

## 分布式全相参雷达相干参数估计及相参性能分析

宋靖, 张剑云, 张文刚

(电子工程学院, 安徽 合肥 230037)

**摘要:** 针对一般结构的分布式全相参雷达, 首先推导了包括时延差及“和相位差”的相干参数估计的克拉美—罗界(CRB)闭式解; 然后考虑时延和相位补偿误差同时存在时, 分析了全相参模式下的输出信噪比增益(oSNRg), 基于相干参数估计的CRB, 给出了oSNRg的上界的数值解。结论表明, “和相位差”的CRB与信号载频及有效带宽均无关; oSNRg随着发射天线数的增加而提高; 而增加接收天线数, 能否提高oSNRg取决于输入信噪比大小, 较大时则oSNRg随之提高, 较小时反而随之下降。最后仿真实验验证了研究结论的正确性。

**关键词:** 全相参; 克拉美—罗界; 参数估计; 费歇尔信息矩阵

中图分类号: TN958

文献标识码: A

## Coherent parameters estimation and coherent performance analysis for distributed aperture coherent radar

SONG Jing, ZHANG Jian-yun, ZHANG Wen-gang

(Electronic Engineering Institute, Hefei 230037, China)

**Abstract:** The closed-form CRB (Cramer-rao bounds) of the coherent parameters estimation, which include time delay differences and total phase differences, are derived for the distributed aperture coherent radar with general architecture firstly. Then under the assumption that time delay and phase synchronization errors are all existing, the performance bound of oSNRg (output signal-to-noise ratio gain) is developed based on the aforementioned CRB (Cramer-rao bounds). It is concluded that: the CRB of total phase differences is independent on the carrier frequency and effective bandwidth. More transmitters give higher oSNRg. However, as the number of receivers increase, the oSNRg gradually improve with the input SNR being high sufficiently, and worsen with the input SNR being low. Finally, the numerical examples demonstrate the validity of the theoretical results.

**Key words:** fully coherent; Cramer-rao bound; parameters estimation; Fisher information matrix

### 1 引言

分布式全相参雷达是继多输入多输出(MIMO, multiple-input multiple-out)雷达之后出现的一种新体制雷达, 它解决了大口径雷达难以机动部署和造价昂贵等问题, 是下一代雷达发展的技术方向。该雷达的主要特点是: 多部机动式单元雷达或天线分散布设, 通过对多部雷达回波进行信号级相参合成, 等效形成一个大孔径探测雷达。其关键能力包括: 具有较高灵敏度, 适用于远距离搜索、跟踪和目标识别, 同时具有机动部署能力。国外主要是美国林肯实验室对该技术做了大量研究<sup>[1-5]</sup>。国内目

前对该技术的研究尚属起步阶段, 但是其潜在优势和应用前景已引起各大高校和研究所的关注<sup>[6-10]</sup>。

估计各单元雷达间的时延差和相位差等相干参数是实现全相参的前提。一般来说, 相位差主要来自两方面: 一方面, 由于目标到各雷达的距离不同导致不同的传播时延, 从而引起相位差; 另一方面, 由于各雷达拥有独立的本振源, 因此具有不同的发射和接收初始相位, 从而引起相位差(即T/R相位差<sup>[9]</sup>)。2种因素导致的相位差均影响相参处理性能, 因此综合考虑二者, 将其定义为“和相位差”(total phase differences)<sup>[10]</sup>, 记作TO相位差。需要指出的是, 尽管分布式全相参雷达参数估计与MIMO雷达

参数估计<sup>[11~17]</sup>相似，但是二者存在本质区别。

分布式全相参雷达自提出以来便引起越来越多学者的兴趣。文献[5]给出了全相参模式下的输出信噪比增益 (oSNRg, output signal-to-noise ratio gain) 的定义，但是未能得出其闭式解。文献[6,7]研究了时间和相位同步方法，以及相位差跟踪技术。文献[8]介绍了技术背景和发展现状。文献[9]首先建立了“多发多收”的一般结构，然后推导了时延差和 T/R 相位差估计的克拉美—罗界 (CRB, Cramer-rao bound) 闭式解，最后仅考虑了相位补偿误差对 oSNRg 的影响。文献[10]针对“多发一收”的主辅结构，将单脉冲拓展到多脉冲，研究了相干参数估计性能与发射天线数及脉冲数之间关系，并基于 CRB 分析了相参性能。

综上所述，分布式全相参雷达的研究依然存在以下问题：首先，在相干参数估计方面，TO 相位差的估计性能与收发天线数的关系如何；其次，在相参处理性能方面，考虑时延补偿误差存在时，oSNRg 如何。本文针对上述 2 个问题做了深入研究。首先推导了时延差和 TO 相位差的 CRB 闭式解，分析了其估计性能与收发天线数的关系；然后考虑时延和相位补偿误差同时存在时，利用二元高阶多项式分段拟合，得到 oSNRg 上界的数值解，并基于 oSNRg 研究了收发天线的配置方案。

## 2 相干参数估计的 CRB

### 2.1 MIMO 模式下的信号模型

由  $K$  个发射天线、 $L$  个接收天线和一个处理中心组成的一般结构的分布式全相参雷达，如图 1 所示。若  $L=1$ ，则为主辅结构。假设发射一组正交窄带信号  $s_k(t)$  ( $k=1, \dots, K$ )，且满足  $\int_T |s_k(t)|^2 dt = 1$ ，其中  $T$  为观测时间。经过上变频，发射信号复包络可表示为  $\hat{s}_k(t) = s_k(t) e^{j2\pi f_c t + j\phi_k}$ ，其中  $f_c$  为载频， $\phi_k$  为发射天线  $k$  的初始相位。定义发射信号有效带宽为  $\beta_k^2 = \int f^2 |S_k(f)|^2 df / \int |S_k(f)|^2 df$ ，其中  $S_k(f)$  为  $s_k(t)$  的傅立叶变换，且假设所有发射信号有效带宽一致，等于  $\beta$ 。

假设点目标是非闪烁的，且确定性复散射系数为  $\bar{\xi}$ ，则天线  $l$  接收回波的低通等效式可表示为

$$r_l(t) = \sum_{k=1}^K \bar{\xi} s_k(t - \tau_{lk}) e^{-j2\pi f_c \tau_{lk} + j\phi_k + j\phi_l} + w_l(t) \quad (1)$$

