

非周期长码直扩信号的伪随机码盲估计

赵知劲^{1,2}, 顾晓炜¹, 沈雷¹, 詹毅²

(1. 杭州电子科技大学 浙江省数据存储传输及应用技术研究重点实验室, 浙江 杭州 310018;
2. 中国电子科技集团 第36研究所 通信系统信息控制技术国家级重点实验室, 浙江 嘉兴 314001)

摘要: 研究了 m 序列三阶相关函数特性, 证明了不同周期 m 序列三阶相关函数存在共同峰, 推导得到共同峰的特性以及共同峰坐标与 m 序列本原多项式之间对应关系, 基于上述理论提出了非合作通信下的非周期长码直扩信号伪随机码估计方法。加性高斯白噪声下的仿真结果表明, 本方法仅需 $1/4$ 倍长码周期长度信号和 4 dB 信噪比, 估计非周期长码直扩信号的扩频码和长扰码的正确概率就可达到 99% 以上。

关键词: 三阶相关理论; 非周期长码直扩信号; 共同峰; 伪随机码估计

中图分类号: TN 91

文献标识码: A

Blind estimation of pseudo-random codes in non-periodic long code direct-sequence spread-spectrum signals

ZHAO Zhi-jin^{1,2}, GU Xiao-wei¹, SHEN Lei¹, ZHAN Yi²

(1. Zhejiang Provincial Key Lab of Data Storage and Transmission Technology, Hangzhou Dianzi University, Hangzhou 310018, China;
2. State Key Lab of Information Control Technology in Communication System of No.36 Research Institute, China Electronic Technology Corporation, Jiaxing 314001, China)

Abstract: The existence of common peaks in triple correlation functions of different m -sequences is proven based on the detail study of the characteristics of triple correlation functions of m -sequences, the features of common peaks and the direct relationship between common peak coordinates and the primitive polynomials of m -sequences are deduced. An estimation algorithm of pseudo-random (PN) codes in non-periodic long code direct-sequence spread-spectrum (NPLC-DSSS) signals is proposed based on the above theories. Simulations under additive white Gaussian noise show that the probability of spreading code and scrambling code being both correctly estimated can reach 99% when the signal with a quarter of the cycle length of the long PN code is used only and the signal-to-noise ratio is greater than 4 dB.

Key words: triple correlation theory; non-periodic long code direct-sequence spread-spectrum (NPLC-DSSS) signal; common peak; pseudo-random (PN) codes estimation

1 引言

伪随机(PN)码估计是非合作直接序列扩频(DSSS)通信中信息截获的前提和关键。随着直扩通信技术的发展, 短码扩频长码加扰的非周期长码直扩(NPLC-DSSS)信号的应用, 给非合作通信的盲PN估计技术带来了新的困难和挑战。由于无法接收到包含一个及以上的长码周期的NPLC-DSSS信

号, PN码盲估计难度很大, 目前此方面的公开研究成果极少^[1]。

仅短码扩频的直扩信号的PN码盲估计已经得到了比较深入的研究, 在已有许多方法中最主要的有^[2-4]: 由Bouder C提出的特征值分解法^[2], 由French C A提出的匹配滤波法^[3], 由Warner E S提出的三阶相关法^[4]。学者们对这3种方法开展了大量的研究工作, 并将这些方法应用于周期长码直扩

收稿日期: 2014-05-14; 修回日期: 2015-01-10

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(60972049,61401133); 浙江省自然科学基金资助项目(LY13F010019)

Foundation Items: The National Natural Science Foundations of China(60972049,61401133); The Natural Science Foundations of Zhejiang Province(LY13F010019)

信号的 PN 码盲估计。Zhang 等^[5,6]提出宽窗口法以解决特征值分解法固有的酉模糊问题,并分析了存在窄带干扰条件下的扩频码估计性能。王满喜等^[7]利用以 2 倍信息码符号宽度分段的分段矩阵特征值分解法(SEVD)和基于最优移位相加特性的信息码剥离算法估计周期长码直扩信号的扩频码。Dong Z Q 等^[8]将延迟相乘与特征值分解法相结合实现了周期长码直扩信号的扩频码估计。何涛等^[9]提出了一种基于差分主元分析(D-PCA)的非周期调制直扩信号扩频码估计方法。胡俊红等^[10]将延迟相乘信号进行分段和整周期累积,再通过滤波实现扩频码的估计。张花国等^[11]将 QPSK-DSSS 信号拆分为两用户的 BPSK-DSSS 信号,通过信号协方差矩阵的特征分解,利用扩频序列的恒模特性,实现 QPSK-DSSS 信号的扩频码估计。

由于 NPLC-DSSS 信号结构复杂,可利用的信号样本不足一个长码周期,特征值分解法和匹配滤波法并不能适用于 NPLC-DSSS 信号的 PN 码估计。三阶统计量含有丰富的信号信息,且对信息缺失不敏感,三阶相关函数性质^[12,13]及其在直扩信号 m 序列识别中的应用已引起学者们的关注^[14,15],但应用三阶相关理论的短码扩频长码加扰的非周期长码直扩信号 PN 码估计的研究还未见公开报道的研究成果。

本文在深入研究 m 序列三阶相关特性的基础上,提出了基于 m 序列共同峰的非周期长码直扩信号伪随机码估计方法。仿真结果表明,本文提出的非周期长码直扩信号 PN 码估计方法仅需 1/4 倍长码周期长度信号和 4 dB 信噪比就可达到 99% 以上正确估计概率。

2 理论基础

2.1 信号模型

假设已知 NPLC-DSSS 信号的扩频码码片速率,以扩频码码片速率进行采样,并将 [0,1] 信号映射为 [+1,-1] 信号,则采样后的基带信号可以表示为^[1]

$$r(n) = Ad(n)b(n)c(n) + w(n) \quad (1)$$

其中, n 表示采样时刻序号, $n = 1, 2, 3, \dots, N$; $d(n)$ 、 $b(n)$ 、 $c(n)$ 分别为信息码序列、扩频码序列、长扰码序列; A 为信号幅度; $w(n)$ 为加性零均值高斯白噪声,方差为 σ^2 。扩频码序列和长扰码序列均采用 m 序列;单个信息码符号被采样 M 次,扩频码序列

