。