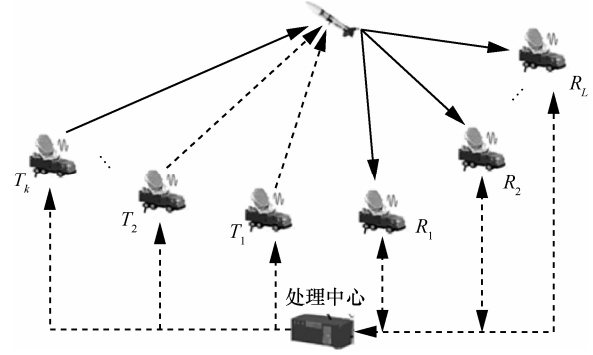


图 1 一般结构的分布式全相参雷达

式(1)中  $\phi_l^r$  为接收天线  $l$  的初始相位。 $\tau_{lk}$  为第  $k$  个发射天线到第  $l$  个接收天线之间路径的传播时延，且  $\tau_{lk} = \tau_k^t + \tau_l^r$ ，其中  $\tau_k^t$  和  $\tau_l^r$  分别为发射天线  $k$  到目标、目标到接收天线  $l$  的传播时延。 $w_l(t)$  为天线  $l$  接收的噪声。假设  $w_l(t)$  是空间和时间独立的，且  $w_l(t)$  在时域上是均值为零、方差为  $\sigma_w^2$  的复白高斯过程。

选定  $T_1$  和  $R_1$  分别为发射和接收参考天线，且定义  $\xi = \bar{\xi} e^{-j2\pi f_c \tau_{11} + j\phi_1^t + j\phi_1^r}$ ，则式(1)可改写为

$$r_l(t) = \xi \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{11} - \Delta\tau_k^t - \Delta\tau_l^r) e^{j\Delta\psi_k^t + j\Delta\psi_l^r} + w_l(t) \quad (2)$$

式(2)中  $\Delta\tau_k^t = \tau_k^t - \tau_1^t$ 、 $\Delta\tau_l^r = \tau_l^r - \tau_1^r$ 、 $\Delta\psi_k^t = -2\pi f_c \Delta\tau_k^t + (\phi_k^t - \phi_1^t)$ 、 $\Delta\psi_l^r = -2\pi f_c \Delta\tau_l^r + (\phi_l^r - \phi_1^r)$ 。记  $\Delta\psi_k^t$  和  $\Delta\psi_l^r$  分别为发射和接收 TO 相位差。相比于 T/R 相位差<sup>[9]</sup>，显然 TO 相位差为时延差导致的相位差与 T/R 相位差之和。需要指出的是， $\Delta\tau_1^t = \Delta\tau_1^r = \Delta\psi_1^t = \Delta\psi_1^r = 0$ 。

根据式(2)，定义未知参数矢量  $A$  为

$$A = [\Delta\tau^T, \Delta\psi^T, \xi^R, \xi^I]^T \quad (3)$$

式(3)中  $(\cdot)^T$  为转置， $\xi^R$  和  $\xi^I$  分别为  $\xi$  的实部和虚部； $\Delta\tau = [(\Delta\tau^t)^T, (\Delta\tau^r)^T]^T$ ， $\Delta\tau^t = [\Delta\tau_2^t, \dots, \Delta\tau_K^t]^T$ ， $\Delta\tau^r = [\Delta\tau_2^r, \dots, \Delta\tau_L^r]^T$ ； $\Delta\psi = [(\Delta\psi^t)^T, (\Delta\psi^r)^T]^T$ ， $\Delta\psi^t = [\Delta\psi_2^t, \dots, \Delta\psi_K^t]^T$ ， $\Delta\psi^r = [\Delta\psi_2^r, \dots, \Delta\psi_L^r]^T$ 。

### 2.2 费歇尔信息矩阵的计算

对于  $A$  的任意无偏估计，第  $i$  个元素的方差满足  $\text{var}(\hat{A}_i) \geq [J^{-1}(A)]_{ii}$ ，其中  $J(A)$  为费歇尔信息矩阵 (FIM, Fisher information matrix)：

$\mathbf{J}(\mathbf{A}) = -\mathbb{E}\left\{\nabla_{\mathbf{A}}\left[\nabla_{\mathbf{A}}\ln p(\hat{\mathbf{r}};\mathbf{A})\right]^{\mathrm{T}}\right\}$ ,  $\nabla$  为梯度运算,  $\ln p(\hat{\mathbf{r}};\mathbf{A})$  为对数似然函数,  $\mathbf{CRB}$  矩阵是 FIM 的逆。

观测数据用矢量表示为  $\hat{\mathbf{r}} = [\hat{r}_1(t), \dots, \hat{r}_L(t)]^{\mathrm{T}}$ , 则对数似然函数可表示为<sup>[17]</sup>

$$\ln p(\hat{\mathbf{r}};\mathbf{A}) \propto -\frac{1}{\sigma_w^2} \sum_{l=1}^L \int_T \left| \hat{r}_l(t) - \xi \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{lk}) e^{j\Delta\psi_k + j\Delta\psi_l'} \right|^2 dt \quad (4)$$

考虑到  $\ln p(\hat{\mathbf{r}};\mathbf{A})$  是  $\tau_{lk}$  的显函数, 引入中间参数矢量  $\mathbf{A} = [\tau, \Delta\psi, \xi^R, \xi^I]^{\mathrm{T}}$ , 其中,  $\tau = [\tau_{11}, \dots, \tau_{LK}]^{\mathrm{T}}$ 。

定义  $\mathbf{0}_{p \times q}$  和  $\mathbf{I}_{p \times q}$  分别为  $p \times q$  的全 0 和全 1 矩阵,  $\mathbf{I}_p$  和  $\mathbf{\Omega}_p$  分别为  $p \times p$  的单位阵和全 1 方阵。根据式(4), 经过计算 (过程参见附录 A),  $\mathbf{J}(\mathbf{A}_1)$  的矩阵形式可表示为

$$\mathbf{J}(\mathbf{A}_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{LK \times LK} & \mathbf{0}_{LK \times (K+L)} \\ \mathbf{0}_{(K+L) \times LK} & \mathbf{G}_{(K+L) \times (K+L)} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$\mathbf{T} = \frac{|\xi|^2}{\sigma_w^2} 8\pi^2 \beta^2 \mathbf{I}_{LK} \quad (6)$$

$$\mathbf{G} = \frac{2}{\sigma_w^2} \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{(K-1) \times (K-1)} & \mathbf{D}_{(K-1) \times (L-1)} & \mathbf{E}_{(K-1) \times 2} \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} & \mathbf{B}_{(L-1) \times (L-1)} & \mathbf{F}_{(L-1) \times 2} \\ \mathbf{E}^{\mathrm{T}} & \mathbf{F}^{\mathrm{T}} & \mathbf{C}_{2 \times 2} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式(7)中,  $\mathbf{A} = |\xi|^2 \mathbf{L} \mathbf{I}_{K-1}$ ,  $\mathbf{B} = |\xi|^2 \mathbf{K} \mathbf{I}_{L-1}$ ,  $\mathbf{C} = \mathbf{L} \mathbf{K} \mathbf{I}_2$ ,  $\mathbf{D} = |\xi|^2 \mathbf{I}_{(K-1) \times (L-1)}$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{L} \mathbf{I}_{(K-1) \times 1} \begin{bmatrix} -\xi^I & \xi^R \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{F} = \mathbf{K} \mathbf{I}_{(L-1) \times 1} \begin{bmatrix} -\xi^I & \xi^R \end{bmatrix}$ 。