周期与信息码符号周期相同,即扩频码序列周期为 M ;长扰码序列周期为 T , $T \gg M$,且 T 不为 M 的整数倍。接收信号长度为 N ($N < T$)。

2.2 m 序列的三阶相关特性

周期为 L 的 m 序列 $f(n)$ 的三阶相关函数定义如下^[14]

$$C_f(p, q) = E[f(n)f(n-p)f(n-q)] = \begin{cases} 1, & f(n-p)f(n-q) = f(n) \\ -\frac{1}{L}, & f(n-p)f(n-q) \neq f(n) \end{cases} \quad 0 < p, q < L-1 \quad (2)$$

其中, p 、 q 为超前量。

$f(n)$ 的三阶相关函数 $C_f(p, q)$ 在 $(L-1)(L-1)$ 的主值区域内有以下重要性质^[13]。

性质 1 m 序列的三阶相关特性不随 m 序列的相移变化而变化,即具有平稳性。

性质 2 m 序列三阶相关函数的峰值沿对角线对称分布,且对角线上不存在峰值。

性质 3 m 序列三阶相关函数的峰值在每行和每列中有且只有一个,峰值的个数为 $L-1$ 。

性质 4 如果 $C_f(p, q)$ 在 (p_f, q_f) 位置处存在峰值,则在 $(2^i p_f \bmod L, 2^i q_f \bmod L)$ ($i = 0, 1, 2, \dots$) 处 $C_f(p, q)$ 也存在峰值, $A \bmod B$ 表示求 A 除以 B 的余数。

性质 5 所有 2 上模 L 的分圆陪集包含了周期 $L = 2^t - 1$ 的 m 序列在 $(L-1)(L-1)$ 区域上的所有峰值坐标,且峰值坐标只能从元素个数相同的分圆陪集中选取。

对单个三阶相关峰坐标 (p_f, q_f) 利用性质 5 可以得到一组三阶相关峰坐标,若该组坐标的元素分别属于 2 个分圆陪集,则这 2 个分圆陪集的元素个数必然相同。在整个 pq 平面 $C_f(p, q)$ 有如下性质。

性质 6 在整个 pq 平面,若 $C_f(p, q)$ 在 (p_f, q_f) 位置处存在峰值,则在 $(p_f + iL, q_f + jL)$ ($i, j = 1, 2, 3, \dots$) 处 $C_f(p, q)$ 也存在峰值。

2.3 NPLC-DSSS 信号的三阶相关特性

信息码序列经短码扩频后再由长码加扰产生的非周期长码直扩信号比 DSSS 信号更为复杂。令

$$\begin{cases} a(n) = b(n)c(n) \\ s(n) = d(n)b(n)c(n) \end{cases} \quad (3)$$

当 $b(n)$ 、 $c(n)$ 相互独立时, $a(n)$ 的三阶相关函数为

$$\begin{aligned}
 C_a(p, q) &= E[a(n)a(n-p)a(n-q)] \\
 &= E[b(n)c(n)b(n-p)c(n-p)b(n-q)c(n-q)] \\
 &= C_b(p, q)C_c(p, q) \tag{4}
 \end{aligned}$$

由式(4)可知, $C_a(p, q)$ 为短码与长码 m 序列的各自三阶相关函数 $C_b(p, q)$ 和 $C_c(p, q)$ 的乘积。

假设在 (p_b, q_b) 、 (p_c, q_c) 处 $C_b(p, q)$ 和 $C_c(p, q)$ 分别存在峰值, 若 (p_a, q_a) 满足下式

$$\begin{cases} \beta T + p_c = yM + p_b = p_a \\ \gamma T + q_c = zM + q_b = q_a \end{cases} \tag{5}$$

其中, y, z, β, γ 为正整数, $0 < p_b, q_b < M, 0 < p_c, q_c < T$; $C_b(p, q)$ 和 $C_c(p, q)$ 均在 (p_a, q_a) 处存在峰值。当 (p_b, q_b) 、 (p_c, q_c) 和 M, T 已知时, 由式(5)可知, β, y 和 γ, z 分别组成的 2 个方程为 2 条平行线, 必然有无数 β, y 和 γ, z 满足这个方程。所以, 由 (p_b, q_b) 和 (p_c, q_c) 可以确定无数 (p_a, q_a) , 即 $b(n)$ 和 $c(n)$ 在整个 pq 平面上存在无数的共同峰; 但由 (p_a, q_a) 可唯一确定 (p_b, q_b) 和 (p_c, q_c) 。

当 $T \gg M$ 时, $c(n)$ 的三阶相关函数 $C_c(p, q)$ 与 $b(n)$ 的三阶相关函数 $C_b(p, q)$ 在 $(T-1)(T-1)$ 的长码主值域中有共同峰, 即当 $\beta = \gamma = 0$ 时, 由式(5)可求得: $y = [(p_c - p_b) / M], z = [(q_c - q_b) / M]$, 短码 m 序列 $b(n)$ 与长码 m 序列 $c(n)$ 的三阶相关函数在该区域内只存在有限个共同峰, 其峰值为 1。因此由式(2)和式(4)可得 $C_a(p, q)$ 的取值如下

$$C_a(p, q) = \begin{cases} \frac{1}{MT}, & c(n-p)c(n-q) \neq c(n) \& b(n-p)b(n-q) \neq b(n) \\ -\frac{1}{M}, & c(n-p)c(n-q) = c(n) \& b(n-p)b(n-q) \neq b(n) \\ -\frac{1}{T}, & c(n-p)c(n-q) \neq c(n) \& b(n-p)b(n-q) = b(n) \\ 1, & c(n-p)c(n-q) = c(n) \& b(n-p)b(n-q) = b(n) \end{cases} \tag{6}$$

