

# 基于用户协作的认知 MIMO 干扰网络自由度上界研究

朱世磊, 郑娜娥, 王盛, 胡捍英

(解放军信息工程大学 导航与空天目标工程学院, 河南 郑州 450002)

**摘 要:** 在  $K+1$  用户认知 MIMO 干扰网络中, 传统算法区分对待主/次用户干扰, 将其对齐压缩到不同的干扰空间上, 导致空间自由度的浪费。从复用干扰空间的角度出发, 推导了新的自由度上界及其必要条件。为了验证其合理性和正确性, 设计了联合干扰对齐指标, 并结合范数理论和 Rayleigh-Ritz 定理提出一种协作联合干扰对齐算法, 并对算法的有效性进行了分析。理论分析和仿真结果表明, 新的自由度上界突破了已有文献所给上界, 且可通过所提算法达到。

**关键词:** 认知 MIMO; 用户协作; 干扰对齐; 自由度

中图分类号: TN92

文献标识码: A

## Upper bound of degrees of freedom in cognitive MIMO interference network with user cooperation

ZHU Shi-lei, ZHENG Na-e, WANG Sheng, HU Han-ying

(Institute of Navigation and Space Target Engineering, Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

**Abstract:** In  $(K+1)$ -user cognitive MIMO interference network, conventional algorithms distinguish the interference of primary users and secondary users by aligning them to the different interference space, separately. Therefore, it leads to the loss of spatial degrees of freedom (DoF). From the perspective of multiplexing the interference space, a new upper bound of DoF and its necessary condition was deduced. Furthermore, to verify the rationality and validity of the new upper bound, a cooperative joint interference alignment algorithm, in which a joint interference alignment indicator was designed and proposed based on norm theory and Rayleigh-Ritz theorem. The effectiveness of the algorithm was analyzed. Theoretical analysis and simulation results show that the new upper bound of DoF breaks upper bound given in the existing papers, and it can be achieved by the proposed algorithm.

**Key words:** cognitive MIMO; user cooperation; interference alignment; degrees of freedom

### 1 引言

用户间干扰的存在严重限制了无线频谱资源的复用, 成为制约无线通信系统容量提升的瓶颈问题。传统认知无线电可实现高效灵活的机会式频谱接入, 其通过主次用户分时复用频谱, 避免了用户之间相互干扰问题<sup>[1-4]</sup>。但是频繁的信道间切换势必会浪费接入机会, 导致次用户的通信质量无法保证<sup>[5]</sup>。认知 MIMO 融合了 MIMO 空间抗干扰和多子流并

行传输优势, 可以从空间域上实现用户无干扰传输, 显著地提高系统容量以及频谱利用率, 促使认知系统焕发新的活力, 然而认知 MIMO 的上述优势是受系统空间自由度 (DoF, degrees of freedom) 限制的<sup>[6-8]</sup>, 因此系统设计需要充分考虑利用有限的空间 DoF 资源。

干扰对齐技术可以压缩干扰所占的资源维度, 实现系统自由度利用的最大化。文献[8]将干扰对齐引入到  $K$  用户的干扰网络中, 获得了较好的 DoF

收稿日期: 2014-06-18; 修回日期: 2015-01-22

基金项目: 国家科技重大专项基金资助项目 (2011ZX03003-003-02); 国家高技术研究发展计划 (“863” 计划) 基金资助项目 (2012AA01A502, 2012AA01A505)

**Foundation Items:** The Important National Science and Technology Specific Project (2011ZX03003-003-02); The National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (2012AA01A502, 2012AA01A505)

利用性能。文献[9]针对多用户认知 MIMO 干扰网络，推导了系统总的可达自由度上界：在所有用户采用  $M$  个天线的对称配置下，每个次用户最多可以获得  $\frac{M-d_0}{2}$  个自由度（其中  $d_0$  表示主用户并发的子流数目），然后给出了一种迭代的认知干扰对齐（ICIA, iterative cognitive interference alignment）算法，并通过蒙特卡洛仿真验证了上述结论。然而，该文献给主用户和次用户分别分配了独立的干扰空间，造成了空间资源的浪费，其实完全可以将主用户和次用户的干扰压缩都到同一个干扰空间上来节省干扰所占用的 DoF。文献[10]指出，次用户通过与主用户协作，可以突破文献[9]所给的 DoF 上界，该文献从时间域角度对 SISO 的模型展开研究，并利用符号扩展给出了干扰对齐的方案和新的可达 DoF 上界。但是该文献并未给出 MIMO 模型的结论，而且时间域的干扰对齐需要严格的同步，大大增加了系统的实现难度。

本文重点对认知 MIMO 空间域干扰对齐的 DoF 相关问题展开研究。首先，从主用户和次用户共用干扰空间的角度，理论推导分析了  $K+1$  用户的认知 MIMO 干扰网络的可达 DOF 上界及其必要条件，其结论要明显高于文献[9]的自由度上界，且等效于文献[10]的 SISO 模型在 MIMO 下的推广（当天线取 1 时二者结论一致）；然后，给出一种基于主用户协作的联合干扰对齐算法，该算法利用矩阵范数来刻画干扰空间的重合度，据此设计了主次用户的联合干扰对齐指标，建立了相应的凸优化模型，并利用 Rayleigh-Ritz 定理，推导出算法中收发矩阵之间的迭代关系，以矩阵迭代的方式获得自由度分配方案对应的可行参量，其可将多类不同的用户干扰压缩到同一干扰空间，从而提高空间利用率；最后，结合理论分析和蒙特卡洛仿真验证了所得可达自由度上界的合理性、正确性以及算法的有效性。