### 2.3 时延差估计的 CRB

由式(5)和式(6)可得  $\mathbf{CRB}_{\tau} = \mathbf{T}^{-1} = \sigma_w^2 \mathbf{I}_{LK} / (|\xi|^2 8\pi^2 \beta^2)$ , 根据链式法则

$$\mathbf{CRB}_{\Delta\tau} = (\nabla_{\tau} \Delta\tau) \mathbf{CRB}_{\tau} (\nabla_{\tau} \Delta\tau)^{\mathrm{T}} \quad (8)$$

式(8)中,  $(\nabla_{\tau} \Delta\tau)$  为雅克比矩阵。显然  $\Delta\tau'$ 、 $\Delta\tau''$  与  $\tau$  满足关系:  $\Delta\tau'_k = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L (\tau_{lk} - \tau_{l1})$ ,  $\Delta\tau''_l = \frac{1}{K} \sum_{k=1}^K (\tau_{lk} - \tau_{1k})$ 。定义接收端输入信噪比  $\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} = |\xi|^2 / \sigma_w^2$ 。从而由式(8)计算得  $\mathbf{CRB}_{\Delta\tau'} = \frac{\mathbf{I}_{K-1} + \mathbf{\Omega}_{K-1}}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} 8\pi^2 \beta^2 L}$ ,  $\mathbf{CRB}_{\Delta\tau''} = \frac{\mathbf{I}_{L-1} + \mathbf{\Omega}_{L-1}}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} 8\pi^2 \beta^2 K}$ ,

因此收发时延差估计的  $\mathbf{CRB}$  分别为

$$\mathbf{CRB}_{\Delta\tau'_k} = \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} 4\pi^2 \beta^2 L}, \quad k = 2, \dots, K \quad (9)$$

$$\mathbf{CRB}_{\Delta\tau''_l} = \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} 4\pi^2 \beta^2 K}, \quad l = 2, \dots, L \quad (10)$$

由式(9)和式(10)可知, 所有发射 (或接收) 时延差估计  $\mathbf{CRB}$  一致, 且与  $\beta^2$ 、 $L$  (或  $K$ ) 成反比。

### 2.4 TO 相位差估计的 CRB

将  $\mathbf{G}$  进一步改写为  $\mathbf{G} = \frac{2}{\sigma_w^2} \begin{bmatrix} \mathbf{\Sigma} & \mathbf{U} \\ \mathbf{U}^{\mathrm{T}} & \mathbf{C} \end{bmatrix}$ , 其中  $\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{D} \\ \mathbf{D}^{\mathrm{T}} & \mathbf{B} \end{bmatrix}$ ,  $\mathbf{U} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} \\ \mathbf{F} \end{bmatrix}$ 。运用矩阵求逆引理<sup>[18]</sup>得

$$\mathbf{G}^{-1} = \frac{\sigma_w^2}{2} \begin{bmatrix} (\mathbf{\Sigma} - \mathbf{U} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{U}^{\mathrm{T}})^{-1} & \bullet \\ \bullet & \bullet \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, “ $\bullet$ ” 为无需计算部分。从而  $\Delta\psi$  的  $\mathbf{CRB}$  矩阵为  $\mathbf{CRB}_{\Delta\psi} = \sigma_w^2 / 2 (\mathbf{\Sigma} - \mathbf{U} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{U}^{\mathrm{T}})^{-1}$ 。经过计算得

$$\mathbf{CRB}_{\Delta\psi} = \frac{1}{2\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}}} \mathrm{diag} \left( \frac{1}{L} (\mathbf{I}_{K-1} + \mathbf{\Omega}_{K-1}), \frac{1}{K} (\mathbf{I}_{L-1} + \mathbf{\Omega}_{L-1}) \right) \quad (12)$$

因此, 收发 TO 相位差估计的  $\mathbf{CRB}$  分别为

$$\mathbf{CRB}_{\Delta\psi'_k} = \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} L}, \quad k = 2, \dots, K \quad (13)$$

$$\mathbf{CRB}_{\Delta\psi''_l} = \frac{1}{\mathrm{SNR}_{\mathrm{in}} K}, \quad l = 2, \dots, L \quad (14)$$

由式(13)和式(14)可知, 所有发射 (或接收) TO 相位差估计  $\mathbf{CRB}$  一致, 且与  $L$  (或  $K$ ) 成反比。

列出 TO 与 T/R 模型<sup>[9]</sup>的相干参数估计  $\mathbf{CRB}$ , 如表 1 所示。由表 1 可看出, 2 种模型的发射 (或接收) 时延差估计  $\mathbf{CRB}$  一致, 这是因为 2 种模型的区别只是在于对相位差定义的不同, 且时延差与相位差估计是独立的。TO 模型的发射 (或接收) 相位差估计  $\mathbf{CRB}$  只与  $L$  (或  $K$ ) 有关。而 T/R 模型的发射 (或接收) 相位差估计  $\mathbf{CRB}$  与  $L$  (或  $K$ )、 $f_c^2$ 、 $\beta^2$  均有关, 且当  $f_c^2$  一定时, 发射 (或接收) 相位差估计的  $\mathbf{CRB}$  也相应地降低。

表1 TO与T/R模型的相干参数估计CRB

时延差和相位差	TO模型	T/R模型
发射时延差	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{4\pi^2 \beta^2 L}$	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{4\pi^2 \beta^2 L}$
接收时延差	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{4\pi^2 \beta^2 K}$	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{4\pi^2 \beta^2 K}$
发射相位差	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{L}$	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{L} \frac{f_c^2 + \beta^2}{\beta^2}$
接收相位差	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{K}$	$\frac{1}{SNR_m} \frac{1}{K} \frac{f_c^2 + \beta^2}{\beta^2}$

### 3 全相参模式下的输出信噪比增益

#### 3.1 全相参模式下的信号模型

在全相参模式下，所有天线发射相同波形，将估计的相干参数通过专门的通信链路反馈至收发端，对收发端进行时延和相位调整，从而实现收发全相参。

定义各相干参数的估计值为  $\Delta \hat{\boldsymbol{\tau}} = [\Delta \hat{\tau}_2, \dots, \Delta \hat{\tau}_K]^T$ ， $\Delta \hat{\boldsymbol{\tau}}^r = [\Delta \hat{\tau}_2^r, \dots, \Delta \hat{\tau}_L^r]^T$ ， $\Delta \hat{\boldsymbol{\psi}} = [\Delta \hat{\psi}_2, \dots, \Delta \hat{\psi}_K]^T$ ， $\Delta \hat{\boldsymbol{\psi}}^r = [\Delta \hat{\psi}_2^r, \dots, \Delta \hat{\psi}_L^r]^T$ 。经过时延和相位调整后，第  $k$  个天线发射的信号经过上变频可表示为

$$s_k(t) = s(t + \Delta \hat{\tau}_k) e^{j2\pi f_c t + j\Delta \hat{\psi}_k - j\Delta \hat{\psi}_k} \quad (15)$$

