

基于空间谱的多天线盲频谱感知算法

刘畅, Syed Sajjad Ali, 张锐, 李思莹, 王洁, 金明录

(大连理工大学 信息与通信工程学院, 辽宁 大连 116024)

摘要: 现有的频谱感知算法主要在时间、频率以及地理空间维度进行检测, 对角度维的利用尚不成熟。将多天线技术中的到达角 (AOA, angle of arrival) 估计算法应用到频谱感知领域, 提出了2种基于空间谱的盲频谱感知算法, 分别为最大—最小延迟相加谱值比检测和平均—最小延迟相加谱值比检测。利用空域匹配滤波的优势, 新算法在低信噪比下得到了较高的检测概率, 同时为角度维的频谱接入提供了 AOA 信息, 从而提高了频谱利用率。此外, 运用随机矩阵理论, 推导了检测阈值和检测概率的理论值。仿真结果表明, 在 Nakagami- m 信道下, 提出的算法具有比现有盲感知算法更优的检测性能。

关键词: 频谱感知; AOA 估计; 空间谱; 空域匹配滤波; 随机矩阵

中图分类号: TN914

文献标识码: A

Spatial spectrum based blind spectrum sensing for multi-antenna cognitive radio system

LIU Chang, Syed Sajjad Ali, ZHANG Rui, LI Si-ying, WANG Jie, JIN Ming-lu

(School of Information and Communication Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China)

Abstract: State-of-the-art sensing methods only exploit three dimensions of the spectrum space: frequency, time and space whereas the angle dimension has not been exploited well enough for opportunistic spectrum access. Motivated by this, the authors apply angle of arrival (AOA) estimation algorithm to spectrum sensing and propose two blind spectrum sensing methods based on spatial spectrum. First is based on the ratio of maximum to minimum delay-sum spatial spectrum; the other is based on the ratio of average to minimum delay-sum spatial spectrum. Taking the advantage of spatial matched filtering, the proposed methods can achieve high probability of detection as well as offer the AOA information for spectrum access, which improve the spectrum efficiency. In addition, utilizing latest random matrix theories (RMT), this work quantifies the detection threshold and derives the probabilities of detection for the proposed methods in theory. Extensive simulations carried out in Nakagami- m fading channel indicate that the proposed methods outperform the existing blind spectrum sensing methods.

Key words: spectrum sensing; AOA estimation; spatial spectrum; spatial matched filtering; random matrix theories

1 引言

随着无线通信业务的飞速发展, 人们对频谱资源有着越来越大的需求, 巨大的频谱需求导致可用频谱资源越来越稀缺。美国 FCC 的调查显示^[1], 传统的频率固定分配方式致使大部分现有频段的利

用率偏低, 这一现象在全球范围内也很普遍。面对频谱危机, Mitola 等人首次提出了认知无线电 (CR, cognitive radio) 的概念^[2]。

认知无线电的基本思想是设计这样一个系统, 它可以感知周围的电磁环境, 并且能够动态和自主地调整无线电操作参数以适应周围环境的变化^[3]。

收稿日期: 2014-01-05; 修回日期: 2014-04-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (61301130, 61401059); 中央高校基本科研业务费专项基金资助项目 (DUT13JS09, DUT14QY04); 教育部留学回国人员科研启动基金资助项目

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61301130, 61401059); Fundamental Research Funds for the Central Universities (DUT13JS09, DUT14QY04); The Project-Sponsored by SRF for ROSE, SEM

因此,系统的一个主要方面就是要不断地搜索本地未被利用的频谱,即频谱感知^[4-8],从而提供新的频谱接入路径。

目前,已有的频谱感知算法主要分为3类:传统检测算法、半盲检测算法以及全盲检测算法^[9]。传统检测算法基于 Neyman-Pearson 准则,必须同时已知信号和噪声的功率信息。典型的有似然比检测法(LRT, likelihood ratio test)^[10]、循环平稳检测法(CSD, cyclostationary detection)^[11]、匹配滤波器检测法(MFD, matched filtering detection)^[10,12]等。以上算法在已知信号和噪声功率信息的条件下为最优的,但实际中这些条件通常未知。因此,学者们提出了仅需要已知噪声功率信息的半盲检测算法,典型的有能量检测法(ED, energy detection)^[13]等。能量检测法具有计算量小、速度快、检测性能高等优点。但是,实际系统中通常存在噪声不确定性,这导致“信噪比墙”^[14]的产生和虚警概率的升高。于是,全盲检测算法应运而生,这类算法既不需要信号功率信息也不需要噪声功率信息。典型的算法有基于特征值的检测算法(eigenvalue-based sensing)^[15]、基于协方差的检测算法(covariance-based detection)^[16]以及广义似然比检测算法(GLRT, general likelihood ratio test)^[17]等。这些全盲检测算法虽然不需要任何功率信息,但是计算量较大,低信噪比下检测性能有限。上述算法都各具优缺点,但是,正如文献[3]所述,现有的算法对角度维的开发尚不成熟,因此,可以考虑利用信号的角度维空间谱特性进行检测,这样不仅可以提高检测性能,还可以提供 AOA 信息,创造角度维频谱接入,从而提高频谱利用率^[18,19]。例如,如果已知主用户正在某个特定的方向进行通信,那么在其附近的认知用户就可以在除此之外的其他方向进行通信,如图1所示。这样,认知用户可以在同一时间、同一频段甚至同一地理位置通过到达角的不同来实现频谱共享。

基于以上分析,本文利用信号存在与不存在时具有不同的空间谱这一特性,将其应用到频谱感知领域。考虑到 AOA 估计中的延迟相加算法^[20]具有无需估计信号数、不受信源相关性影响和计算量小等优点,提出了基于空间谱的盲频谱感知算法,即最大—最小延迟相加法谱值比检测和平均—最小延迟相加法谱值比检测。由于延迟相加算法实际上是一种空域匹配滤波器^[20,21],可以使信号存在时到达角处的信噪比最大,因此,新算法在低信噪比下

达到了较高的检测概率。所提方法不需要主用户信号和噪声功率的先验信息,是一种全盲检测算法,而且能够在得到信号检测结果的同时直接估计出信号的到达角,提供了角度维的频谱接入机会。此外,基于随机矩阵理论^[22]和概率论的知识,本文还推导了检测阈值和检测概率的理论值。最后,仿真结果证实了算法的有效性。