2.4 共同峰与本原多项式的对应关系

由 m 序列 $f(n)$ 三阶相关峰坐标 (p_1, q_1) 、 (p_2, q_2) 、 $(p_3, q_3) \dots$ 可以得到其对应的多项式为

$$\begin{aligned}
 h_1(x) &= x^{p_1} + x^{q_1} + 1 \\
 h_2(x) &= x^{p_2} + x^{q_2} + 1 \\
 h_3(x) &= x^{p_3} + x^{q_3} + 1 \\
 &\vdots \tag{7}
 \end{aligned}$$

m 序列本原多项式 $m_f(x)$ 可以整除式(7)中任何一个, 如果式(7)中两式或多式的最大公约式阶数等于 $m_f(x)$ 的阶数 l , 那么该最大公约式就是 m 序列的本原多项式^[16]。

因此, 利用 m 序列三阶相关峰可以求得 m 序列的本原多项式, 但在求取时不可以选取位置对称的峰值点和坐标是整数倍数关系的峰值点。

如果 2 个峰值坐标多项式的最大公约式阶数大于 l , 则可对其进行因式分解, 分解后所得到的阶数为 l 的子式就是所要求的本原多项式, 将这些坐标点组合称为特例组合。

下面进一步讨论共同峰与 m 序列本原多项式的对应关系。设 (p_{c_1}, q_{c_1}) 、 (p_{c_2}, q_{c_2}) 是 $c(n)$ 的三阶相关函数的 2 个峰值坐标; (p_{b_1}, q_{b_1}) 、 (p_{b_2}, q_{b_2}) 是 $b(n)$ 的三阶相关函数的 2 个峰值坐标, 且有

$$\begin{cases} p_{c_1} = p_{b_1} + \varepsilon M \\ q_{c_1} = q_{b_1} + \phi M \\ p_{c_2} = p_{b_2} + \varphi M \\ q_{c_2} = q_{b_2} + \eta M \end{cases} \tag{8}$$

其中, $\varepsilon, \phi, \varphi, \eta$ 为非负整数。由式(8)得到其所对应的多项式, 并利用本原多项式中 x 的取值为 -1 或 $+1$, 以及 $(x^p + x^p) \bmod 2 = 0$, 则其多项式可变化为

$$\begin{cases} H_1(x) = x^{p_{b_1}}(x^{(\varepsilon-1)M} + x^{(\varepsilon-2)M} + \dots + 1)(x^M + 1) + \\ \quad x^{q_{b_1}}(x^{(\phi-1)M} + x^{(\phi-2)M} + \dots + 1)(x^M + 1) + \\ \quad x^{p_{b_1}} + x^{q_{b_1}} + 1 = x^{p_{c_1}} + x^{q_{c_1}} + 1 \\ H_2(x) = x^{p_{b_2}}(x^{(\varphi-1)M} + x^{(\varphi-2)M} + \dots + 1)(x^M + 1) + \\ \quad x^{q_{b_2}}(x^{(\eta-1)M} + x^{(\eta-2)M} + \dots + 1)(x^M + 1) + \\ \quad x^{p_{b_2}} + x^{q_{b_2}} + 1 = x^{p_{c_2}} + x^{q_{c_2}} + 1 \end{cases} \tag{9}$$

由于 $l (L = 2^l - 1)$ 阶的 m 序列本原多项式可以整除 $x^L + 1$ ^[16], 式(9)表明 $H_1(x)$ 和 $H_2(x)$ 都可以被 $b(n)$ 、 $c(n)$ 的本原多项式整除, 因此可得, $H_1(x)$ 和 $H_2(x)$ 的最大公约式中必然包含 $b(n)$ 和 $c(n)$ 的本原多项式。若其中某些共同峰位于长码 $c(n)$ 的三阶相关函数的主值域中, 则这些峰的坐标是本节前述的特例组合。 m 序列本原多项式本身就是既约的多项式^[16], 因此可以通过对 $H_1(x)$ 和 $H_2(x)$ 的最大公约式因式分解求得 $b(n)$ 和 $c(n)$ 本原多项式的 $m_b(x)$ 和 $m_c(x)$ 。

3 识别方法

3.1 信号的延迟三阶相关

由 2.3 节和 2.4 节可知, 非周期长码直扩信号的三阶相关函数 $C_a(p, q)$ 存在极大峰, 通过求取极大峰的最大公约式并对其因式分解, 可唯一确定短码和长码 m 序列的本原多项式, 从而得到 2 个伪随机序列的估计, 因此首先要估计得到 $C_a(p, q)$ 。

由于信息码序列、短码 m 序列和长码 m 序列之间互相独立, 类似式(4)可得 $s(n)$ 的三阶相关函数为

$$\begin{aligned} C_s(p, q) &= E[s(n)s(n-p)s(n-q)] \\ &= C_d(p, q)C_b(p, q)C_c(p, q) \\ &= C_d(p, q)C_a(p, q) \end{aligned} \quad (10)$$

$C_s(p, q)$ 包含了信息码序列的三阶相关函数 $C_d(p, q)$, 因此首先需要消除信息码的影响。将接收信号 $r(n)$ 延迟一位扩频码码片后与自身相乘^[8], 令

$$\begin{aligned} r_1(n) &= r(n)r(n+1) = [A^2d(n)d(n+1)b(n) \cdot \\ &b(n+1)c(n)c(n+1)] + w(n)w(n+1) + Ad(n)b(n) \cdot \\ &c(n)w(n+1) + Ad(n+1)b(n+1)c(n+1)w(n) \end{aligned} \quad (11)$$