第  $l$  个天线接收的信号经过下变频可表示为

$$r_l(t) = \xi e^{j\Delta \hat{\psi}_l} \sum_{k=1}^K s(t - \tau_{11} - \delta \tau_l^r - \delta \tau_k^t) e^{j\Delta \hat{\psi}_k} + w_l(t) \quad (16)$$

$$P_{so} = |\xi|^2 \left\{ \begin{aligned} &1 + (K-1)G_2(x) + (L-1)G_2(y) + (K-1)(L-1)G_2(z) + \mu^2 \nu^2 (L-1)(L-2)(K-1)(K-2) |G_1(z)|^2 + \\ &\mu^2 (K-1)(K-2) \left[ |G_1(x)|^2 + (L-1)F_4(x, y) \right] + \nu^2 (L-1)(L-2) \left[ |G_1(y)|^2 + (K-1)F_4(x, y) \right] + \\ &2\mu(K-1) \left[ G_1(x) + (L-1)F_3(x, y) \right] + 2\nu(L-1) \left[ G_1(y) + (K-1)F_3(x, y) \right] + \\ &2\mu\nu(L-1)(K-1) \left\{ \left[ G_1(z) + G_1(x)G_1(y) \right] + G_1(z) \left[ \mu(K-2)G_1(x) + \nu(L-2)G_1(y) \right] \right\} \end{aligned} \right\} \triangleq |\xi|^2 P \quad (20)$$

式(20)中  $\mu$ 、 $\nu$ 、 $x$ 、 $y$ 、 $z$ 、 $G_i(x)$ 、 $G_i(y)$ 、 $G_i(z)$ 和  $F_j(x, y)$  ( $i=1, 2$ ， $j=1, \dots, 4$ )的定义参见附录B。需要指出的是， $G_i(0)=1$ ， $F_j(0, 0)=1$ ， $G_i(\infty)=0$ ， $F_j(\infty, \infty)=0$ 。

全相参模式下输出信噪比为  $SNR_{adjusted} = P_{so} / (L\sigma_w^2)$ ，从而oSNRg为

$$SNR_{gain} = SNR_{adjusted} / SNR_{in} = P/L \quad (21)$$

式(16)中， $\delta \tau_k^t = \Delta \tau_k^t - \Delta \hat{\tau}_k^t$ ， $\delta \psi_k^t = \Delta \psi_k^t - \Delta \hat{\psi}_k^t$ ； $\delta \tau_l^r = \Delta \tau_l^r - \Delta \hat{\tau}_l^r$ ， $\delta \psi_l^r = \Delta \psi_l^r - \Delta \hat{\psi}_l^r$ 。L个天线接收信号之和为

$$r(t) = \xi \sum_{l=1}^L \sum_{k=1}^K \left\{ e^{j\Delta \hat{\psi}_l + j\Delta \hat{\psi}_k} s(t - \tau_{11} - \delta \tau_l^r - \delta \tau_k^t) \right\} + \sum_{l=1}^L w_l(t) \quad (17)$$

假设各相干参数估计误差服从独立高斯分布： $\delta \tau_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta \tau^r}^2)$ ， $\delta \tau_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta \tau^t}^2)$ ， $\delta \psi_l^r \sim N(0, \sigma_{\Delta \psi^r}^2)$ ， $\delta \psi_k^t \sim N(0, \sigma_{\Delta \psi^t}^2)$ ，其中  $\sigma_{\Delta \tau^r}^2$ 、 $\sigma_{\Delta \tau^t}^2$ 、 $\sigma_{\Delta \psi^r}^2$ 和  $\sigma_{\Delta \psi^t}^2$ 的下界分别等于其对应的CRB。

#### 3.2 输出信噪比增益

选择大时宽带宽积的线性调频信号作为发射信号，经过脉冲压缩后可表示为

$$s(t) = \text{sinc}(\pi Bt), |t| \leq T_p \quad (18)$$

其中，信号带宽  $B$ 和有效带宽  $\beta$ 假设满足  $\beta^2 = B^2/12$ ， $T_p$ 为脉冲宽度。由式(17)可知，在  $\tau_{11}$ 时刻的样本信号具有最大平均功率，因此不含噪声的  $r(\tau_{11})$ 的平均功率  $P_{so}$ 可表示为

$$P_{so} = E \left[ |r(\tau_{11})|^2 \right] = |\xi|^2 \sum_{l=1}^L \sum_{l'=1}^L \sum_{k=1}^K \sum_{k'=1}^K \left\{ \begin{aligned} &E \left( e^{j(\Delta \hat{\psi}_l - \Delta \hat{\psi}_{l'}) + j(\Delta \hat{\psi}_k - \Delta \hat{\psi}_{k'})} \right) \\ &E \left[ s(\delta \tau_l^r + \delta \tau_k^t) s(\delta \tau_{l'}^r + \delta \tau_{k'}^t) \right] \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

经过计算（过程参见附录B）， $P_{so}$ 的解析式为

根据式(21)可得以下结论。

1) 当  $\sigma_{\Delta \tau^r}^2 = \sigma_{\Delta \tau^t}^2 = \sigma_{\Delta \psi^r}^2 = \sigma_{\Delta \psi^t}^2 = 0$ 时， $SNR_{gain} = K^2 L$ 。显然，若  $(K+L)$ 一定，则  $K=2L$ 对应的  $SNR_{gain}$ 最大。

2) 当  $\sigma_{\Delta \tau^r}^2 = \sigma_{\Delta \tau^t}^2 = \sigma_{\Delta \psi^r}^2 = \sigma_{\Delta \psi^t}^2 = \infty$ 时，则  $SNR_{gain} = 1/L$ 。这是由于相干参数估计误差过大时，随着  $L$ 的增加，输出信号功率几乎不变，而输出噪

声功率却和  $L$  成正比。

3) 将  $\sigma_{\Delta\tau'}^2$ 、 $\sigma_{\Delta\tau''}^2$ 、 $\sigma_{\Delta\psi'}^2$  和  $\sigma_{\Delta\psi''}^2$  的下界代入式 (21), 即可得到  $\text{oSNRg}$  的上界。若无特别说明, 则下文中“ $\text{oSNRg}$ ”均指其上界。