## 2 系统模型

本文设置的系统模型为  $K+1$  用户认知 MIMO 干扰网络 ( $K \geq 2$ ) 模型（简称认知干扰网络），如图 1 所示。为了便于分析，考虑只有一对主用户通信的情况，其发射机和接收机分别配备  $M_0$  和  $N_0$  个天线，信道传输矩阵为  $\mathbf{H}_{00} \in \mathbb{C}^{N_0 \times M_0}$  ( $\mathbb{C}$  表示复数域)，主用户在其授权频率上同时传输  $d_0$  路数据，即自由度为  $d_0$ ；而次用户系统由典型的  $K$  用户 MIMO 干

扰网络构成，其中发射机  $k$  和接收机  $k$  分别配备  $M_k$  和  $N_k$  个天线，使用  $d_k$  个自由度，对应的信道传输矩阵为  $\mathbf{H}_{kk} \in \mathbb{C}^{N_k \times M_k}$  ( $k=1,2,\dots,K$ )。此外，次用户发射机  $l$  到接收机  $k$  的干扰信道用矩阵  $\mathbf{H}_{kl} \in \mathbb{C}^{N_k \times M_l}$  ( $k \neq l$ ) 表示，而对于主次用户间的干扰信道，分别利用  $\mathbf{H}_{0l} \in \mathbb{C}^{N_0 \times M_l}$  和  $\mathbf{H}_{l0} \in \mathbb{C}^{N_l \times M_0}$  表示次用户发射机  $l$  到主用户接收机以及主用户发送机到次用户接收机  $l$  的干扰信道，信道满足块衰（block fading）特性，且矩阵元素服从复高斯分布。

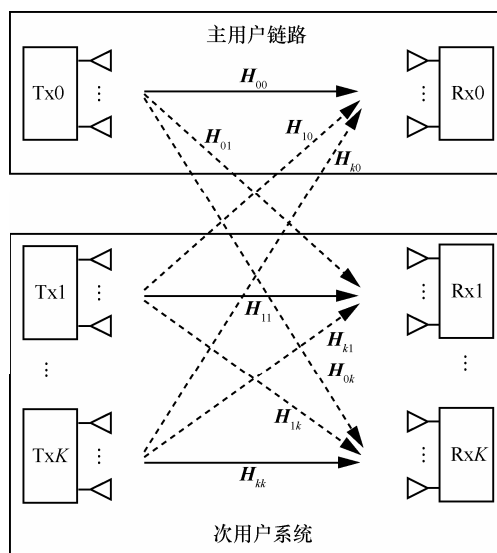


图 1 认知 MIMO 干扰网络模型

设主用户的发射信号为  $s_0$ ，其预编码矩阵和接收滤波矩阵分别为  $\mathbf{V}_0 \in \mathbb{C}^{M_0 \times d_0}$ 、 $\mathbf{U}_0 \in \mathbb{C}^{N_0 \times d_0}$ ；次用户  $k$  的发送信号为  $s_k \in \mathbb{C}^{d_k \times 1}$ ，对应预编码矩阵和接收滤波矩阵分别为  $\mathbf{V}_k \in \mathbb{C}^{M_k \times d_k}$  和  $\mathbf{U}_k \in \mathbb{C}^{N_k \times d_k}$ ，则主用户的接收信号和第  $k$  个次用户的接收信号分别为

$$y_0 = \mathbf{U}_0^H \mathbf{H}_{00} \mathbf{V}_0 s_0 + \mathbf{U}_0^H \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l s_l + n_0 = \mathbf{U}_0^H \mathbf{H}_{00} \mathbf{V}_0 s_0 + z_0 + n_0 \quad (1)$$

$$y_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kk} \mathbf{V}_k s_k + \mathbf{U}_k^H \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l s_l + \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 s_0 + n_k = \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 s_k + z_k + n_k \quad (2)$$

其中， $n_0$  和  $n_k$  分别表示主用户和次用户信道加性高斯白噪声， $z_0 = \mathbf{U}_0^H \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l s_l$  表示主用户受到次用户的干扰， $z_k = \mathbf{U}_k^H \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l s_l + \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 s_0$  表示次用户  $k$  受到其他次用户以及主用户的干扰。为了实现干扰对齐，需要将干扰项  $z_0$  和  $z_k$  置 0，即需

要满足如下约束条件

$$\begin{cases} \mathbf{U}_0^H \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l = \mathbf{0}_{d_0 \times d_l}, \forall l = 1, \dots, K \\ \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 = \mathbf{0}_{d_k \times d_0}, \forall k = 1, \dots, K \\ \mathbf{U}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l = \mathbf{0}_{d_k \times d_l}, \forall k, l = 1, \dots, K \text{ 且 } k \neq l \end{cases} \quad (3)$$

### 3 系统可达自由度分析

#### 3.1 系统和自由度上界分析

定义和自由度 (sum-DoF) 为认知干扰网络中所有认知用户 DoF 相加的总和, 下面通过定理 1 来给出认知干扰网络的 sum-DoF 上界。

**定理 1** 在认知干扰网络中, 当所有次用户收发端都采用  $M$  根天线的对称配置时, 主用户存在且使用  $d_0$  维的自由度, 干扰网络总的自由度上界满足

$$\sum_{i=1}^K d_i \leq K \min\left(\frac{M}{2}, M - d_0\right) \quad (4)$$

**证明** 传统的  $K$  用户 MIMO 干扰网络中, sum-DoF 上界可以通过任选 2 个用户并忽略其他用户的干扰来求得<sup>[9]</sup>。然而与传统 MIMO 干扰网络不同的是, 认知干扰网络中包含了 2 类不同的用户: 次用户和主用户。其中主用户拥有频谱授权, 可以优先使用系统资源; 而次用户为非授权用户只能伺机地接入信道。因此, 需要分为以下 2 部分求解系统的自由度约束。