根据 m 序列的移位叠加性可知, $b(n)b(n+1) = b(n+u)$, $c(n)c(n+1) = c(n+v)$ 。令

$$a_1(n) = b(n+u)c(n+v) \quad (12)$$

$$\begin{aligned} w_1(n) &= Ad(n+1)b(n+1)c(n+1)w(n) + \\ &Ad(n)b(n)c(n)w(n+1) + w(n)w(n+1) \end{aligned} \quad (13)$$

由于信息码符号宽度远大于扩频码码片宽度, $d(n) \approx d(n+1)$, 则

$$r_1(n) \approx A^2a_1(n) + w_1(n) \quad (14)$$

由性质 1 可知 $C_a(p, q) = C_a(p, q)$ 。 $r_1(n)$ 的三阶相关函数估计如下

$$\hat{C}_{r_1}(p, q) = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} r_1(i)r_1(i-p)r_1(i-q) \quad (15)$$

将式(14)代入式(15), 并令

$$\begin{aligned} W &= \frac{A^4}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} a_1(i)a_1(i-p)a_1(i-q) + \\ &\frac{A^4}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} a_1(i)w_1(i-p)a_1(i-q) + \\ &\frac{A^2}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} a_1(i)w_1(i-p)w_1(i-q) + \end{aligned}$$

$$\frac{A^2}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} w_1(i)w_1(i-p)a_1(i-q) +$$

$$\frac{A^2}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} w_1(i)a_1(i-p)w_1(i-q) +$$

$$\frac{A^4}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} w_1(i)a_1(i-p)a_1(i-q) +$$

$$\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N-1} w_1(i)w_1(i-p)w_1(i-q) \quad (16)$$

可得

$$\hat{C}_{r_1}(p, q) = A^6\hat{C}_a(p, q) + W \quad (17)$$

利用中心极限定理可知, W 趋近于高斯随机噪声, 可得 W 的分布为

$$W \sim N\left(0, \frac{\sigma^{12} + 6A^2\sigma^{10} + 15A^4\sigma^8 + 20A^6\sigma^6 + 15A^8\sigma^4 + 6A^{10}\sigma^2}{N-1}\right) \quad (18)$$

由式(17)和式(18)可得

$$E[\hat{C}_{r_1}(p, q)] = A^6C_a(p, q) \quad (19)$$

$$\text{令 } \sigma_w^2 = \frac{\sigma^{12} + 6A^2\sigma^{10} + 15A^4\sigma^8 + 20A^6\sigma^6 + 15A^8\sigma^4 + 6A^{10}\sigma^2}{N-1},$$

则可得 $\hat{C}_{r_1}(p, q)$ 的概率密度函数为

$$p(\hat{C}_{r_1}(p, q)) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_w^2}} \exp\left\{-\frac{(\hat{C}_{r_1}(p, q) - A^6C_a(p, q))^2}{2\sigma_w^2}\right\} \quad (20)$$

由式(20)可知, $\hat{C}_{r_1}(p, q)$ 是 $C_a(p, q)$ 的极大似然估计。

3.2 NPLC-DSSS 信号的 PN 码估计

由 3.1 节可知, 可通过搜索 $\hat{C}_{r_1}(p, q)$ 得到 $C_a(p, q)$ 的极大峰。但由于信号长度小于一个长码周期, 信号的三阶相关函数实际上仅包含了长码的部分三阶相关函数, 且只在 $(N-1)(N-1)$ 的范围内保持较好的三阶相关特性^[15], 所以信号的三阶相关函数估计存在较大偏差, 需要利用 m 序列三阶相关函数的性质尽可能消除虚假峰值点, 提高 PN 码估计性能。所以本文提出的 PN 码估计算法主要步骤如下。

1) 共同峰初估计。设 (p, q) 取值范围集合 Ω 是 $V \times V$ 维方阵, $V > N$, 以便尽可能多地获得 $C_a(p, q)$ 的信息。在 Ω 的上三角或下三角部分计算 $\hat{C}_{r_1}(p, q)$, 预先设立阈值 δ , 进行共同峰初估计, 将所有 $\hat{C}_{r_1}(p, q) > \delta$ 的坐标集合记作 Ω_2 。

2) 利用性质 4 和性质 5 提高共同峰搜索精度。在 Ω_2 中取出某一元素, 记作 (p_1, q_1) 。针对可能的 m

序列周期 $L_i = 2^i - 1$ ，利用性质 4 得到 p_1 、 q_1 分别模 L_i 的分圆陪集 $v_{p_1}^i$ 、 $v_{q_1}^i$ ；若 $v_{p_1}^i$ 、 $v_{q_1}^i$ 符合性质 5 则可以组成一组可能的峰值坐标，对该组坐标利用矩阵斜消变换法^[13]计算最大公约式，若该最大公约式为本原多项式，则将该本原多项式记为 $h_1^i(x)$ 。利用 $h_1^i(x)$ 计算

$$(x^p + x^q + 1) \bmod h_1^i(x) = 0, p, q = 1, 2, \dots, V-1 \quad (21)$$

若 (p, q) 使式(21)成立，则 (p, q) 为 $h_1^i(x)$ 在 Ω_2 中三阶相关峰坐标，将所有这些峰值坐标记为集合 Ω_3^i 。将集合 Ω_2 与 Ω_3^i 的交集记作集合 Ω_4^i 。

3) 利用共同峰估计可能的本原多项式组合。将 Ω_4^i 中的元素两两组合，利用矩阵斜消变换法^[13]计算最大公约式并因式分解，假设存在 g_1^i 个与 $h_1^i(x)$ 不同的本原多项式 $h_2^j(x)$ ($j=1, 2, \dots, g_1^i$)，将它们记为集合 $\Psi_1^i = \{h_2^j(x) | j=1, 2, \dots, g_1^i\}$ 。利用式(22)搜索得到 $h_1^i(x)$ 与 $h_2^j(x)$ ($j=1, 2, \dots, g_1^i$) 的三阶相关函数中坐标与 $(0, 0)$ 点的欧式距离最小的 2 个共同峰，若在 $(N-1)(N-1)$ 的范围内的三阶相关共同峰少于等于 1 个，则继续搜索，直至找到 5 个距离 $(0, 0)$ 点欧式距离最小的共同峰。

$$\begin{cases} (x^p + x^q + 1) \bmod h_1^i(x) = 0 \\ (x^p + x^q + 1) \bmod h_2^j(x) = 0 \end{cases} p, q = 1, 2, \dots, N-1 \quad (22)$$