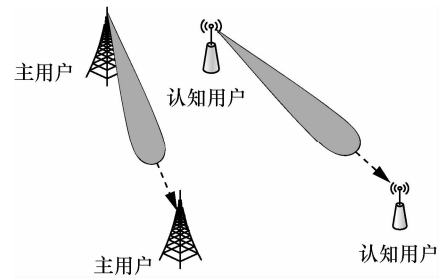


图1 角度维频谱接入

2 多天线频谱感知系统模型

一个典型的多天线频谱感知场景如图2所示, D 个主用户(图中PU)和 P 个载有多天线的认知用户(图中CU)随机分布在该区域中。一旦PU间进行通信,其附近的CU就会接收到主用户信号,捕捉采样点从而进行频谱感知。

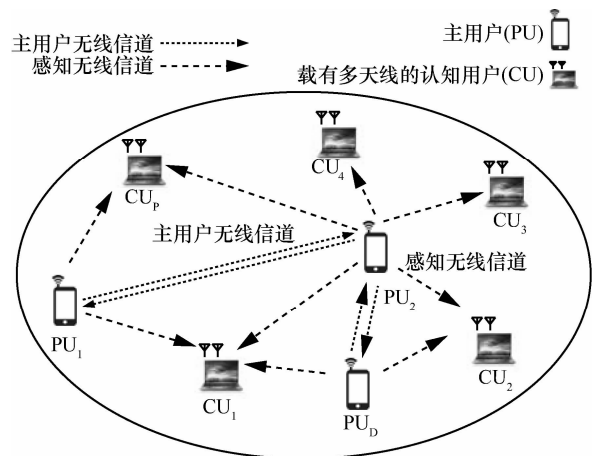


图2 典型的多天线频谱感知场景

对于载有多天线的认知无线电用户,如图3所示。各向同性的 M 元均匀直线阵(ULA, uniform linear array),阵元间距为 d ,每个阵元后接有一路接收机,将各阵元接收的信号进行采样,最后加权求和,得到阵列的输出。如果一个信号以某一方向入射到天线阵,由于信号源离阵列足够远以至于到达阵列处的波前可近似看成是平面波,因此信号到

达不同的阵元会产生等距离的波程差，从而导致等差的时延，这样就可以利用有规律的延迟特性进行信号处理。假设空间中有 $D(D \leq M)$ 个主用户信号从 D 个不同方向入射到 M 元均匀直线阵，那么天线阵的采样输出阵列可表示为^[23]

$$\mathbf{x}(k) = \sum_{i=1}^D \mathbf{a}(\theta_i) c_i s_i(k) + \mathbf{n}(k) \quad (1)$$

这里，

$$\mathbf{x}(k) \triangleq [x_1(k), x_2(k), \dots, x_M(k)]^T$$

$$\mathbf{n}(k) \triangleq [n_1(k), n_2(k), \dots, n_M(k)]^T$$

其中， $\mathbf{a}(\theta) = [1, e^{j2\pi d \sin \theta / \lambda}, \dots, e^{j2\pi(M-1)d \sin \theta / \lambda}]$ ，表示在角 θ_i 方向上以第 1 个天线阵元为参考的导向向量，它刻画了信号传播时延造成的相位差，通常取阵元间距 $d = \lambda/2$ ， λ 为信号载波波长； k 表示采样时刻； c_i 和 $s_i(k)$ 分别表示第 i 个信号在 Nakagami- m 信道^[24] 的衰减系数和归一化的信源； $x_i(k)$ 和 $n_i(k)$ 分别表示第 i 个阵元的采样输出和加性零均值高斯白噪声。

这样，多天线频谱感知问题变为一个二元假设检验问题

$$H_0 : \mathbf{x}(k) = \mathbf{n}(k), k = 0, 1, \dots, N-1$$

$$H_1 : \mathbf{x}(k) = \sum_{i=1}^D \mathbf{a}(\theta_i) c_i s_i(k) + \mathbf{n}(k), k = 0, 1, \dots, N-1 \quad (2)$$

其中， N 为采样点数， H_0 和 H_1 分别表示信号不存在与信号存在 2 种假设。

3 基于空间谱的频谱感知算法

在多天线频谱感知模型的基础上，结合延迟相加算法的空域匹配滤波原理，本文利用信号存在与不存在时具有不同的空间谱这一特性，提出了 2 种全盲频谱感知算法。

3.1 空域匹配滤波原理

如图 3 所示，接收机加权求和后的阵列输出为

$$y(k) = \mathbf{w}^H \mathbf{x}(k) \quad (3)$$

$(\cdot)^H$ 表示共轭转置。 $\mathbf{w} = [w_1 w_2 \dots w_M]^T$ 表示天线阵的加权系数。那么，阵列的输出功率为

$$P = E[|y(k)|^2] = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} \quad (4)$$

其中， $\mathbf{R}_x = E[\mathbf{x}(k) \mathbf{x}^H(k)]$ 为阵列接收信号的协方差矩阵。假设只有一个入射信号，其入射角为 θ_0 ，而且信号和噪声不相关。将式(3)代入式(4)则输出功率重新表示为

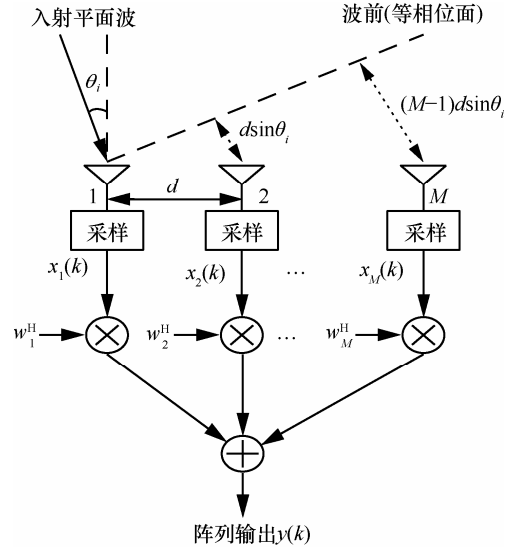


图 3 均匀直线阵(ULA)

$$\begin{aligned} P &= E\{|\mathbf{w}^H \mathbf{x}(k)|^2\} \\ &= E\{|\mathbf{w}^H [\mathbf{a}(\theta_0) c_0 s(k) + \mathbf{n}(k)]|^2\} \\ &= |\mathbf{w}^H \mathbf{a}(\theta_0)|^2 (c_0^2 \sigma_s^2 + \frac{1}{|\mathbf{a}(\theta_0)|^2} \sigma_n^2) \end{aligned} \quad (5)$$