1) 对于任意一个次用户与一个主用户共存时, 认知用户的自由度约束<sup>[11]</sup>为

$$\begin{aligned} d_i + d_0 &\leq \min\{M_i + d_0, N_i + d_0, \max(M_i, d_0), \max(N_i, d_0)\} \\ &= \min\{\max(M_i, d_0), \max(N_i, d_0)\} \end{aligned} \quad (5)$$

因此,  $d_i \leq \min\{(M_i - d_0)^+, (N_i - d_0)^+\}$ , 其中  $(a)^+$  表示  $\max(a, 0)$ 。则当系统采用对称配置, 即  $M_i = N_i = M$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ) 时,

$$\sum_{i=1}^K d_i \leq K(M - d_0)^+ \quad (6)$$

2) 任意 2 个次用户之间的自由度约束, 同一系统下 2 个用户的自由度约束<sup>[11]</sup>为

$$d_i + d_j \leq \min\{M_i + M_j, N_i + N_j, \max(M_i, N_j), \max(M_j, N_i)\} \quad (7)$$

当采用对称配置, 即  $M_i = N_i = M$  ( $i = 1, 2, \dots, K$ ) 时,

$$d_i + d_j \leq M (\forall i, j \in \{1, 2, \dots, K\} \text{ 且 } i \neq j) \quad (8)$$

把式(8)中所有等式全部加起来得

$$\sum_{i=1}^K \sum_{j=1, j \neq i}^K (d_i + d_j) \leq K(K-1)M \quad (9)$$

由  $i$  和  $j$  的任意性得

$$\sum_{i=1}^K d_i \leq \frac{KM}{2} \quad (10)$$

综合式(6)和式(10), 可以得到认知干扰网络 sum-DoF 上界

$$\sum_{i=1}^K d_i \leq K \min\left(\frac{M}{2}, M - d_0\right) \quad (11)$$

**结论 1** 当  $M=1$ , 即认知干扰网络采用单天线的 SISO 场景时, 干扰网络 sum-DoF 上界退化为  $\sum_{i=1}^K d_i \leq K \min(\frac{1}{2}, 1 - d_0)$ , 与文献[10]中定理 1 的结论一致, 说明认知 SISO 干扰网络可认为是认知干扰网络的一个特例。

**结论 2** 文献[9]得到的认知干扰网络 sum-DoF 上界为

$$\sum_{i=1}^K d_i \leq \frac{K(M - d_0)^+}{2} \quad (12)$$

定理 1 确定的 sum-DoF 上界明显高于文献[9]的上界, 特别是当  $d_0 > \frac{M}{2}$  时, 是其的 2 倍之多。

这是因为本文复用主用户干扰空间, 进一步提高了认知干扰网络的空间资源利用率, 从而能够突破文献[9]所给的 sum-DoF 上界。

#### 3.2 自由度上界可达的必要条件

要使干扰网络的 sum-DoF 达到定理 1 上界, 即存在一组  $d_i$ , 使  $\sum_{i=1}^K d_i = K \min\left(\frac{M}{2}, M - d_0\right)$ , 就需要

满足由式(3)约束条件构成的线性方程组有解, 即方程中独立的变量数要大于方程的个数。当系统采用均等的 DoF 分配方案时, 更有利于 DoF 利用最大化, 因此分配方案尽可能按照均等的分配 DoF。下面通过定理 2 给出干扰网络对称配置下的自由度上界可达的必要条件。

**定理 2** 当所有主次用户收发端都采用  $M$  根天线的对称配置且  $d_k = d$  ( $k = 1, 2, \dots, K$ ) 时, 认知干扰网络的 sum-DoF 可达定理 1 上界的必要条件为

$$d \leq \frac{F + \sqrt{F^2 + 4 \frac{(K+1)Fd_0}{K}}}{2(K+1)}$$

其中,  $F = 2(M - d_0)$ 。

**证明** 认知干扰网络的 sum-DoF 要达到定理 1 上界, 需要满足由式 (3) 约束条件构成的线性方程组有解, 即  $N_v \geq N_e$ 。对于  $K+1$  用户的认知干扰网络模型, 方程的个数与文献[9]一致, 为

$$N_e = \sum_{k=1}^K 2d_0 d_k + \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K d_k d_l \quad (13)$$

由于考虑主用户可以参与协作, 即网络可以调整主用户的收发矩阵, 因此相比文献[9], 独立变量的数目增加为

$$N_v = \sum_{k=1}^K d_k (M_k + N_k - 2d_k) + d_0 (M_0 + N_0 - 2d_0) \quad (14)$$

当干扰网络所有主次用户收发端都采用  $M$  根天线的对称配置且  $d_k = d (k=1, 2, \dots, K)$  时, 则此时  $M_k = M_0 = N_k = N_0 = M$ , 依据  $N_v \geq N_e$  得

$$f(d) \triangleq d^2 - \frac{2(M-d_0)}{K+1}d - \frac{2(M-d_0)}{K(K+1)}d_0 \leq 0 \quad (15)$$

令  $f(d) = 0$ , 则根据一元二次方程的求根公式得

$$\begin{cases} \hat{d}_1 = \frac{F + \sqrt{F^2 + 4 \frac{(K+1)Fd_0}{K}}}{2(K+1)} \\ \hat{d}_2 = \frac{F - \sqrt{F^2 + 4 \frac{(K+1)Fd_0}{K}}}{2(K+1)} \end{cases} \quad (16)$$