### 3.3 时延补偿误差对输出信噪比增益的影响

$s(\delta\tau'_2)$  的泰勒展开式可表示为

$$s(\delta\tau'_2) = 1 - \frac{\pi^2}{6}(B\delta\tau'_2)^2 + \frac{\pi^4}{120}(B\delta\tau'_2)^4 - \dots \quad (22)$$

当  $B^2\sigma_{\Delta\tau'}^2$  足够小时,  $E(s(\delta\tau'_2))$  和  $E(|s(\delta\tau'_2)|^2)$

可用低阶泰勒展开式近似表示, 否则基于蒙特卡洛仿真, 利用一元高阶多项式拟合近似表示。具体地,

$$G_1(x) = \begin{cases} 1 - \pi^2/6x + 0.025\pi^4x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon_g \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_1, x), & \varepsilon_g < x \leq \lambda_g \end{cases} \quad (23)$$

$$G_2(x) = \begin{cases} 1 - \pi^2/3x + 0.192\pi^4x^2, & 0 \leq x \leq \varepsilon_g \\ \text{polyval}(\mathbf{P}_2, x), & \varepsilon_g < x \leq \lambda_g \end{cases} \quad (24)$$

式(23)和式(24)中,  $\varepsilon_g$  和  $\lambda_g$  分别为拟合区间的下界和上界, 实验中分别取 0.02 和 35,  $\mathbf{P}_1$  和  $\mathbf{P}_2$  为 20 阶拟合系数向量, 由实验获得。同理,  $G_1(y)$ 、 $G_2(y)$ 、 $G_1(z)$  和  $G_2(z)$  也可以类似表示。

与  $G_i$  不同的是,  $F_j$  是关于  $x$  和  $y$  的二维函数, 且注意到  $F_1$  和  $F_3$ 、 $F_2$  和  $F_4$  是关于  $x=y$  平面对称的, 所以只需求出  $F_1$  和  $F_2$  的表达式即可。当  $x$  和  $y$  均足够小时,  $F_1$  和  $F_2$  可用低阶泰勒展开式近似表示, 否则基于蒙特卡洛仿真, 利用二元高阶多项式分段拟合近似表示。具体如式(25)所示。

$$F_i(x, y) = \begin{cases} \mathbf{A}(x, 2)^\top \mathbf{C}_{i1} \mathbf{A}(y, 2), & 0 < x, y \leq \varepsilon_f \\ \mathbf{A}(x, 10)^\top \mathbf{C}_{i2} \mathbf{A}(y, 10), & \varepsilon_f < x, y \leq \eta_f \\ \mathbf{A}(x, 5)^\top \mathbf{C}_{i3} \mathbf{A}(y, 5), & \eta_f < x, y \leq \lambda_f \\ \mathbf{A}(x, 8)^\top \mathbf{C}_{i4} \mathbf{A}(y, 4), & 0 < x \leq \eta_f, \eta_f < y \leq \lambda_f \\ \mathbf{A}(x, 4)^\top \mathbf{C}_{i5} \mathbf{A}(y, 7), & \eta_f < x \leq \lambda_f, 0 < y \leq \eta_f \\ \mathbf{A}(x, 2)^\top \mathbf{C}_{i6} \mathbf{A}(y, 10), & 0 < x \leq \varepsilon_f, \varepsilon_f < y \leq \eta_f \\ \mathbf{A}(x, 9)^\top \mathbf{C}_{i7} \mathbf{A}(y, 2), & \varepsilon_f < x \leq \eta_f, 0 < y \leq \varepsilon_f \end{cases} \quad (25)$$

式(25)中  $i=1, 2$ ;  $\varepsilon_f$ 、 $\eta_f$  和  $\lambda_f$  分别为拟合区间的下界、分段点和上界, 实验中分别取 0.02、4 和 35;  $\mathbf{A}(x, N) \triangleq [x^0, x^1, \dots, x^N]^\top$ ; 拟合系数矩阵  $\mathbf{C}_{11}$  和  $\mathbf{C}_{21}$  由低阶泰勒展开式获得:  $\mathbf{C}_{11} = [1, -0.14\pi^2, 0;$

$-0.31\pi^2, 0.06\pi^4, 0; 0.11\pi^4, 0, 0;]$ ,  $\mathbf{C}_{21} = [1, -0.33\pi^2, 0.08\pi^4; -0.33\pi^2, 0.12\pi^4, 0; 0.13\pi^4, 0, 0;]$ ; 拟合阶数  $N$  及其余  $\mathbf{C}_{ij}$  ( $j=2, \dots, 7$ ) 均由实验获得。

## 4 仿真实验

**实验 1** TO 与 T/R 模型对比。参数选择:  $f_c = 1 \text{ GHz}$ ,  $B = [0.01, 0.1, 0.5]f_c$ ,  $\text{SNR}_m = -20 \sim 70 \text{ dB}$ ,  $K = 6$ ,  $L = 3$ 。

由图 2 可知, 接收和发射 TO (或 T/R) 相位差估计  $\text{CRB}$  均随着  $\text{SNR}_m$  的增大而减小; 接收和发射 TO (或 T/R) 相位差估计  $\text{CRB}$  分别与  $K$ 、 $L$  成反比, 因此前者较后者的  $\text{CRB}$  更低。由图 3 可知, 以发射相位差为例, 发射 TO 相位差的  $\text{CRB}$  与  $(B/f_c)$  无关, 而发射 T/R 相位差的  $\text{CRB}$  随着  $(B/f_c)$  的减小而增大。接收相位差的情况与发射相位差类似。显然,  $(B/f_c)$  越小, TO 较 T/R 相位差模型优势越明显。

不考虑时延补偿误差的影响, 对比分析 TO 和 T/R 模型的  $\text{oSNRg}$ , 如图 4 所示。由于 TO 模型的收发相位差估计  $\text{CRB}$  与  $(B/f_c)$  无关, 所以其  $\text{oSNRg}$  也与  $(B/f_c)$  无关, 且在  $\text{SNR}_m$  较低 (约 10 dB) 时, 达到理想上界 (约 20.3 dB)。相比于 TO 模型, T/R 模型的  $\text{oSNRg}$  与  $(B/f_c)$  相关: 相同  $\text{SNR}_m$  条件下,  $\text{oSNRg}$  随  $(B/f_c)$  的增大而增大;  $(B/f_c)$  越大, 达到理想上界所需的  $\text{SNR}_m$  越低。显然 TO 模型较 T/R 模型更合理。