其中， $\mathbf{a}(\theta_0)$ 是方向为 θ_0 的入射信号对应的导向向量， $\mathbf{n}(k)$ 是噪声向量， $\sigma_s^2 = E\{|s(k)|^2\}$ 为信号功率， $\sigma_n^2 = E\{|\mathbf{n}(k)|^2\}$ 是噪声功率。令 $\mathbf{w} = \mathbf{a}(\theta)$ ，改变扫描角度 θ ，从而形成不同的权值，当 $\theta = \theta_0$ 时，阵元信号经过 $\mathbf{w}^H = \mathbf{a}^H(\theta_0)$ 的相移补偿，消除了由于传播时延造成的相位差，产生同相叠加，使输出功率最大，这就是空域匹配滤波原理，它对空间的角度进行滤波，使与到达角“匹配”的角度响应最大，滤除别的角度，其对应的输出功率为角度的函数，即

$$P(\theta) = \mathbf{w}^H \mathbf{R}_x \mathbf{w} = \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_x \mathbf{a}(\theta) \quad (6)$$

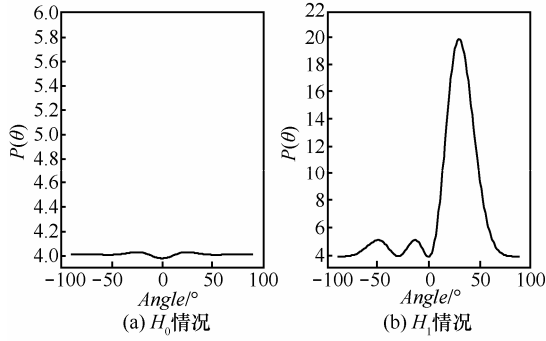
对应于最大功率输出点的值 θ 即是信号的入射方向，即到达角。上述 AOA 估计方法叫做延迟相加法，输出功率函数 $P(\theta)$ 称为“空间谱”^[25]。

3.2 基于空间谱的检测算法

3.2.1 算法原理

对于二元假设模型，利用延迟相加法得到其空间谱分布，如图 4 所示。

2 种假设情况下，空间谱区别较大， H_0 情况下，空间谱波动很小，接近水平直线； H_1 情况下，在到达角处，空间谱出现明显的峰值。基于空间谱的上述特性，本文提出了如下 2 种检测算法。

图4 H_0 和 H_1 情况下,空间谱的分布

算法1 最大—最小延迟相加谱值比检测 (MMDS, maximum-minimum delay-sum ratio).

步骤1 计算采样信号的协方差矩阵。在实际中,由于采样点数有限,只能用有限点数的采样协方差矩阵 $\mathbf{R}_x(N)$ 代替统计协方差矩阵 \mathbf{R}_x 。即

$$\mathbf{R}_x(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{x}(k)\mathbf{x}^H(k) \quad (7)$$

其中, N 为采样点数。

步骤2 求出延迟相加法每个搜索角度 θ_i 对应的空间谱值

$$P(\theta_i) = \mathbf{a}(\theta_i)^H \mathbf{R}_x(N) \mathbf{a}(\theta_i) \quad (8)$$

其中,假设搜索区域为 $\Theta = \{\theta | \theta \in [\theta_{\min}, \theta_{\max}]\}$, 搜索间隔为 Δ , 一共有 N_s 个搜索点, 那么 $\theta_i = \theta_{\min} + (i-1)\Delta, (i=1, 2, \dots, N_s)$ 。

步骤3 搜索空间谱的最大值与最小值, 分别记为 P_{\max} 和 P_{\min} 。计算出检验统计量 T_{MMDS}

$$T_{\text{MMDS}} = \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \frac{\max_{\theta_i} \{\mathbf{a}(\theta_i)^H \mathbf{R}_x(N) \mathbf{a}(\theta_i)\}}{\min_{\theta_i} \{\mathbf{a}(\theta_i)^H \mathbf{R}_x(N) \mathbf{a}(\theta_i)\}} \quad (9)$$

步骤4 判决: 如果 $P_{\max}/P_{\min} > \gamma_1$, 则信号存在 (“肯定” 判决); 否则, 信号不存在 (“否定” 判决)。其中, γ_1 表示阈值。

步骤5 AOA 估计: 如果信号存在, 则索引空间谱最大值对应的角度, 即为估计的 AOA。否则, 跳过此步, 算法结束。

需要说明的是, 对于步骤5, 既可以直接利用算法得到的 AOA 进行频谱接入, 也可以在此基础上缩小角度搜索范围, 使用分辨率更高的算法进一步确定 AOA 的值。

算法2 平均—最小延迟相加谱值比检测 (AMDS, average-minimum delay-sum ratio)。

步骤1 同算法1。

步骤2 同算法1。

步骤3 求出空间谱的平均值和最小值, 分别记为 P_{ave} 和 P_{\min} 。计算检验统计量 T_{AMDS}

$$T_{\text{AMDS}} = \frac{P_{\text{ave}}}{P_{\min}} = \frac{(1/N_s) \sum_{i=1}^{N_s} P(\theta_i)}{\min_{\theta_i} \{\mathbf{a}(\theta_i)^H \mathbf{R}_x(N) \mathbf{a}(\theta_i)\}} \quad (10)$$

步骤4 判决: 如果 $P_{\text{ave}}/P_{\min} > \gamma_2$, 则信号存在 (“肯定” 判决); 否则, 信号不存在 (“否定” 判决)。其中, γ_2 表示阈值。

步骤5 同算法1。

3.2.2 理论分析

下面将从数学角度出发, 假设采样点数无穷, 分析本文算法在理论上的可行性。

对于 MMDS 算法, 当信号不存在时, 即 $\mathbf{x}(k) = \mathbf{n}(k)$ 。于是

$$P(\theta_i) = E\{|\mathbf{a}(\theta_i)^H \mathbf{n}(k)|^2\} = M\sigma_n^2 \quad (11)$$

所以, $P_{\max}/P_{\min} = 1$; 同理, 当信号存在时, 天线阵的采样输出如式(1)。为了简化问题, 假设空间只有1个入射信号, 即 $\mathbf{x}(k) = \mathbf{a}(\theta_0)c_0s_0(k) + \mathbf{n}(k)$, θ_0 为此信号的入射角, c_0 代表路径衰减系数, 如果信号与噪声不相关, 此时,

$$\mathbf{R}_x = c_0^2\sigma_s^2\mathbf{a}(\theta_0)\mathbf{a}^H(\theta_0) + \sigma_n^2\mathbf{I} \quad (12)$$

于是, 将式(12)代入式(8), 得到空间谱表达式

$$\begin{aligned} P(\theta_i) &= c_0^2\sigma_s^2\mathbf{a}(\theta_i)^H\mathbf{a}(\theta_0)\mathbf{a}^H(\theta_0)\mathbf{a}(\theta_i) + \sigma_n^2\mathbf{a}(\theta_i)^H\mathbf{a}(\theta_i) \\ &= c_0^2\sigma_s^2\left|1 + e^{j2\pi d\psi_i/\lambda} + e^{j4\pi d\psi_i/\lambda} + \dots + e^{j(M-1)2\pi d\psi_i/\lambda}\right|^2 + M\sigma_n^2 \end{aligned} \quad (13)$$