其中,  $F = 2(M - d_0)$ 。由于自由度反映了系统的最大复用增益, 因此  $F \geq 0$  且  $d \geq 0$  [8], 则  $\hat{d}_2 \leq 0 \leq \hat{d}_1$ 。

$f(d)$  表示关于变量  $d$  的一条开口向上的抛物线, 其不大于 0 的部分为  $\hat{d}_2 \leq d \leq \hat{d}_1$ , 而  $d \geq 0$ , 则自由度上界的可达条件为

$$0 \leq d \leq \frac{F + \sqrt{F^2 + 4 \frac{(K+1)Fd_0}{K}}}{2(K+1)} \quad (17)$$

## 4 协作联合干扰对齐算法

### 4.1 算法描述

由于干扰对齐技术在容量上的突出优势, 近年来已成为研究热点[7,12,13], 但涉及认知干扰网络的文献较少。文献[13]针对 MIMO 干扰网络提出了一种交替最小化 IA 算法 (记为 AM-IA), 该算法因仅要求节点拥有本地 CSI 而受到广泛关注。本文将

AM-IA 算法思想引入到认知 MIMO 场景中, 同时考虑到主用户存在这一差异性, 改进 AM-IA 算法中目标约束, 通过添加主用户的相关干扰, 设计了一个新的联合干扰对齐指标

$$\begin{aligned} Q = & \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \left\| \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + \\ & \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l - \mathbf{C}_0 \mathbf{C}_0^H \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + \\ & \sum_{l=1}^K \left\| \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \right\|_F^2 \end{aligned} \quad (18)$$

其中,  $\| \cdot \|_F$  表示求矩阵范数;  $\mathbf{C}_k = \mathbf{U}_k^\perp$  表示  $\mathbf{U}_k$  正交补空间, 即干扰子空间。该指标通过实际干扰信号空间与接收端预设的干扰子空间之间矩阵距离的平方和来描述二者之间的重合程度。与文献[13]中所定义的干扰对齐指标不同, 式 (18) 联合处理了多种不同类型的干扰, 其中第 1 项表征了次用户间干扰, 第 2 项表征了次用户对主用户的干扰, 第 3 项表征了主用户对次用户的干扰。

通过最小化联合干扰指标可以尽可能地对齐多类干扰信号, 并将其压缩到接收端预设的同一低维干扰子空间上。不失一般性, 假设  $\mathbf{V}_k$ 、 $\mathbf{C}_k$  均由一组标准正交基构成, 则认知 MIMO 干扰信道的联合干扰对齐问题可描述为

$$\begin{aligned} & \min Q\{\mathbf{V}_l, \mathbf{C}_k\} \\ \text{s.t. } & \begin{cases} \mathbf{V}_l^H \mathbf{V}_l = \mathbf{I} \quad (l=0, 1, 2, \dots, K) \\ \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I} \quad (k=0, 1, 2, \dots, K) \end{cases} \end{aligned} \quad (19)$$

上述问题需要同时优化两组变量, 可采取交替迭代的思想加以求解。

1) 固定各次用户的预编码矩阵  $\mathbf{V}_l$  和  $\mathbf{V}_0$ , 则问题转化为

$$\begin{aligned} & \min_{\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \left\| \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + \\ & \sum_{k=1}^K \left\| \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \right\|_F^2 + a \\ & \Leftrightarrow \max_{\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}} \sum_{k=1}^K \left( \sum_{l=1, l \neq k}^K \left\| \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + \left\| \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \right\|_F^2 \right) \\ & \Leftrightarrow \max_{\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}} \sum_{l=1, l \neq k}^K \left\| \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + \left\| \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \right\|_F^2, \forall k \\ & \Leftrightarrow \max_{\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}} \text{trace} \left\{ \mathbf{C}_k^H \left( \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \mathbf{V}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H + \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \mathbf{V}_0^H \mathbf{H}_{k0}^H \right) \mathbf{C}_k \right\}, \forall k \end{aligned}$$

其中,  $\text{trace}(\mathbf{A})$  表示矩阵  $\mathbf{A}$  的迹,  $a$  为固定常数, 则次用户  $k$  接收干扰子空间  $\mathbf{C}_k$  由式(20)给出

$$\begin{aligned} C_k &= \arg \max_{\tilde{C}_k} \text{trace} \\ &\left\{ \tilde{C}_k^H \left( \sum_{l=1, l \neq k}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \mathbf{V}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H + \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \mathbf{V}_0^H \mathbf{H}_{k0}^H \right) \tilde{C}_k \right\}, \forall k \end{aligned} \quad (20)$$

由 Rayleigh-Ritz 定理<sup>[14]</sup>可知, 式(20)是一个广义特征值问题, 最优  $C_k$  是由  $Q_C^k$  的  $N_k - d_k$  个最大特征值对应的特征向量构成的。

$$Q_C^k = \sum_{l=1, l \neq k}^K (\mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \mathbf{V}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H) + \mathbf{H}_{k0} \mathbf{V}_0 \mathbf{V}_0^H \mathbf{H}_{k0}^H \quad (21)$$

同理, 最优  $C_0$  由  $\sum_{l=1}^K \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \mathbf{V}_l^H \mathbf{H}_{kl}^H$  的  $N - d_0$  个最大特征值对应的特征向量构成。