将这些三阶相关峰的坐标记为集合 Φ_j^i ($j=1, 2, \dots, g_1^i$)， Φ_j^i 中元素个数记为 θ_j^i ($j=1, 2, \dots, g_1^i$)，如式(23)计算集合 Φ_j^i ($j=1, 2, \dots, g_1^i$) 中各元素所对应的 $\hat{C}_r(p, q)$ 的平均，记为 B_j ($j=1, 2, \dots, g_1^i$)。

$$B_j^i = \frac{\sum_{(p,q) \in \Phi_j^i} \hat{C}_r(p, q)}{\theta_j^i}, j = 1, 2, \dots, g_1^i \quad (23)$$

令 $\hat{D}_i = \max_{j=1, 2, \dots, g_1^i} B_j^i$ ，并将 \hat{D}_i 所对应的本原多项式

组合 $h_1^i(x)$ 和 $h_2^j(x)$ 中的长码本原多项式记为 $m_1^i(x)$ ，短码本原多项式记为 $m_2^i(x)$ ，记入集合 A 中。

4) 估计得到信号的长码和短码本原多项式。重复步骤 2) 和步骤 3)，直至 Ω_2 变为空集，得到所有的本原多项式组合的集合(假设集合中存在 Z 个元素)： $A = \{m_1^i(x), m_2^i(x) | i=1, 2, \dots, Z\}$ ，以及集合所对应的 \hat{D}_i ($i=1, 2, \dots, Z$)。最大的 \hat{D}_i 所对应的 $m_1^i(x)$ 和 $m_2^i(x)$ 即为信号长码和短码的本原多项式。

4 算法仿真和性能分析

选用周期 31 位的 m 序列作为扩频码，其本原多项式为： $m_b(x) = x^5 + x^2 + 1$ ；周期为 2 047 位的 m 序列作为长扰码，其本原多项式为： $m_c(x) = x^{11} + x^7 + x^5 + x^3 + 1$ 。

1) 共同峰理论验证

图 1 为计算得到的长 m 序列和短 m 序列三阶相关函数在长码主值范围 $(T-1)(T-1)$ 内的共同峰分布。

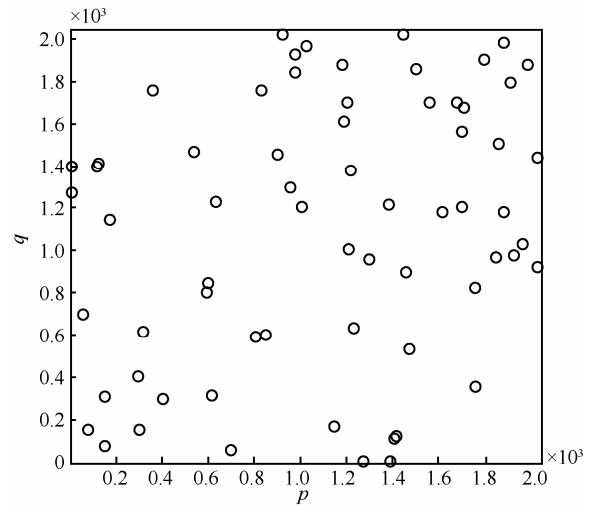


图 1 长码和短码 m 序列的三阶相关共同峰值

由图可见，在短码 m 序列的三阶相关函数主值域内，即 $(M-1)(M-1)$ 维内不存在共同峰；由于 $T \gg M$ ，在长码 m 序列三阶相关函数主值区域 $(T-1)(T-1)$ 内 2 个 m 序列的三阶相关函数存在共同峰，且在 $2\ 046 \times 2\ 046$ 维内的上三角部分存在 33 个共同峰值。

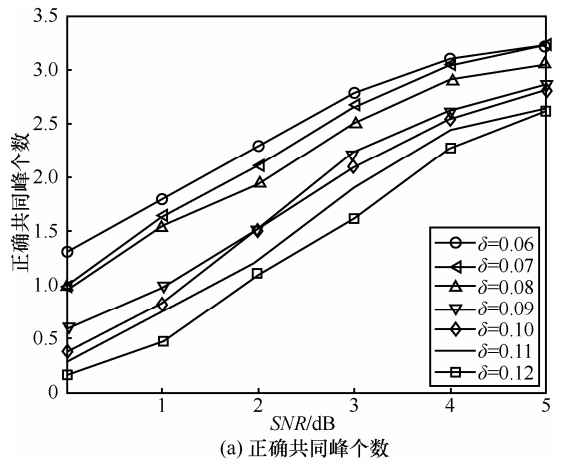
2) 门限 δ 对 NPLC-DSSS 信号三阶相关共同峰估计性能的影响

为了降低噪声对算法的影响，采用硬判决的方式将接收信号映射为 $[-1, 1]$ 信号。信号幅度 $A = 1$ ，信噪比定义为： $SNR = 20 \lg \left(\frac{A}{\sigma} \right) = 20 \lg \left(\frac{1}{\sigma} \right)$ 。