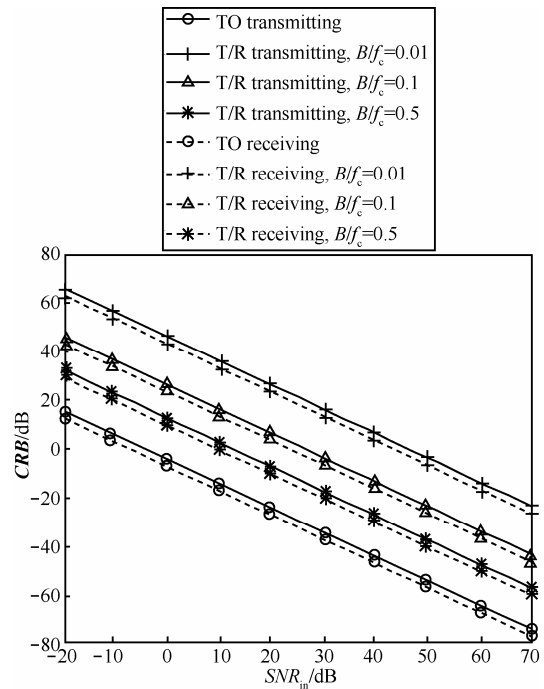


图 2 2 种模型的收发相位差估计  $\text{CRB}$

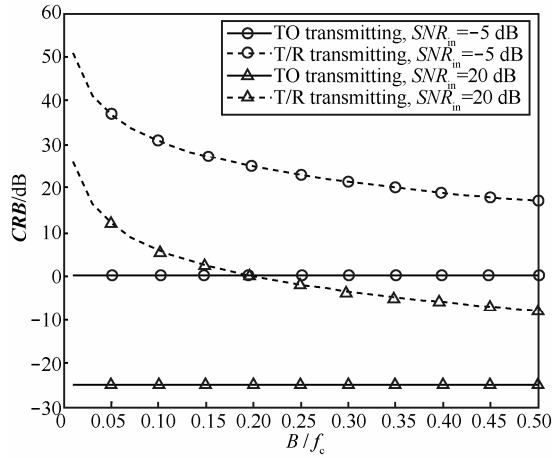


图 3 2 种模型的发射相位差估计 CRB

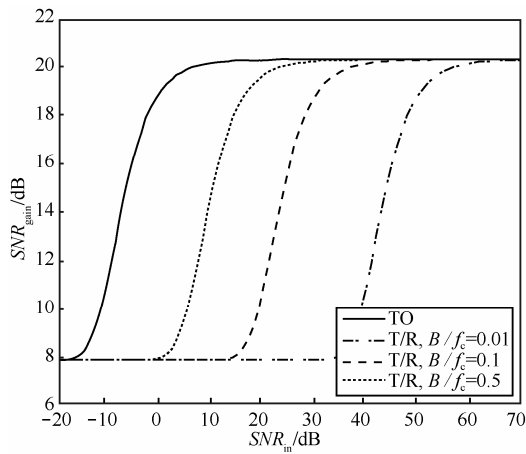


图 4 2 种模型的 oSNRg

**实验 2 TO 模型的 oSNRg。**参数选择： $f_c = 1 \text{ GHz}$ ， $B = 0.1f_c$ ， $SNR_m = -20 \sim 30 \text{ dB}$ 。考虑时延和 TO 相位补偿误差存在时，对发射天线数一定、接收天线数一定和收发天线总数一定 3 种情况进行了仿真，分别如图 5~图 7 所示。

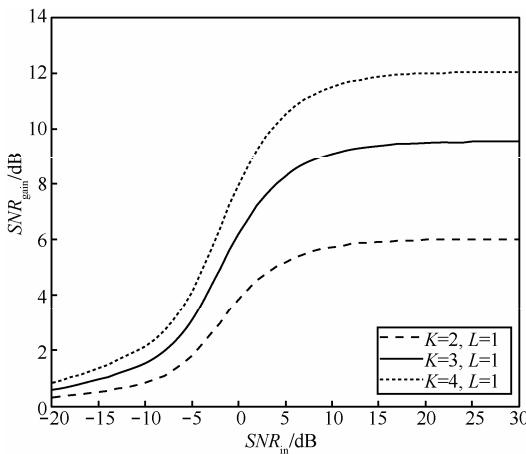


图 5 接收天线数一定

由图 5 可知，在  $L$  一定的时，由于增加  $K$  能够提高相干参数估计精度，而输出噪声功率与  $K$  无关，因此  $oSNR_g$  也随之提高。当  $SNR_m$  趋于无穷小时， $oSNR_g$  趋于  $1/L$ 。

由图 6 可知，以  $L=1$  和  $L=2$  为例，当  $SNR_m > -8 \text{ dB}$  时，后者对应的  $oSNR_g$  更大，反之前者对应的更大。尽管多天线接收能够提高相干参数估计精度，但是引入的噪声功率也与接收天线数成正比。所以从追求高  $oSNR_g$  角度考虑，并非接收天线越多越有利，而是取决于  $SNR_m$  的阈值，且  $L$  越大对应的阈值越低。因此当  $SNR_m$  过低时，选择单一天线接收更合理。

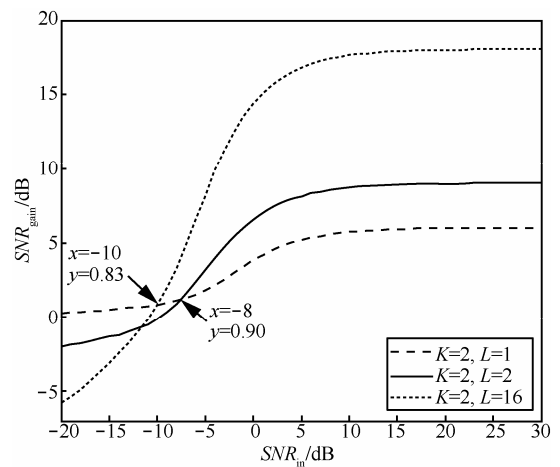


图 6 发射天线数一定

由图 7 可知，在  $(L+K)$  一定时，当  $SNR_m$  较高（约不小于  $-12 \text{ dB}$ ）时， $K = 2L$  对应的  $oSNR_g$  最大；当  $SNR_m$  较低时， $L$  越小（或  $K$  越大），对应的  $oSNR_g$  越大，这是由于  $L$  越小引入的噪声功率越小。