2) 固定各次用户的干扰子空间矩阵  $C_k$  和  $C_0$ , 利用下标  $k$  和  $l$  的对称性, 可得

$$\begin{aligned} &\min_{V_l^H V_l = I} \sum_{l=1}^K \sum_{k=1, k \neq l}^K \left\| \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l - C_k C_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + \\ &\sum_{l=1}^K \left\| \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l - C_0 C_0^H \mathbf{H}_{0l} \mathbf{V}_l \right\|_F^2 + a \\ \Leftrightarrow &\min_{V_l^H V_l = I} \text{trace} \left\{ \mathbf{V}_l^H \left( \sum_{k=1, k \neq l}^K \mathbf{H}_{kl}^H (\mathbf{I} - C_k C_k^H) \mathbf{H}_{kl} + \right. \right. \\ &\left. \left. \mathbf{H}_{0l}^H (\mathbf{I} - C_0 C_0^H) \mathbf{H}_{0l} \right) \mathbf{V}_l \right\}, \forall l \end{aligned}$$

则次用户  $l$  的发送机预编码  $V_l$  由  $Q_V^l$  的  $d_l$  个最小特征值对应的特征向量构成。

$$Q_V^l = \sum_{k=1, k \neq l}^K \left[ \mathbf{H}_{kl}^H (\mathbf{I} - C_k C_k^H) \mathbf{H}_{kl} \right] + \mathbf{H}_{0l}^H (\mathbf{I} - C_0 C_0^H) \mathbf{H}_{0l} \quad (22)$$

同理, 主用户的发送机预编码  $V_0$  由  $\sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{k0}^H (\mathbf{I} - C_k C_k^H) \mathbf{H}_{k0}$  的  $d_0$  个最小特征值对应的特征向量构成。

综上所述, 协作联合干扰对齐 (CJIA, cooperative joint interference alignment) 算法的基本算法流程, 如算法 1 所示。

#### 算法 1 CJIA 算法流程

**step1** 初始化。设置主次用户发射机预编码矩阵  $V_l(0) = [e_1, e_2, \dots, e_{d_k}]$ ,  $l = 0, 1, \dots, K$ ;

**step2** 由式 (21) 求解主次用户接收端的干扰子空间  $C_k(n)$ ,  $k = 0, 1, \dots, K$  和  $C_0(n)$ ;

**step3** 由式 (22) 求解主次用户发射预编码矩阵  $V_l(n)$ ,  $l = 0, 1, \dots, K$  和  $V_0(n)$ ;

**step4** 由式 (23) 计算出所有用户的干扰协方差矩阵  $Q_k(n)$ ,  $k = 0, 1, \dots, K$ , 若  $\text{trace}(\varphi_k) < \Gamma_k$  对  $\forall k$

均成立或  $n > N_{\max}$ , 则算法结束; 否则返回 step2。

其中  $e_i$  表示单位列向量,  $n$  表示第  $n$  次迭代,  $N_{\max}$  为预设的最大迭代次数,  $\Gamma_k$  为预设的干扰门限, 由于当  $\Gamma_k \ll \sigma_k^2$  (噪声方差) 时, 相对于噪声而言, 由用户干扰导致的主 (或次) 用户容量损失可以忽略<sup>[4]</sup>, 因此本文设置  $\Gamma_k = 0.001\sigma_k^2$ 。假设用户  $l$  的发送功率为  $p_l$ , 则第  $k$  个用户的干扰协方差矩阵  $\varphi_k(n)$  的计算如下

$$\varphi_k(n) = \sum_{l=1, l \neq k}^K p_l \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l(n) \mathbf{V}_l^H(n) \mathbf{H}_{kl}^H \quad (23)$$

## 4.2 算法有效性分析

**定理 3** 当存在一组满足必要性条件的 DoF 分配方案, 其 sum-DoF 达到 DoF 上界时, 利用 CJIA 算法可以得到该分配方案相应的预编码矩阵  $V_l^*$  和匹配滤波矩阵  $C_k^*$ , 且与初始值的具体设置无关。

**证明** 首先, 对于任意给定的初值  $V_l(0)$  ( $l = 0, 1, \dots, K$ ), 分析算法的收敛性能。

对于第  $n$  次迭代, 当固定所有次用户的预编码矩阵  $V_l(n)$  时, 由于  $C_k(n+1)$  是式(19)取最小值时对应的干扰空间矩阵, 则  $Q\{V_l(n), C_k(n+1)\} \leq Q\{V_l(n), C_k(n)\}$ ; 同理, 当固定  $C_k(n+1)$  时,  $V_l(n+1)$  是式(19)取最小值时对应的预编码矩阵, 则  $Q\{V_l(n+1), C_k(n+1)\} \leq Q\{V_l(n), C_k(n+1)\}$ 。因此,  $Q\{V_l(n+1), C_k(n+1)\} \leq Q\{V_l(n), C_k(n)\}$ , 即目标函数列  $Q\{V_l(n), C_k(n)\}$  随迭代次数是单调下降的。此外  $Q\{V_l(n), C_k(n)\}$  表示用户的干扰空间重合度, 其取值非负, 即数列  $Q\{V_l(n), C_k(n)\}$  有单下界。因此, 算法必然收敛。

然后, 虽然算法收敛, 但可能收敛到局部最优值, 因此需要进一步分析算法的全局收敛性: 当满足自由度上界必要性条件时, 此时由式(3)约束条件构成的线性方程组有解, 即 CJIA 算法存在最优的  $V_l^*, C_k^*$  使目标函数  $Q\{V_l, C_k\}$  达到极小值; 由于  $Q\{V_l, C_k\}$  是可微函数, 其极值点必定是驻点, 即函数在极值点的偏导为 0, 因此有式(24)和式(25)成立

$$\begin{aligned} &\frac{\partial Q\{V_l, C_k\}}{\partial V_l} \\ &= 2 \left[ \sum_{k=1, k \neq l}^K \mathbf{H}_{kl}^H (\mathbf{I} - C_k^* C_k^{*H}) \mathbf{H}_{kl} + \mathbf{H}_{0l}^H (\mathbf{I} - C_0^* C_0^{*H}) \mathbf{H}_{0l} \right] V_l^* = 0, \\ &l = 1, \dots, K \end{aligned} \quad (24)$$

$$\frac{\partial Q\{V_l, C_k\}}{\partial V_0} = 2 \left[ \sum_{k=1}^K \mathbf{H}_{k0}^H (\mathbf{I} - C_k^* C_k^{*H}) \mathbf{H}_{k0} \right] V_0^* = 0 \quad (25)$$