这里, $\psi_i = \sin(\theta_i) - \sin(\theta_0) (i=1, 2, \dots, N_s)$, 令

$$\begin{aligned} F(\psi_i) &= \left|1 + e^{j2\pi d\psi_i/\lambda} + e^{j4\pi d\psi_i/\lambda} + \dots + e^{j(M-1)2\pi d\psi_i/\lambda}\right| \\ &= \left|\frac{\sin \frac{\pi d M \psi_i}{\lambda}}{\sin \frac{\pi d \psi_i}{\lambda}}\right| \end{aligned} \quad (14)$$

对于函数 $F(\psi_i)$, 其类似于阵列天线中的阵因子函数^[25], 其值域为 $[0, M]$ 。于是, 将式(13)重写为

$$P(\theta_i) = c_0^2\sigma_s^2F^2(\psi_i) + M\sigma_n^2 \quad (15)$$

此时, $P_{\max} = M^2c_0^2\sigma_s^2 + M\sigma_n^2$ 代表空域匹配滤波后的谱峰, $P_{\min} = M\sigma_n^2$ 代表 M 根天线的噪声功率之和, 显然, $P_{\max}/P_{\min} > 1$ 。因此, 可以通过检测 P_{\max}/P_{\min} 来检测信号是否存在。可以看出, 与最优匹配滤波器检测类似, MMDS 检测算法是在遍历空间角的情

况下进行角度维上的匹配，即空域匹配滤波，从而使信号强度变为原来的 M 倍，提高了检测性能。同理，对于 AMDS 检测算法，式(10)中的 P_{ave} 代表空间谱在搜索区间的平均值，当没有信号时， $P_{\text{ave}}/P_{\text{min}}=1$ ；当信号存在时， $P_{\text{ave}}/P_{\text{min}}>1$ 。因此，同样可以通过检测 $P_{\text{ave}}/P_{\text{min}}$ 来检测信号是否存在。由于对空间谱进行平均，AMDS 算法实际上就是在空域匹配滤波的基础上进行了均值滤波，从而提高了算法的顽健性。

3.2.3 频谱的角度分辨性

由于本文算法在检测到信号存在的同时能够输出信号到达角，从而可以为角度维的频谱接入提供 AOA 信息，实现角度域频谱共享，提高频谱利用率。因此，下面对频谱的角度分辨性问题进行讨论。

本文所用的 AOA 估计方法是延迟—相加算法，它属于传统的常规波束形成 AOA 估计方法，其分辨率受限于波束的主瓣宽度，即当且仅当 2 个入射信号空间方位角的间隔大于波束主瓣宽度时，它们方可被分辨开。文献[26]给出了主瓣宽度，即半功率波束宽度的表达式

$$\theta_{mb} = \frac{2.78\lambda}{\pi d M \cos \theta_0} (\text{rad}) = \frac{50.7\lambda}{M d \cos \theta_0} (^\circ) \quad (16)$$

其中， θ_{mb} 表示波束主瓣宽度， λ 表示入射信号的波长， M 和 d 分别是天线个数和天线阵元间距， θ_0 是信号入射角，rad 和 $^\circ$ 分别表示弧度和度。由此得出结论：所提算法主用户信号角度的分辨率（主瓣宽度的倒数）与天线个数和天线间隔成正比，与主用户信号波长成反比，且随着主用户信号入射角增大，主瓣波束变宽，分辨率变低。基于以上结论，对于实际的多天线认知无线电系统，在条件允许的情况下，可以考虑增加 CU 接收机的天线个数，或者改变 CU 位置来减小信号的入射角等方法来提高主用户、其他次用户与正在感知的次用户在频谱的角度可分辨性。

此外，如果主次用户到达信号基本一致，即 AOA 基本一致时，在角度域已经无法分辨这 2 个信号。这时，可以通过主用户信号特有的特征进行检测(feature detection)^[5]，如导频信号、数据同步段、循环平稳性等，判断信号中是否有主用户，如果存在，那么在其附近的认知用户只需再避开这个 AOA 方向的其他方向接入频谱即可。

4 检测阈值及性能分析

在设计算法时，通常给定一个虚警概率 P_{fa} ，然后得到相应的阈值 γ ，通过该阈值测试算法的检测性能。一般而言，由虚警概率 P_{fa} 得到阈值 γ 有 2 种方法^[9]：一种是以经验为主，通过在只有噪声条件下的测试得到；另一种方法是在 H_0 条件下对检验统计量的概率分布进行分析，得到 γ 关于 P_{fa} 的函数表达式，从而得到阈值。本文采用第 2 种方法，基于随机矩阵理论以及概率论的知识，推导 MMDS 和 AMDS 算法的检测阈值以及检测概率的理论表达式。

4.1 检测阈值的理论推导

在假设 H_0 情况下， $\mathbf{R}_x(N)$ 退化为 $\mathbf{R}_n(N)$ ，即

$$\mathbf{R}_n(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{n}(k) \mathbf{n}^H(k) \quad (17)$$

为方便分析，用连续变量 θ 代替离散的 θ_i ，因此，式(9)可重新写为

$$T_{\text{MMDS}} = \frac{\max_{\theta} \{E[\|\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{n}(k)\|^2]\}}{\min_{\theta} \{E[\|\mathbf{a}(\theta)^H \mathbf{n}(k)\|^2]\}} \quad (18)$$

由于二范数和矩阵迹的关系，式(18)可以写成

$$T_{\text{MMDS}} = \frac{\max_{\theta} \text{Tr}(\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N) \mathbf{a}(\theta))}{\min_{\theta} \text{Tr}(\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N) \mathbf{a}(\theta))} \quad (19)$$

其中， $\text{Tr}(\bullet)$ 表示矩阵的迹。基于 Neumann 不等式^[27]的性质，得到

$$\begin{aligned} \text{Tr}(\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N) \mathbf{a}(\theta)) &= \text{Tr}(\mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N)) \\ &\leq \sum_{i=1}^M \lambda_i(\mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)) \lambda_i(\mathbf{R}_n(N)) \\ &\leq \lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) \sum_{i=1}^M \lambda_i(\mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)) \\ &= \lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) \text{Tr}(\mathbf{a}(\theta) \mathbf{a}^H(\theta)) \\ &= \lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) M \end{aligned} \quad (20)$$