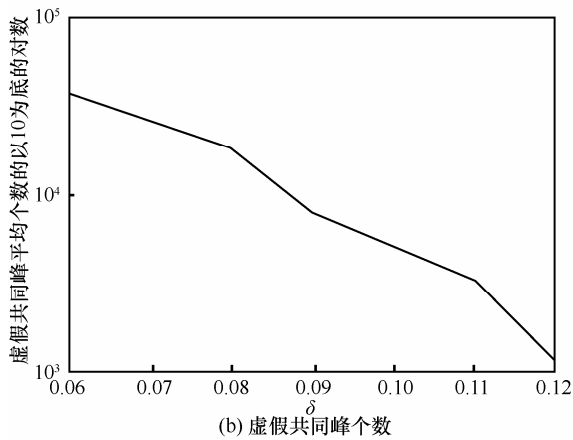
信号长度 $N = 17M \approx \frac{1}{4}T$ ，取 $\Omega_1 = 1\ 000 \times 1\ 000$ ，

在 Ω_1 的上三角部分存在 7 个共同峰。在不同信噪比、不同门限 δ 下，100 次蒙特卡罗仿真得到共同峰初估计， Ω_2 中正确共同峰个数如图 2(a)所示；由于对信号采用硬判决后，本文提出的共同峰搜索方法在相同门限 δ 下得到的虚假共同峰的个数仅随信噪比的提升略微减少，为了更直观表示，信噪比分别为 0 dB、1 dB、

2 dB、3 dB、4 dB、5 dB 时得到的虚假共同峰平均个数的以 10 为底的对数与门限 δ 的关系如图 2(b) 所示。



(a) 正确共同峰个数



(b) 虚假共同峰个数

图2 信号长度 $N=17M$ ，不同门限下共同峰初估计性能

由图可见，门限一定时，信噪比越高，共同峰正确估计率越高。信噪比一定时，门限越高，漏检的正确共同峰越多，对正确估计共同峰的影响越大；门限越低，虚假共同峰越多，算法的计算量越大、错误可能性也越大。综合考虑共同峰漏检概率和计算量，门限 δ 的取值选定为 0.06~0.10 之间。

3) 门限 δ 对 NPLC-DSSS 信号的 PN 码估计算法性能影响

信号长度为 $N=17M$ ， $\Omega_1=5000 \times 5000$ ，门限 δ 取值分别为 0.06、0.07、0.08、0.09 和 0.1 时，本文算法估计得到的扩频码和长扰码 m 序列本原多项式均正确的概率与信噪比的关系曲线如图 3 所示，每条曲线是 100 次仿真结果的平均。信噪比较低时，非周期长码直扩信号经过硬判决解调，计算得到的三阶相关函数峰的幅值都较小。当门限 δ 较大时，如图 3 中 $\delta=0.1$ 所对应的曲线，导致正确峰无法准确搜索到，PN 码正确估计概率下降；当 δ 比

较小时，如 δ 为 0.06、0.07、0.08，门限变化对正确估计概率几乎没有影响，但是门限设置越小，得到的虚假共同峰个数越多，算法的计算量越大。因此下文仿真中选定门限为 $\delta=0.08$ 。

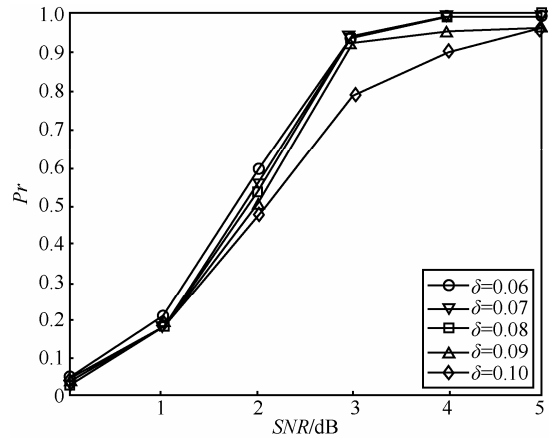


图3 不同判决门限下非周期长码直扩信号的 PN 码估计性能

4) 不同信号长度时 NPLC-DSSS 信号的 PN 码估计性能

$\Omega_1=5000 \times 5000$ ，门限 $\delta=0.08$ ，信号长度为 $N=17M$ 、 $34M$ 、 $50M$ 时，本文方法估计得到的长扰码和扩频码 m 序列本原多项式均正确的概率与信噪比的关系曲线如图 4 所示，每条曲线是 200 次仿真结果的平均。由图可知，在信号长度约为 1/4、1/2 和 3/4 倍长码周期时，本文方法达到 99% 的正确估计概率所需信噪比分别为 4 dB、2.8 dB、0.9 dB。信号长度越长，正确估计概率越高。

5) 不同长码时 NPLC-DSSS 信号的 PN 码估计性能

短码仍为周期 $M=31$ 、本原多项式为 $m_b(x)=x^5+x^2+1$ 的 m 序列。信号 1 的长码是周期为 2047、本原多项式为 $m_c(x)=x^{11}+x^7+x^5+x^3+1$ 的 m 序列；信号 2 的长码是周期为 4095、本原多项式为 $m_c(x)=x^{12}+x^{11}+x^9+x^7+x^6+x^5+1$ 的 m 序列；信号 3 的长码是周期为 511、本原多项式为 $m_c(x)=x^9+x^4+1$ 的 m 序列。取信号长度 $N=17M$ ， $\Omega_1=5000 \times 5000$ ，门限 $\delta=0.08$ 时，本文方法估计得到的扩频码和长扰码 m 序列本原多项式均正确的概率与信噪比的关系曲线如图 5 所示，每条曲线是 200 次仿真结果的平均。由图可知，信号 1、2、3 利用本文提出的算法达到 99% 的正确估计概率所需信噪比分别为 4 dB、4.8 dB、3.2 dB。这是由于信号 3 的长码周期最短，相同长度的信号中长码的