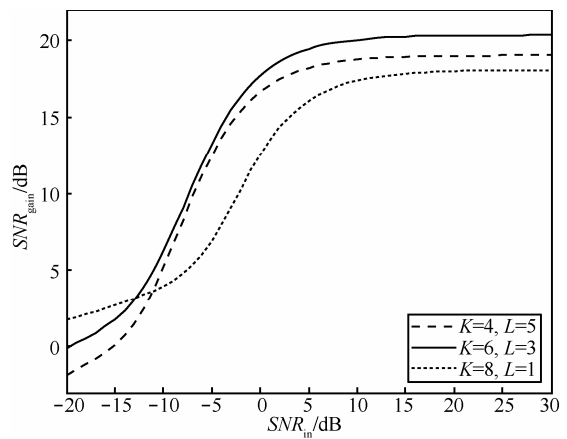


图 7 收发天线总数一定

## 5 结束语

针对一般结构的分布式全相参雷达, 首先推导了收发时延差及“和相位差”估计的 **CRB** 闭式解。然后考虑时延和相位补偿误差同时存在时, 分析了全相参模式下的 **oSNRg**。结论表明, 发射(或接收)时延差估计 **CRB** 与信号有效带宽的平方成反比, 且与接收(或发射)天线数成反比; 发射(或接收)“和相位差”估计 **CRB** 与载频及有效带宽均无关, 且与接收(或发射)天线数成反比; 增加发射天线数能够提高 **oSNRg**; 而增加接收天线数能否提高 **oSNRg** 取决于输入信噪比阈值; 在收发天线总数一定时, 为了获得高 **oSNRg**, 当输入信噪比较高时, 选择发射天线数等于接收天线数的 2 倍, 否则选择单一天线接收。

## 附录 A 费歇尔信息矩阵 $J(\mathbf{A}_1)$ 的计算

本节给出  $J(\mathbf{A}_1)$  的计算过程。将  $\partial \ln p(\tilde{r}; \mathbf{A}_1)$  记作  $\partial \#$ ,

$$\tilde{U} = \tilde{r}_i(t) - \xi \sum_{k=1}^K s_k(t - \tau_{ik}) e^{j\Delta\psi_k' + j\Delta\psi_i'}$$

$$\frac{\partial \#}{\partial \tau_{ik}} = \frac{2}{\sigma_w^2} \operatorname{Re} \left[ \xi \int_{\mathcal{T}} \frac{\partial \left( \sum_{k'=1}^K s_{k'}(t - \tau_{ik'}) e^{j\Delta\psi_{k'}' + j\Delta\psi_i'} \right)}{\partial \tau_{ik}} \tilde{U}^* dt \right] \quad (\text{A1})$$

$$\frac{\partial \#}{\partial \Delta\psi_k'} = \frac{2}{\sigma_w^2} \operatorname{Re} \left[ \xi \sum_{l=1}^L \int_{\mathcal{T}} \frac{\partial \sum_{k'=1}^K s_{k'}(t - \tau_{ik'}) e^{j\Delta\psi_{k'}' + j\Delta\psi_i'} }{\partial \Delta\psi_k'} \tilde{U}^* dt \right] \quad (\text{A2})$$

$$\frac{\partial \#}{\partial \Delta\psi_i'} = \frac{2}{\sigma_w^2} \operatorname{Re} \left[ \xi \int_{\mathcal{T}} \frac{\partial \sum_{k'=1}^K s_{k'}(t - \tau_{ik'}) e^{j\Delta\psi_{k'}' + j\Delta\psi_i'} }{\partial \Delta\psi_i'} \tilde{U}^* dt \right] \quad (\text{A3})$$

$$\frac{\partial \#}{\partial \xi^R} = \frac{2}{\sigma_w^2} \operatorname{Re} \left[ \sum_{l=1}^L \int_{\mathcal{T}} \left( \sum_{k'=1}^K s_{k'}(t - \tau_{ik'}) e^{j\Delta\psi_{k'}' + j\Delta\psi_i'} \right) \tilde{U}^* dt \right] \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\partial \#}{\partial \xi^I} = \frac{2}{\sigma_w^2} \operatorname{Re} \left[ j \sum_{l=1}^L \int_{\mathcal{T}} \left( \sum_{k'=1}^K s_{k'}(t - \tau_{ik'}) e^{j\Delta\psi_{k'}' + j\Delta\psi_i'} \right) \tilde{U}^* dt \right] \quad (\text{A5})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \tau_{ik} \partial \tau_{l'k'}} \right) = \frac{-|\xi|^2}{\sigma_w^2} 8\pi^2 \beta^2 \delta(l-l') \delta(k-k') \quad (\text{A6})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_k' \partial \Delta\psi_{k'}'} \right) = \frac{-|\xi|^2}{\sigma_w^2} 2L \delta(k-k') \quad (\text{A7})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_i' \partial \Delta\psi_{i'}'} \right) = \frac{-|\xi|^2}{\sigma_w^2} 2K \delta(l-l') \quad (\text{A8})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \xi^R \partial \xi^R} \right) = E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \xi^I \partial \xi^I} \right) = \frac{-2}{\sigma_w^2} LK \quad (\text{A9})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \tau_{ik} \partial \Delta\psi_{k'}'} \right) = E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \tau_{ik} \partial \Delta\psi_{i'}'} \right) = E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \tau_{ik} \partial \xi^R} \right) = E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \tau_{ik} \partial \xi^I} \right) = 0 \quad (\text{A10})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_k' \partial \Delta\psi_{i'}'} \right) = \frac{-2|\xi|^2}{\sigma_w^2} \quad (\text{A11})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_{i'}' \partial \xi^R} \right) = \frac{2}{\sigma_w^2} L \xi^I \quad (\text{A12})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_{i'}' \partial \xi^I} \right) = \frac{-2}{\sigma_w^2} L \xi^R \quad (\text{A13})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_{i'}' \partial \xi^R} \right) = \frac{2}{\sigma_w^2} K \xi^I \quad (\text{A14})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \Delta\psi_{i'}' \partial \xi^I} \right) = \frac{-2}{\sigma_w^2} K \xi^R \quad (\text{A15})$$

$$E \left( \frac{\partial^2 \#}{\partial \xi^R \partial \xi^I} \right) = 0 \quad (\text{A16})$$

从而根据式(A7)~式(A16)整理可得式(5)。

## 附录 B 峰值平均功率 $P_{so}$ 的计算

本节给出式  $P_{so}$  的计算过程。首先给出需要用到的等式:

$E(e^{s+j\zeta}) = e^{-1/2\sigma_\zeta^2}$ ,  $\zeta \sim N(0, \sigma_\zeta^2)$ 。为了便于表示, 定义  $\mu = e^{-1/2\sigma_{\Delta\tau'}^2}$ ,  $\nu = e^{-1/2\sigma_{\Delta\tau''}^2}$ ;  $x = B^2 \sigma_{\Delta\tau'}^2$ ,  $y = B^2 \sigma_{\Delta\tau''}^2$ ,  $z = x + y$ ;  $G_1(x) = E(s(\delta\tau_2'))$ ,  $G_1(y) = E(s(\delta\tau_2''))$ ,  $G_1(z) = E(s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2''))$ ;  $G_2(x) = E(|s(\delta\tau_2')|^2)$ ,  $G_2(y) = E(|s(\delta\tau_2'')|^2)$ ,  $G_2(z) = E(|s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2'')|^2)$ ;  $F_1(x, y) = E(s(\delta\tau_2')s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2''))$ ,  $F_3(x, y) = E(s(\delta\tau_2'')s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2''))$ ,  $F_2(x, y) = E(s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2'')s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2''))$ ,  $F_4(x, y) = E(s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2'')s(\delta\tau_2' + \delta\tau_2''))$ 。然后将  $l', l = 1, \dots, L$  和  $k', k = 1, \dots, K$  分别分成 4 种情况:

$$\begin{cases} l = l' \\ l = 1, l' = 2, \dots, L \\ l' = 1, l = 2, \dots, L \\ l', l = 2, \dots, L, \text{且 } l' \neq l \end{cases} \quad \begin{cases} k = k' \\ k = 1, k' = 2, \dots, K \\ k' = 1, k = 2, \dots, K \\ k', k = 2, \dots, K, \text{且 } k' \neq k \end{cases}$$