将其代入式 (18) 有  $Q\{V_l^*, C_k^*\} = 0$ , 即该分配方案是可行方案,  $V_l^*$ 、 $C_k^*$  分别为方案实现对应的预编码矩阵和匹配滤波矩阵。

### 5 仿真结果及分析

为验证所提可达自由度上界的合理性和正确性, 现进行计算机仿真。系统采用对称天线配置, 为了方便分析且不失一般性, 任意给定用户的收发天线数, 不妨设  $M_k = N_k = 10$ 。系统中共有  $K$  条次用户链路, 每条链路采用  $d_k$  个子流; 考虑同一时刻同一频段上只有一对主用户接入, 其收发天线数均为 10, 采用  $d_0$  个子流传输数据。

图 2 给出了当接收信噪比为 10 dB, 次用户数  $K = 3$ , 发送信号分别采用 BPSK、QPSK 调制时, 本文所提 CJIA 算法和文献[9]所提 ICIA 算法收敛性能的对比曲线。当系统总的自由度 sum-DoF 未超过文献[9]的上界时, CJIA 算法和 ICIA 算法都有较好的收敛性能 (如图 2(a)和图 2(b)所示), 其干扰功率

均随着迭代次数的增加而快速下降, 最终受 Matlab 仿真软件有效精度的限制而终止下降; 当 sum-DoF 超过文献[9]的上界, 但未超过本文定理 1 的上界时 (如图 2(c)和图 2(d)所示), ICIA 算法无法有效抑制干扰, 用户间的干扰严重且维持在  $3.7\sigma_k^2$  左右 (其中  $\sigma_k^2$  为用户  $k$  侧噪声方差), 即 ICIA 算法失效。而此时本文 CJIA 算法干扰功率仍能随着迭代次数的增加而快速下降, 且在迭代次数为 300 时, 干扰功率达到  $10^{-4}$  数量级以下, 满足  $\Gamma_k \ll \sigma_k^2$ , 即可以忽略因用户干扰引起的容量损失, 说明了 CJIA 算法的有效性。此外, 不同的调制方式会影响算法的收敛快慢, 但基本不影响算法最终的收敛精度。为了方便分析, 后续仿真中发送信号均采用 QPSK 调制。

为了方便度量残余干扰以及对可达自由度加以分析, 定义干扰因子变量<sup>[9]</sup>

$$I = \sum_{k=1}^K \frac{\sum_{i=1}^{d_i} \lambda_i(Q_k)}{\text{tr}\{Q_k\}} \quad (26)$$

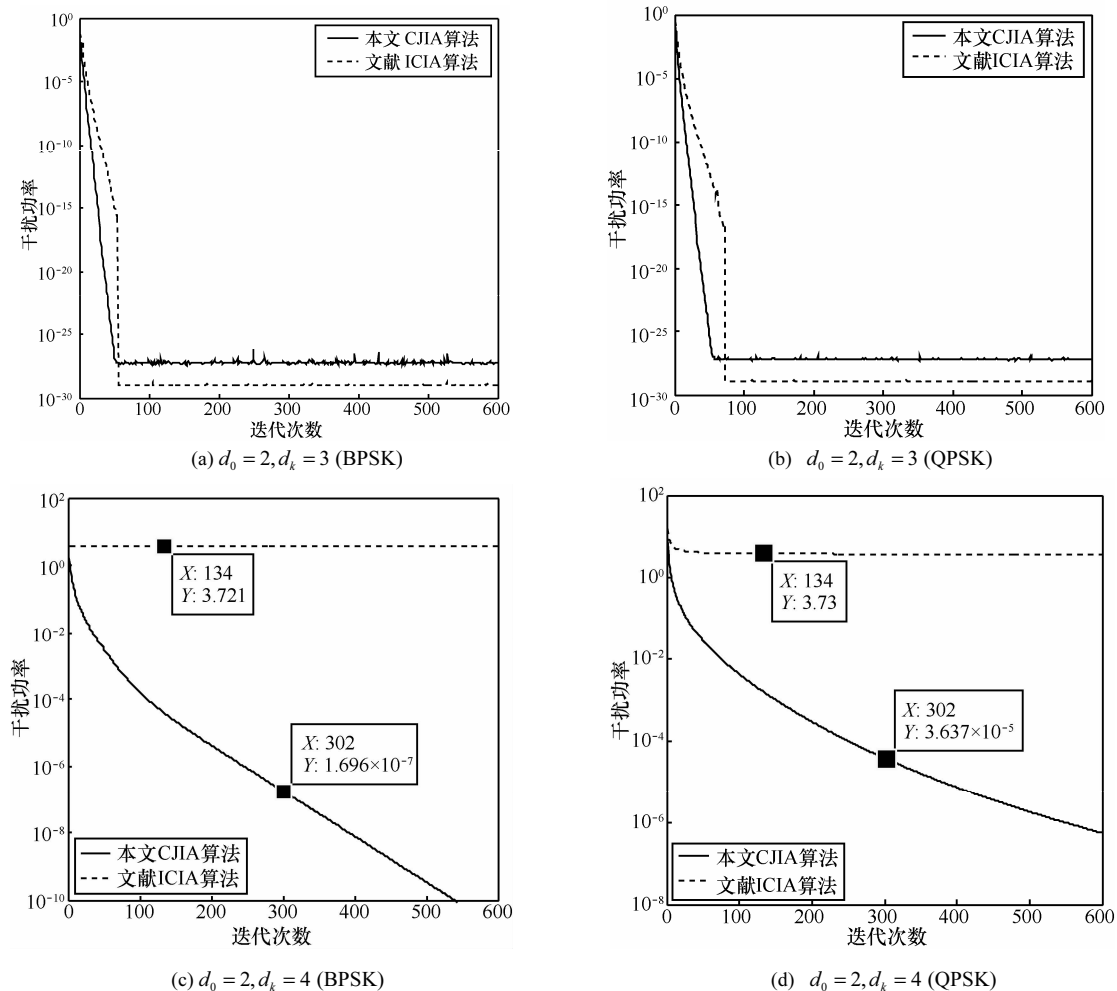
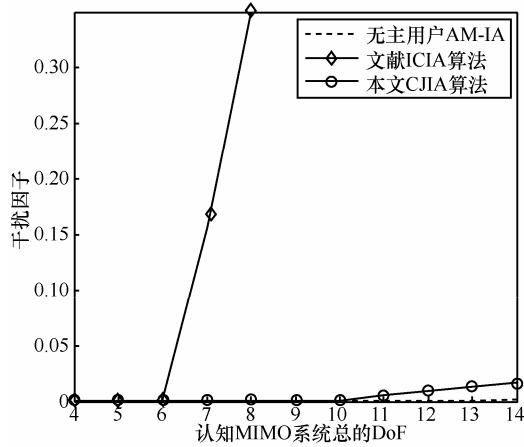