周期特性最为明显，因此估计的正确概率高；同理，信号 2 的长码周期最长，信号中长码的周期特性最弱，估计的正确概率低。

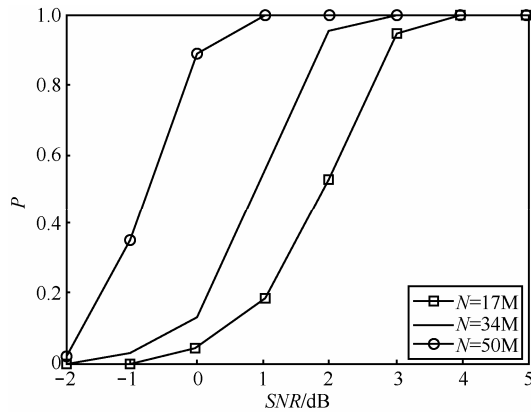


图 4 不同信号长度时 NPLC-DSSS 信号的估计概率

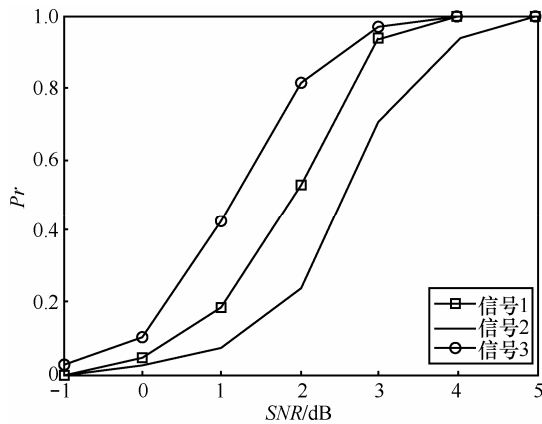


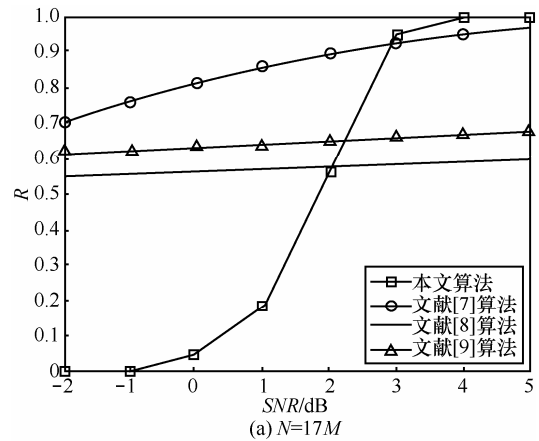
图 5 不同长码的 NPLC-DSSS 信号 PN 序列正确估计概率

6) 算法性能对比

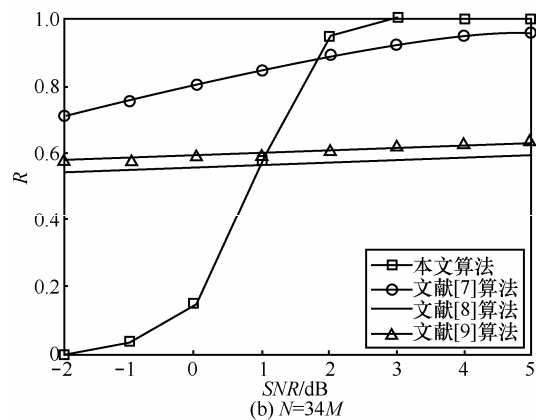
目前无公开报道的包含长扰码和扩频短码的非周期长码直扩信号伪随机码估计算法，为了能够进一步验证本文算法性能，比较本文算法与文献[7~9]中的 3 种算法针对非周期长码直扩信号的伪随机码估计性能。由于文献[7~9]中的 3 种算法无法将本文信号模型中的长扰码和短扩频码分离，在本仿真中对比算法针对无扩频短码的非周期长码直扩信号估计长扰码，本文算法仍针对包含扩频短码和长扰码的非周期长码直扩信号同时估计扩频码和长扰码。信号长度 N 分别为 $17M$ 和 $34M$ 时，4 种方法估计得到的伪随机码与真实伪随机码的相关度如图 6 所示。

由图可见，随着信噪比和信号长度的增加，本文算法性能显著提高，文献[7]算法性能提高较缓慢，而文献[8]算法和文献[9]算法性能提高很少。当 $N = 17M$ ，信噪比分别大于 2.8 dB、2.1 dB 和 2.3 dB

时，本文算法性能分别优于文献[7~9]的算法。当 $N = 34M$ ，信噪比分别大于 1.8 dB、1.0 dB 和 1.2 dB 时，本文算法性能分别优于文献[7~9]的算法。这是由于噪声对三阶相关函数估计性能影响大于对二阶相关函数估计。文献[7~9]的算法都仅能估计一个 PN 码。



(a) $N=17M$



(b) $N=34M$

图 6 算法性能比较

7) 算法复杂度

文献[7]算法对信号中 $\frac{N}{M}$ 个不同信息码调制的 PN 码采用特征值分解法进行分段估计和行拼接，所以其计算复杂度为 $O(2^{\frac{N}{M}}(N^3))$ 。文献[8]和文献[9]算法的计算复杂度主要在计算预处理后信号的协方差矩阵和特征值分解，所以其计算复杂度为 $O(N^3)$ 。

本文算法主要包含 4 个步骤，步骤 1) 中信号延迟自相乘的计算复杂度为 $O(N)$ ，信号三阶相关函数的计算复杂度为 $O((N-1)V^2)$ ；步骤 2) 中，矩阵斜消变换法的计算复杂度为 $O(V)$ ，式(21)的计算复杂度为 $O(V^3)$ ；步骤 3) 中因式分解的计算复杂度为 $O(\theta^2)$ ，其中， θ 为最大公约式的阶数，式(22)的

计算复杂度为 $O(2V^3)$ ；由于 $V > N$ ，因此，本文算法的计算复杂度为 $O(V^3)$ 。

由 N 点数据估计 $V \times V$ 区域内的三阶相关函数，维数 V 过大时，其边缘部分的三阶相关函数估计误差较大，从而不能提高本文算法的 PN 码估计性能，所以 V 不会远大于 N 。由于 $N \gg M$ ，所以 $\frac{N}{M} \gg \frac{V}{N}$ ，因此则有 $2^{\frac{N}{M}}(N^3) \gg V^3$ ，所以本文算法的复杂度比文献[8]和文献[9]算法大，但比文献[7]算法低。