其中， $\lambda_i(\cdot)$ 表示矩阵的第 i 个最大特征值， $\lambda_{\max}(\cdot)$ 代表矩阵的最大特征值。当采样点数 N 逐渐趋于无穷时， $\mathbf{R}_n(N) \approx \sigma_n^2 \mathbf{I}$ ，于是，得到

$$T_{\text{MMDS}} \leq \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) M}{\min_{\theta} \text{Tr}(\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N) \mathbf{a}(\theta))} \approx \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N))}{\sigma_n^2} \quad (21)$$

接下来，将用到 2 个性质。

性质 1 概率不等式:

$$\text{Prob}\{P_{\max} > \gamma_1 P_{\min}\} \leq \text{Prob}\{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) > \gamma_1 \sigma_n^2\} \quad (22)$$

其中, $\text{Prob}\{\bullet\}$ 表示事件发生的概率, 其证明见附录 1。

性质 2 极限关系:

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{P_{\max}}{P_{\min}} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N))}{\sigma_n^2} = 1 \quad (23)$$

因此, 可以认为 $\text{Prob}\{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) > \gamma_1 \sigma_n^2\}$ 与 $\text{Prob}\{P_{\max} > \gamma_1 P_{\min}\}$ 近似相等, 而且随着采样点数的增加, 二者差距越来越小。值得注意的是, 即使在采样点数比较少, 由于性质 1 的不等式关系, 使得对应的虚警概率小于预设的值, 这是符合实际系统要求的。对于 $\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N))$ 的分布, $\mathbf{R}_n(N)$ 近似可看成 Wishart 随机矩阵^[22,28], 其最大特征值分布规律如下。

定理 1 对于实噪声, 令 $\mathbf{A}(N) = \frac{N}{\sigma_n^2} \mathbf{R}_n(N)$,

如果 $0 < \lim_{N \rightarrow \infty} (M/N) < 1$, 则 $\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) - \mu}{\nu}$ 以 1 概率收敛于 Tracy-Widom 1 阶分布。其中, μ, ν 分别为其均值和方差。

$$\mu = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M})^2 \quad (24)$$

$$\nu = (\sqrt{N-1} + \sqrt{M}) \left(\frac{1}{\sqrt{N-1}} + \frac{1}{\sqrt{M}} \right)^{1/3} \quad (25)$$

因此, 下面给出 MMDS 算法的虚警概率表达式为

$$\begin{aligned} P_{fa} &= \text{Prob}\{P_{\max} > \gamma_1 P_{\min}\} \\ &\approx \text{Prob}\{\lambda_{\max}(\mathbf{R}_n(N)) > \gamma_1 \sigma_n^2\} \\ &= \text{Prob}\left\{\frac{\sigma_n^2}{N} \lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) > \gamma_1 \sigma_n^2\right\} \\ &= \text{Prob}\left\{\frac{\lambda_{\max}(\mathbf{A}(N)) - \mu}{\nu} > \frac{\gamma_1 N - \mu}{\nu}\right\} \\ &= 1 - F_1\left(\frac{\gamma_1 N - \mu}{\nu}\right) \end{aligned} \quad (26)$$

其中, $F_1(\bullet)$ 为 Tracy-Widom 1 阶分布的累积分布函数。整理式(26), 得到 MMDS 算法阈值的最终表达式

$$\gamma_1 = (\nu F_1^{-1}(1 - P_{fa}) + \mu) / N \quad (27)$$

这里, $F_1^{-1}(\bullet)$ 是 $F_1(\bullet)$ 的反函数。

接下来, 分析 AMDS 方法。由于只存在噪声时, 空间谱波动很小, 接近水平直线, 因此可以近似认为 $P_{ave} \approx (P_{\max} + P_{\min}) / 2$ 。于是, 给出 AMDS 算法阈

值的表达式:

$$\gamma_2 = (\gamma_1 + 1) / 2 = (\nu F_1^{-1}(1 - P_{fa}) + \mu + N) / 2N \quad (28)$$

综上所述, 算法的检测阈值只与虚警概率、天线个数和采样点数等有关, 而与噪声功率无关, 因此能够克服噪声的不确定性问题。

4.2 检测概率的理论推导

基于上面的检测阈值, 运用数学近似、卡方分布和中心极限定理等, 对算法的检测概率进行理论分析, 最后给出检测概率表达式。

当信号存在时, 空间谱函数曲线就会出现峰值, 可以得出

$$P_{\max} = M^2 \lambda_{\max}(\mathbf{R}_{cs}(N)) + \mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N) \mathbf{a}(\theta) \quad (29)$$

注意, 这里考虑了 $D(D \leq M)$ 个入射信号的情况, 空间谱最大的峰值点对应着路径衰减最小的入射信号。因此, 式(29)中, $\mathbf{R}_{cs}(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} \mathbf{s}(k) \mathbf{s}^H(k)$,

其中, $\mathbf{s}(k) = [c_1 s_1(k), \dots, c_D s_D(k)]^T$ 。对于式(29)中的第 2 项, 考虑其概率分布情况, 可以得到

$$\mathbf{a}^H(\theta) \mathbf{R}_n(N) \mathbf{a}(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^M |a_i n_i(k)|^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^M |n_i(k)|^2 \quad (30)$$

其中, a_i 和 $n_i(k)$ 分别为向量 $\mathbf{a}(\theta)$ 和 $\mathbf{n}(k)$ 中的第 i 个元素, 且 $|a_i| = 1$ 。令 $T(N) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \sum_{i=1}^M |n_i(k)|^2$, 由于 $n_i(k)$ 服从均值为 0, 方差为 σ_n^2 的高斯分布。因此

$$t = \frac{T(N)N}{M\sigma_n^2} \sim \chi_N^2 \quad (31)$$

其中, χ_N^2 是参数为 N 的卡方分布^[10], 且 $E(t) = N$, $\text{Var}(t) = 2N$ 。当 N 很大时, 根据中心极限定理可知 t 服从 $\mathcal{N}(N, 2N)$ 的高斯分布。因此, 给出 MMDS 算法的检测概率表达式

$$\begin{aligned} P_d &= \text{Prob}\{P_{\max} > \gamma_1 P_{\min}\} \\ &\approx \text{Prob}\{M^2 \lambda_{\max}(\mathbf{R}_{cs}(N)) + T(N) > \gamma_1 M \sigma_n^2\} \\ &= \text{Prob}\{t > \gamma_1 N - (MN \lambda_{\max}(\mathbf{R}_{cs}(N))) / \sigma_n^2\} \\ &= Q\left(\frac{\gamma_1 N - (MN \lambda_{\max}(\mathbf{R}_{cs}(N))) / \sigma_n^2 - N}{\sqrt{2N}}\right) \end{aligned} \quad (32)$$