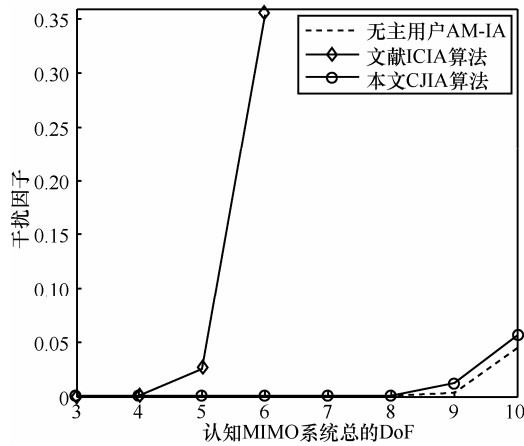
图 2 干扰功率随迭代次数变化曲线

其中,  $\lambda_i(\mathbf{Q}_k)$  表示  $\mathbf{Q}_k$  的第  $i$  的特征值。干扰因子变量表示了干扰在接收信号空间所占的比例, 当其为 0 时, 说明该干扰对齐方案可实现, 即系统可以取到对应的 DoF 值。

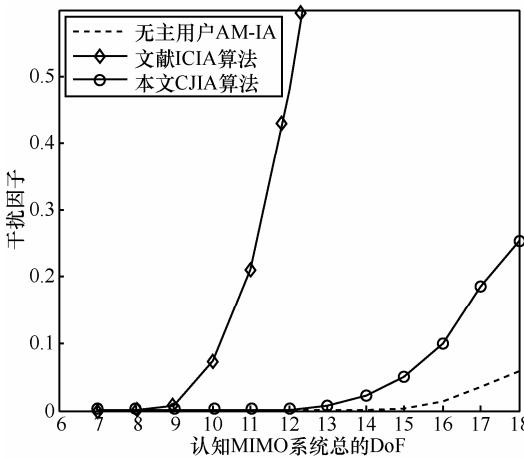
图 3 给出了不同系统配置下的可达自由度分析, 其中图 3(a)和图 3(b)分别对应于  $d_0 < M/2$  和  $d_0 > M/2$



(a)  $K=2, d_0=4$



(b)  $K=2, d_0=6$



(c)  $K=3, d_0=4$

图 3 不同系统配置下可达自由度分析

的情况, 此时本文 CJIA 算法当 sum-DoF 分别可达  $\frac{KM}{2}=10$ 、 $K(M-d_0)=8$ , 与定理 1 所证明的上界结论一致, 要高于 ICIA 算法 sum-DoF 的  $\frac{K(M-d_0)}{2}$ ;

然而, 随着用户数的增加, 如图 3(c)所示, sum-DoF 达不到定理 1 的自由度上界, 这是由于方程组的可解性限制, 对于 CJIA 算法当 sum-DoF 达到 13 干扰因子大于 0, 用户之间存在干扰且无法忽略; 而文献算法在 sum-DoF 达到 10 时已出现较大干扰。

图 4 给出了在不同的用户天线数情况下, 本文 CJIA 算法和文献 ICIA 算法可达 DoF 的计算机仿真结果, 并与定理 1 直接计算得到的理论上界进行对比。实验结果进一步验证了图 3 得到的结论, CJIA 算法可达的 sum-DoF 要高于 ICIA 算法, 且与定理 1 所证明的上界结论一致。

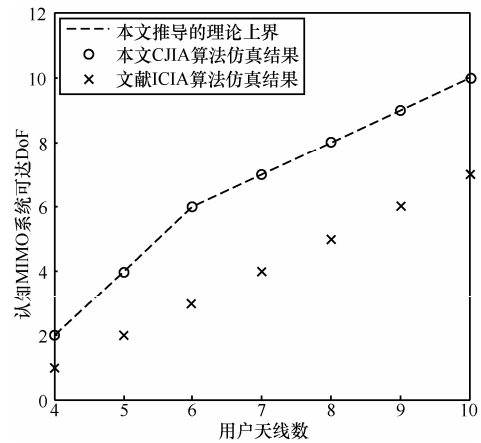


图 4 认知 MIMO 系统可达 DoF 分析 ( $k=2, d_0=3$ )