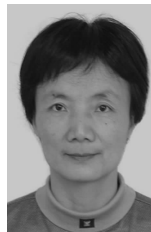
5 结束语

本文研究了 m 序列三阶相关函数性质，推导得到共同峰的性质及其与 m 序列本原多项式之间的对应关系，提出了可以同时估计非周期长码直扩信号的扩频短码和长扰码的方法。仿真结果表明：本文提出的非周期长码直扩信号 PN 码估计方法仅需 1/4 倍长码周期长度信号和 4 dB 信噪比就可达到 99% 以上正确估计概率。本文提出的方法可以用于 GPS 卫星信号、北斗卫星信号以及 WCDMA 信号的伪码序列估计，特别是非周期长码序列的估计。

参考文献:

- [1] 赵知劲, 顾晓炜, 沈雷等. 非周期长码直扩信号的盲解扩[J]. 信号处理, 2014, 30(5): 511-516.
ZHAO Z J, GU X W, SHEN L, et al. Blind despreading of non-periodic long code direct-sequence spread-spectrum signals[J]. Journal of Signal Processing, 2014, 30(5): 511-516.
- [2] BOUDER C, AZOU S, BUREL G. Blind estimation of the pseudo random sequence of a direct sequence spread spectrum signal[A]. IEEE Military Communications Conference (MILCOM)[C]. 2000. 967-970.
- [3] FRENCH C, GARDNER W. Spread-spectrum despreading without the code[J]. IEEE Trans Communications, 1986, 34(4): 404-407.
- [4] WARNER E S, MULGREW B, GRANT P M. Triple correlation analysis of m sequences[J]. Electronics Letters 30th, 1993, 29(20): 1755-1756.
- [5] ZHANG T Q, ZHANG C. An unsupervised adaptive method for eigenstructure analysis of lower SNR DS signals[J]. IEICE Transactions on Communication, 2006, 89(6): 1943-1946.
- [6] ZHANG T Q, MU A P. A modified eigen-structure analyzer to lower SNR DS-SS signals under narrow band interferences[J]. Digital Signal Processing, 2008, 18(4): 526-533.
- [7] 王满喜, 李宏, 马刘非等. 低信噪比下非周期性直扩信号的盲估计[J]. 电子科技大学学报, 2009, 38(2): 177-181.
WANG M X, LI H, MA Y F, et al. Blind estimation of lower SNR aperiodic DS signals[J]. Journal of University of Electronic Science and Technology of China, 2009, 38(2): 177-181.
- [8] DONG Z Q, HU N Y. A method for the detection of long pseudo random code DSSS signals based on the processing of delay- multiplication-II)-the estimation of the information symbol period and the pseudo-random code sequence[A]. IEEE Conference on Communication Technology Proceedings[C]. Hangzhou, 2008. 233-236.
- [9] 何涛, 李志强, 梁旭文. 一种非周期调制直扩信号扩频码估计方法[J]. 宇航学报, 2013, 34(4): 546-551.
HE T, LI Z Q, LIANG X W. An estimation method for spread spectrum code of non-periodic modulated DS signal[J]. Journal of Astronautics, 2013, 34(4): 546-551.
- [10] 胡俊红, 钟志. 基于延迟相乘的快速周期累积序列估计方法[J]. 舰船电子工程, 2013, 33(3): 47-49.
HU J H, ZHONG Z. Estimation of PN sequence based on delay-and-multiplication [J]. Ship Electronic Engineering, 2013, 33(3): 47-49.
- [11] 张花国, 魏平. 基于恒模特性的 QPSK-DSSS 信号扩频序列估计[J]. 航空学报, 2013, 34(6): 1389-1396.
ZHANG H G, WEI P. Spreading sequence estimation based on constant modulus property for QPSK-DSSS signals[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2013, 34(6): 1389-1396.
- [12] GOUDA M, ALI Y. M -sequence triple correlation function co-set summing and code image print (CIP)[A]. 11th International Conference on Computer Modelling and Simulation[C]. 2009. 264-268.
- [13] 张晓林, 佟婧, 李佑虎. 高阶统计分析的 m 序列检测新方法[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2010, 31(3): 386-390.
ZHANG X L, TONG J, LI Y H. A new method for m -sequence detection using higher-order statistics[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2010, 31(3): 386-390.
- [14] 邱修珍. 长码直扩信号中的扩频序列估计[D]. 成都: 电子科技大学, 2012.
QIU Z X. The Estimation of the Spreading Code in Long Code Direct Sequence Spread Spectrum Signals[D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2012.
- [15] 白彥, 杨晓静, 张玉. 基于高阶统计处理技术的 m -序列帧同步码识别[J]. 电子与信息学报, 2012, 34(1): 83-87.
BAI Y, YANG X J, ZHANG Y. A recognition method of m -sequence synchronization codes using higher-order statistical processing[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2012, 34(1): 83-87.
- [16] 刘晓阳. 伪随机序列中本原多项式的研究[D]. 鞍山: 辽宁科技大学, 2008.
LIU X Y. Research of Primitive Polynomial in Pseudorandom Sequence[D]. Anshan: University of Science and Technology Liaoning, 2008.

作者简介:



赵知劲 (1959-), 女, 浙江宁波人, 杭州电子科技大学教授、博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理。

顾晓炜 (1990-), 男, 浙江杭州人, 杭州电子科技大学硕士生, 主要研究方向为直扩信号盲参数估计等。

沈雷 (1979-), 男, 浙江舟山人, 杭州电子科技大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为信号检测、信号盲分离。

詹毅 (1967-), 男, 河南洛阳人, 中国电子科技集团第 36 研究所研究员, 主要研究方向为通信信号处理。