这里, $Q(t) = (1/\sqrt{2\pi}) \int_t^{+\infty} e^{-u^2/2} du$ 表示互补累计分布函数。从式(32)可以看出, MMDS 算法的检测概率与采样点数、天线个数以及信号协方差矩阵最大特

征值和噪声功率之比有关。

与 MMDS 不同，AMDS 不用最大而是用平均谱值与最小谱值之比进行检测。容易得出

$$P_{ave} = \bar{F}^2(\psi)\text{Tr}(\mathbf{R}_{cs}(N)) + T(N) \quad (33)$$

其中， $\bar{F}^2(\psi) = (1/N_s) \sum_{i=1}^{N_s} F^2(\psi_i)$ 为 $F^2(\psi_i)$ 对所有搜索点的平均值，其值如表 1 所示。于是，AMDS 算法的检测概率表达式如下

$$\begin{aligned} P_d &= \text{Prob}\{P_{ave} > \gamma_2 P_{min}\} \\ &\approx \text{Prob}\{\bar{F}^2(\psi)\text{Tr}(\mathbf{R}_{cs}(N)) + T(N) > \gamma_2 M \sigma_n^2\} \\ &= \text{Prob}\{t > \gamma_2 N - (\bar{F}^2(\psi)N\text{Tr}(\mathbf{R}_{cs}(N))) / M \sigma_n^2\} \\ &= Q\left(\frac{\gamma_2 N - (\bar{F}^2(\psi)N\text{Tr}(\mathbf{R}_{cs}(N))) / M \sigma_n^2 - N}{\sqrt{2N}}\right) \quad (34) \end{aligned}$$

从式(34)可以看出，AMDS 算法的检测概率与采样点数、天线个数以及信号协方差矩阵的迹和噪声功率之比有关，而且，随着信号个数的增多，其检测性能会越来越越好。

表 1 扫描范围为 $[0^\circ, 180^\circ]$ 时，不同天线数对应的 $\bar{F}^2(\psi)$ 值

天线个数 M	$\bar{F}^2(\psi), d = \lambda/2$
2	1.384
4	2.678
6	3.958
8	5.233
10	6.505

5 仿真结果及分析

由于本文所提算法是盲检测算法，考虑到现存盲检测算法中，比较有代表性的是基于特征值的检测算法^[15]：最大-最小特征值(MME, maximum-minimum eigenvalue)检测和能量-最小特征值(EME, energy with minimum eigenvalue)检测，而能量检测算法在已知噪声功率情况下为最优的。因此，为了说明算法效果，本节针对多天线频谱感知模型，在 Matlab 环境下对本文算法、MME/EME 算法以及 ED 算法进行仿真比较。主用户信号在阶数为 10，参数 $m=1$ 的 Nakagami- m 衰减信道^[24]中进行传递。认知用户的接收机天线为 M 元均匀直线阵，阵元间距为 $d = \lambda/2$ ，接收机噪声为加性高斯白噪声。虚警概率设为 $P_{fa} \leq 0.1$ （参照 IEEE 802.22.1 标准），系统默认仿真参数为：认知用户接收机天线个数 $M=4$ ，主用户入射信号数 $D=2$ ，采样点数 $N=5\ 000$ ，蒙特卡洛仿真循环次数设置为 1 000 次。

首先比较不同算法的检测性能，图 5 展示了 5 种算法（ED、MME/EME、MMDS/AMDS）的检测概率随信噪比变化曲线。其中，“ED- x dB”表示在噪声不确定度的界为 x dB 情况下的能量检测算法。由图可知，低信噪比下，MMDS 算法检测概率高于 MME，AMDS 算法检测概率高于 EME，这是由于本文算法利用了信号的角度维空间匹配滤波原理，在低信噪比下达到了较高的检测概率。另一方面，能量检测法在没有噪声不确定性时(ED-0dB)最优，但是，实际中存在 0.5~2 dB 的噪声不确定性^[14]，这时，能量检测法性能下降，明显低于盲检测算法。因此，MMDS/AMDS 算法性能不仅优于 MME/EME，而且克服了噪声不确定性问题。

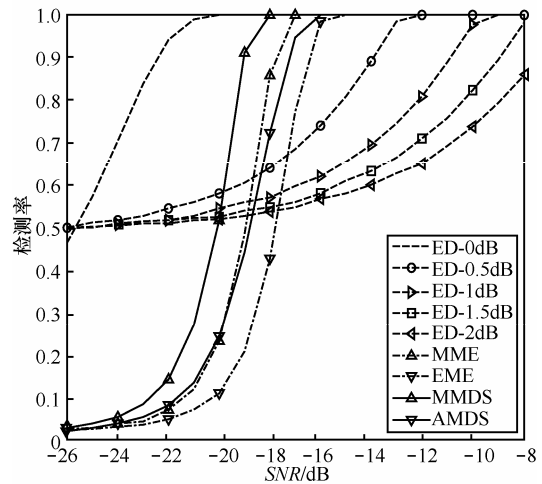


图 5 检测概率随信噪比变化曲线： $M=4, D=2, N=5\ 000$

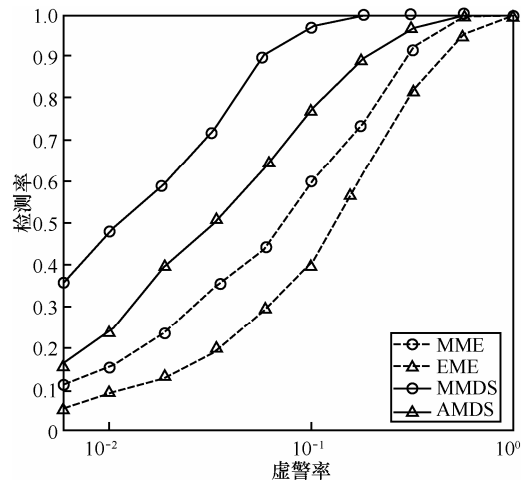


图 6 ROC 曲线： $M=4, D=2, N=5\ 000, SNR=-20$ dB

图 6 给出了 4 种算法（MME/EME、MMDS/AMDS）的 ROC 曲线。为了方便观察，虚警概率从 0.006 到 1，共测试了 10 个点，比较不同情况

下各算法的检测概率。仿真结果显示，在相同的虚警概率下，MMDS/AMDS 的检测性能优于 MME/EME。如 $P_{fa}=0.1$ 时，检测概率提高约 1 倍。