图 5 给出了在  $k=4, d_0=2$  时认知干扰网络的容量性能。通过仿真可知, 通过主用户的参与, CJIA

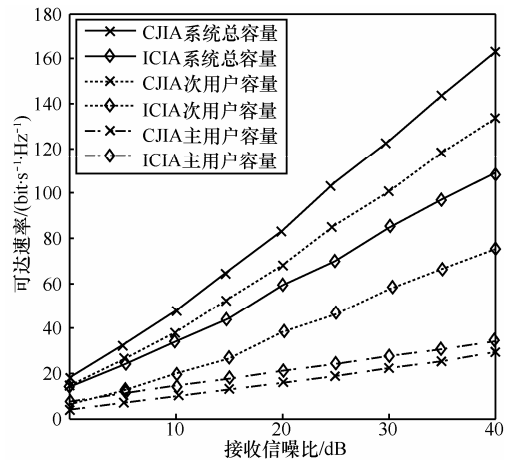


图 5 认知 MIMO 干扰网络容量分析

算法的次用户总容量明显高于 ICIA 算法,但是需要主用户牺牲一定的容量损失,然而这部分损失相对于系统总容量提升而言很小,因此是值得的。

## 6 结束语

本文针对  $K+1$  用户认知 MIMO 干扰网络,通过复用主用户干扰空间,推导了新的可达自由度上界及其必要条件,其结论要明显高于文献[9]的自由度上界。同时,提出了一种协作联合干扰对齐算法来验证算法的合理性和有效性。仿真结果表明,新的自由度上界突破了文献[9]所给上界,且可通过所提 CJIA 算法达到。但是,需要主用户参与,并以少量主用户容量的牺牲为代价换取了干扰网络整体容量性能的大幅度提高。

### 参考文献:

- [1] JUNG B C, SHIN W Y. Opportunistic interference alignment for interference limited cellular TDD uplink[J]. IEEE Communication Letters, 2011, 15(2): 148-150.
- [2] ABDELHAMID B, ELSABROUTY M, ALGHONIEMY M, *et al.* Cooperative and non-cooperative multi-secondary users cognitive radio system with channel uncertainty[A]. 2012 IEEE 23rd International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC)[C]. Sydney, 2012. 1582-1587.
- [3] HAYKIN S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications[J]. IEEE Journal of Selected Areas on Communications, 2005, 23(2):201-202.
- [4] ZHANG R, LIANG Y C. Exploiting multi-antennas for opportunistic spectrum sharing in cognitive radio networks[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008, 2(1): 88-102.
- [5] 李钊, 赵林靖, 刘勤. 认知无线网络基于空分复用的机会频谱接入[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(5): 1172-1177.  
LI Z, ZHAO L J, LIU Q. Space division multiplexing based opportunistic spectrum access in cognitive radio network[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(5): 1172-1177.
- [6] PERLAZA S M, FAWAZ N, LASAULCE S, *et al.* From spectrum pooling to space pooling: opportunistic interference alignment in MIMO cognitive networks[J]. IEEE Transaction on Signal Processing, 2010, 58(7):3728-3741.
- [7] 董恒, 宋荣方. 认知无线网络中基于业务自适应的干扰对齐新机制探索[J]. 通信学报, 2014, 35(4): 25-34.  
DONG H, SONG R F. Investigation of traffic adaptation based interference alignment for cognitive radio networks[J]. Journal on Communication, 2014, 35(4): 25-34.
- [8] CADAMBE V R, JAFAR S A. Interference alignment and degrees of freedom of the  $K$ -user interference channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2008, 54(8): 3425-3441.
- [9] AMIR M, EL-KEYI A, NAFIE M. Constrained interference alignment and the spatial degrees of freedom of MIMO cognitive networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(5): 2994-3004.
- [10] CHEN G, XIANG Z, XU C, *et al.* On Degrees of freedom of cognitive networks with user cooperation[J]. Wireless Communications Letters, IEEE, 2012, 1(6): 617-620.
- [11] JAFAR S A, FAKHEREDDIN M J. Degrees of freedom for the MIMO interference channel[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2007, 53(7): 2637-2642.
- [12] GOMADAM K, CADAMBE V R, JAFAR S A. A distributed numerical approach to interference alignment and applications to wireless interference networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(6): 3309-3322
- [13] PETERS S W, HEATH R W. Interference alignment via alternating minimization[A]. IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing[C]. Taipei, 2009. 2445-2448.
- [14] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004. 528-548.  
ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua Press, 2004.528-548.

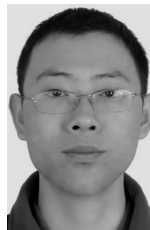
### 作者简介:



朱世磊 (1987-), 男, 江苏淮安人, 解放军信息工程大学博士生, 主要研究方向为 MIMO 无线通信、认知无线电频谱共享、预编码和干扰对齐技术。



郑娜娥 (1984-), 女, 福建漳州人, 博士, 解放军信息工程大学讲师, 主要研究方向为 MIMO 信号处理和无线资源分配。



王盛 (1984-), 男, 山东招远人, 解放军信息工程大学博士生、助理工程师, 主要研究方向为移动通信系统。



胡捍英 (1961-), 男, 河南内乡人, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信和空间信息技术。