接下来对理论分析与实际仿真效果进行比较。为了比较虚警概率，首先，给定一个期望的虚警概率，称为理论值，将其代入式(27)或式(28)求出其对应的阈值，然后利用求出的阈值进行检测，得出实际的虚警概率，最后对理论值和实际值进行比较。本文在 $M=4, D=2, SNR=-20$ dB 条件下，将理论值 P_{fa} 设置为从 0.02 到 0.1 均匀变化，得到结果如表 2 所示。结果显示，算法实际得到的虚警概率总是小于等于理论值，达到了系统要求。为了比较理论与实际检测概率，结合式(32)和式(34)，固定相同的虚警概率进行比较，如图 7 所示。虚线绘出了算法的理论界。可以发现，实际仿真曲线与理论曲线达到了很好的匹配。

表 2 不同理论值下的实际虚警概率

P_{fa} 理论值	MMDS	AMDS
0.02	0.015 1	0.019 5
0.04	0.026 2	0.030 1
0.06	0.043 6	0.041 2
0.08	0.051 7	0.052 3
0.1	0.070 2	0.060 2

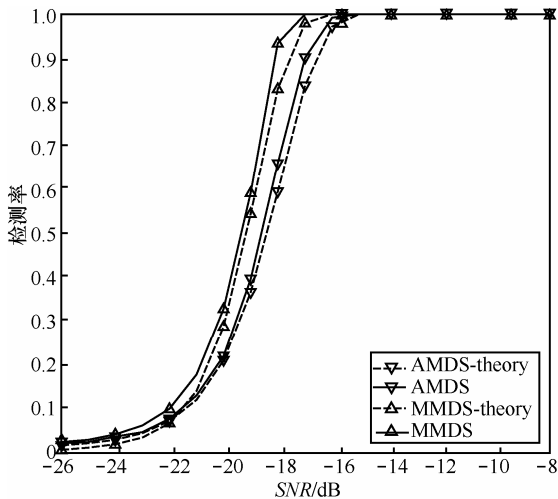


图 7 理论与实际检测概率曲线: $M=4, D=2, N=5000$

由于协作感知中经常涉及到主用户信号间的相关性问题^[29]，因此，图 8 考察了本文算法在不同相关系数下，检测概率随信噪比变化曲线，其中 ρ 表示相邻感知节点之间主用户信号的相关系数。可以发现，不同相关系数下，MMDS、AMDS 各自对

应的曲线几乎重合，基本上不受信号相关性的影响。但是 MMDS 算法可以利用信号的空间相关性，即空间谱叠加来提高检测性能。由于延迟相加算法的谱峰具有一定宽度，造成入射角相近的信号之间谱值叠加，这一现象致使谱峰高度增加，相当于入射信号发生合并，从而提高了算法的检测概率。图 9 证实了理论上的分析，改变 2 个信号的入射角 $\theta = \pm 15^\circ, \pm 10^\circ, \pm 5^\circ$ 。发现随着角度差的减小，MMDS 算法的检测概率变大，如 -20 dB 时，检测概率约提高 35%。因此，如何利用空间相关性提高检测性能，是一个值得深入探讨的问题。

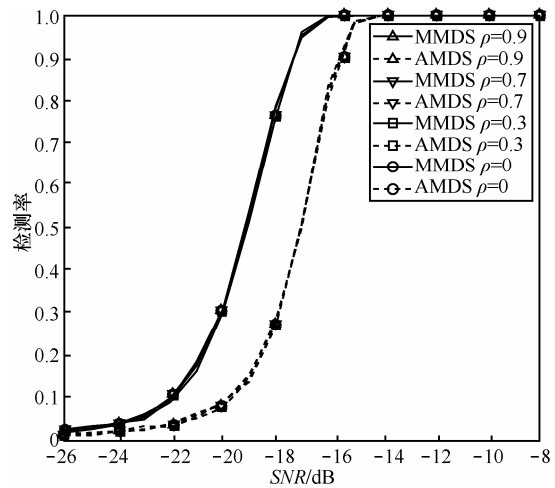


图 8 不同相关系数下的检测概率曲线: $M=4, D=2, N=5000$

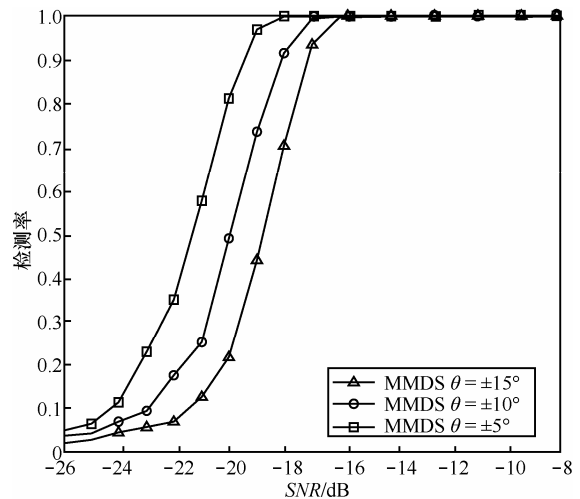


图 9 不同角度差下的检测概率曲线: $M=4, D=2, N=5000$

6 结束语

本文将 AOA 估计中的延迟相加算法结合到频谱感知领域，提出了 2 种基于空间谱的盲频谱感知算法：MMDS 和 AMDS，同时，运用随机矩阵理

论和概率论知识推导了理论上的检测阈值和检测概率。仿真结果证明, 在 Nakagami- m 信道下, 理论分析结果与实际仿真结果达到了较好的匹配, MMDS 和 AMDS 算法具有比现存盲频谱感知算法更优的检测性能。

附录 1 式(22)的证明

令 $x_1 = P_{\max} / P_{\min} \leq x_2 = \lambda_{\max}(R_n(N)) / \sigma_n^2$, $\gamma = \gamma_1$, $f(x_1, x_2)$ 为 x_1 和 x_2 的联合概率密度函数。那么,

$$\begin{aligned} & \text{Prob}\{x_2 > \gamma\} - \text{Prob}\{x_1 > \gamma\} \\ &= \int_{\gamma}^{\infty} \int_0^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 - \int_0^{\infty} \int_{\gamma}^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \\ &= \int_{\gamma}^{\infty} \left[\int_0^{\gamma} f(x_1, x_2) dx_1 + \int_{\gamma}^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 \right] dx_2 - \\ & \left[\int_0^{\gamma} \int_{\gamma}^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 + \int_{\gamma}^{\infty} \int_{\gamma}^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \right] \\ &= \int_{\gamma}^{\infty} \int_0^{\gamma} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 - \int_0^{\gamma} \int_{\gamma}^{\infty} f(x_1, x_2) dx_1 dx_2 \\ &= \text{Prob}\{x_2 > \gamma, x_1 < \gamma\} - \text{Prob}\{x_1 > \gamma, x_2 < \gamma\} \end{aligned}$$

显然, $\text{Prob}\{x_2 > \gamma, x_1 < \gamma\} \geq 0$, $\text{Prob}\{x_1 > \gamma, x_2 < \gamma\} = 0$ 。所以, $\text{Prob}\{P_{\max} > \gamma_1 P_{\min}\} \leq \text{Prob}\{\lambda_{\max}(R_n(N)) > \gamma_1 \sigma_n^2\}$ 。

参考文献:

- [1] FCC, Spectrum Policy Task Force Report, E D N 02-135[R]. Washington DC, 2002.
- [2] MITOLA III J, MAGUIRE JR G Q. Cognitive radio: making software radios more personal[J]. IEEE Personal Communications, 1999, 6(4): 13-18.
- [3] YUCEK T, ARSLAN H. A survey of spectrum sensing algorithms for cognitive radio applications[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2009, 11(1): 116-130.
- [4] LEE W, CHO D H. Enhanced spectrum sensing scheme in cognitive radio systems with MIMO antennae[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(3): 1072-1085.
- [5] AXELL E, LEUS G, LARSSON E, *et al.* Spectrum sensing for cognitive radio: state-of-the-art and recent advances[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2012, 29: 101-116.
- [6] YIN S, CHEN D, ZHANG Q, *et al.* Prediction-based throughput optimization for dynamic spectrum access[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(3): 1284-1289.
- [7] CHEN Y, WANG C, ZHAO B. Performance comparison of feature-based detectors for spectrum sensing in the presence of primary user traffic[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(5): 291-294.
- [8] BOKHARAIEE S, NGUYEN H H, SHWEDYK E. Blind spectrum sensing for OFDM-based cognitive radio systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2011, 60(3): 858-871.
- [9] ZENG Y, LIANG Y C, HOANG A T, *et al.* A review on spectrum sensing for cognitive radio: challenges and solutions[J]. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, 2010(2).
- [10] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing, Volume 2: Detection Theory[M]. Prentice Hall PTR, 1998.
- [11] GARDNER W A. Exploitation of spectral redundancy in cyclostationary signals[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 1991, 8: 14-36.
- [12] CHEN H S, GAO W, DAUT D G. Signature based spectrum sensing algorithms for IEEE 802.22 WRAN[A]. IEEE International Conference on Communications[C]. Glasgow, Scotland, 2007.6487-6492.
- [13] URKOWITZ H. Energy detection of unknown deterministic signals[J]. Proceedings of the IEEE, 1967, 55(4): 523-531.
- [14] TANDRA R, SAHAI A. SNR walls for signal detection[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008, 2: 4-17.
- [15] ZENG Y, LIANG Y C. Eigenvalue-based spectrum sensing algorithms for cognitive radio[J]. IEEE Transactions on Communications, 2009, 57(6).
- [16] ZENG Y, LIANG Y C. Covariance based signal detections for cognitive radio[A]. Proceedings of the 2nd IEEE International Symposium on New Frontiers in Dynamic Spectrum Access Networks[C]. Dublin, Ireland, 2007.202-207.
- [17] ZHANG R, LIM T J, LIANG Y C, *et al.* Multi-antenna based spectrum sensing for cognitive radios: a GLRT approach[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(1): 84-88.
- [18] TSAKALAKI E P, ALRABADI O N, PAPADIAS C B, *et al.* Spatial spectrum sensing for wireless handheld terminals: design challenges and novel solutions based on tunable parasitic antennas Dynamic Spectrum Management[J]. IEEE Wireless Communications, 2010, 17(4): 33-40.
- [19] WILCOX D, TSAKALAKI E, KORTUN A, *et al.* On spatial domain cognitive radio using single-radio parasitic antenna arrays[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2013, 31(3): 571-580.
- [20] BARTLETT M S. An Introduction to Stochastic Processes: With Special Reference to Methods and Applications[M]. CUP Archive, 1978.
- [21] VAN V B D, BUCKLEY K M. Beamforming: a versatile approach to spatial filtering[J]. IEEE ASSP Magazine, 1988, 5(2): 4-24.
- [22] TULINO A M, VERDÚ S. Random Matrix Theory and Wireless Communications[M]. Now Publishers Inc, 2004.
- [23] ZETTERBERG P, OTTERSTEN B. The spectrum efficiency of a base station antenna array system for spatially selective transmission[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1995, 44(3): 651-660.
- [24] PILLAY N, XU H J. Blind eigenvalue-based spectrum sensing for cognitive radio networks[J]. IET Communications, 2012, 6(11): 1388-1396.
- [25] GROSS F B. Smart Antennas for Wireless Communications: With MATLAB[M]. New York: McGraw-Hill, 2005.
- [26] 王永良, 丁前军, 李荣锋. 自适应阵列处理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2009.

WANG Y L, DING Q J, LI R F. Adaptive Array Processing[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2009.

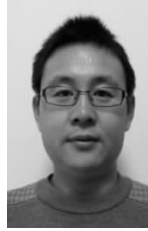
[27] NEUMANN M. Weak stability for matrices[J]. Linear and multilinear algebra, 1979, 7(3): 257-262.

[28] 王磊, 郑宝玉, 崔景伍. 基于随机矩阵理论的频谱感知技术研究综述[J]. 信号处理, 2011, 27(12): 1889-1897.

WANG L, ZHENG B Y, CUI J W. Survey on the research of spectrum sensing technologies based on random matrix theory[J]. Journal of Signal Processing, 2011, 27(12): 1889-1897.

[29] 金明, 李有明, 高洋. 基于广义特征值的合作频谱感知方法[J]. 通信学报, 2013, 34(1): 105-110.

JIN M, LI Y M, GAO Y. Cooperative spectrum sensing detector based on generalized eigenvalue[J]. Journal on Communications, 2013, 34(1): 105-110.

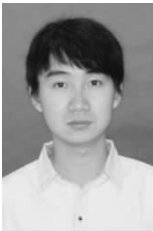


张锐(1983-), 男, 内蒙古呼和浩特人, 硕士, 主要研究方向为频谱感知。



李思莹(1992-), 女, 云南昆明人, 主要研究方向为电力通信调度与维护。

作者简介:



刘畅(1988-), 男, 河南商丘人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为认知无线电、多天线技术、统计信号处理等。



王洁(1981-), 男, 河南安阳人, 博士, 大连理工大学高级工程师, 主要研究方向为无线网络、无线定位跟踪、认知无线网络。



Syed Sajjad Ali(1981-), 男, 巴基斯坦人, 大连理工大学博士生, 主要研究方向为无线通信、信号处理等。



金明录(1958-), 男, 吉林图们人, 博士, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为信号与通信系统基础理论和技术。