对式(19)进行分步运算,

1) 当  $l = l'$ ,  $k = k'$  时,

$$P_{11}/|\xi|^2 = \left\{ 1 + \sum_{k=2}^K E(|s(\delta\tau_k')|^2) + \sum_{l=2}^L E(|s(\delta\tau_l')|^2) + \sum_{l=2}^L \sum_{k=2}^K E(|s(\delta\tau_l' + \delta\tau_k')|^2) \right\} = 1 + \left\{ (K-1)G_2(x) + (L-1)G_2(y) + (L-1)(K-1)G_2(z) \right\} \quad (\text{B1})$$

2) 当  $l=l'$ ,  $k=1$ ,  $k'=2, \dots, K$  时,

$$P_{12}/|\xi|^2 = e^{\frac{1}{2}\sigma_{\Delta v}^2} \left\{ \sum_{k'=2}^K E[s(\delta\tau_{k'})] + \sum_{l=2}^L \sum_{k'=2}^K E[s(\delta\tau_l')s(\delta\tau_l' + \delta\tau_{k'})] \right\} \\ = \mu(K-1)[G_1(x) + (L-1)F_3(x, y)] \quad (B2)$$

3) 当  $l=l'$ ,  $k', k=2, \dots, K$ , 且  $k' \neq k$  时,

$$P_{14}/|\xi|^2 = e^{-\sigma_{\Delta v}^2} \left\{ \sum_{k=2}^K \sum_{k'=2, k' \neq k}^K E[s(\delta\tau_k')s(\delta\tau_{k'})] + \sum_{l=2}^L \sum_{k=2}^K \sum_{k'=2, k' \neq k}^K E[s(\delta\tau_l' + \delta\tau_k')s(\delta\tau_l' + \delta\tau_{k'})] \right\} \\ = \mu^2(K-1)(K-2)[G_1(x)]^2 + (L-1)F_4(x, y) \quad (B3)$$

4) 当  $l=1$ ,  $l'=2, \dots, L$ ,  $k=k'$  时,

$$P_{21}/|\xi|^2 = e^{-\frac{1}{2}\sigma_{\Delta v}^2} \left\{ \sum_{l'=2}^L E[s(\delta\tau_{l'})] + \sum_{l'=2}^L \sum_{k=2}^K E[s(\delta\tau_{l'})s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_k')] \right\} \\ = \nu(L-1)[G_1(y) + (K-1)F_1(x, y)] \quad (B4)$$

5) 当  $l=1$ ,  $l'=2, \dots, L$ ,  $k=1$ ,  $k'=2, \dots, K$  时,

$$P_{22}/|\xi|^2 = e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{\Delta v}^2 + \sigma_{\Delta v'}^2)} \sum_{l'=2}^L \sum_{k=2}^K E[s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_{k'})] \\ = \mu\nu(L-1)(K-1)G_1(z) \quad (B5)$$

6) 当  $l=1$ ,  $l'=2, \dots, L$ ;  $k'=1$ ,  $k=2, \dots, K$  时,

$$P_{23}/|\xi|^2 = e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{\Delta v}^2 + \sigma_{\Delta v'}^2)} \sum_{l'=2}^L \sum_{k=2}^K E[s(\delta\tau_{l'})s(\delta\tau_k')] \\ = \mu\nu(L-1)(K-1)G_1(x)G_1(y) \quad (B6)$$

7) 当  $l=1$ ,  $l'=2, \dots, L$ ,  $k', k=2, \dots, K$ , 且  $k' \neq k$  时,

$$P_{24}/|\xi|^2 = e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{\Delta v}^2 + 2\sigma_{\Delta v'}^2)} \sum_{l'=2}^L \sum_{k=2}^K \sum_{k'=2, k' \neq k}^K E \left[ \begin{array}{c} s(\delta\tau_k') \\ s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_{k'}) \end{array} \right] \\ = \mu^2\nu(L-1)(K-1)(K-2)G_1(x)G_1(z) \quad (B7)$$

8) 当  $l, l'=2, \dots, L$ , 且  $l' \neq l$ ,  $k'=k$  时,

$$P_{41}/|\xi|^2 = e^{-\sigma_{\Delta v}^2} \left\{ \sum_{l=2}^L \sum_{l'=2, l' \neq l}^L E[s(\delta\tau_l')s(\delta\tau_{l'})] + \sum_{l=2}^L \sum_{l'=2, l' \neq l}^L \sum_{k=2}^K E[s(\delta\tau_l' + \delta\tau_k')s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_k')] \right\} \\ = \nu^2(L-1)(L-2) \left[ G_1(y) \right]^2 + (K-1)F_2(x, y) \quad (B8)$$

9) 当  $l, l'=2, \dots, L$ , 且  $l' \neq l$ ,  $k=1$ ,  $k'=2, \dots, K$  时,

$$P_{42}/|\xi|^2 = e^{-\frac{1}{2}(2\sigma_{\Delta v}^2 + \sigma_{\Delta v'}^2)} \sum_{l=2}^L \sum_{l'=2, l' \neq l}^L \sum_{k=2}^K E \left[ \begin{array}{c} s(\delta\tau_l') \\ s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_k') \end{array} \right] \\ = \mu\nu^2(L-1)(L-2)(K-1)G_1(y)G_1(z) \quad (B9)$$

10) 当  $l', l=2, \dots, L$ , 且  $l' \neq l$ ,  $k', k=2, \dots, K$ , 且  $k' \neq k$  时,

$$P_{44}/|\xi|^2 = \left\{ e^{-\frac{1}{2}(\sigma_{\Delta v}^2 + \sigma_{\Delta v'}^2)} \sum_{l=2}^L \sum_{l'=2, l' \neq l}^L \sum_{k=2}^K \sum_{k'=2, k' \neq k}^K E \left[ \begin{array}{c} s(\delta\tau_l' + \delta\tau_k') \\ s(\delta\tau_{l'} + \delta\tau_{k'}) \end{array} \right] \right\} \\ = \mu^2\nu^2(L-1)(L-2)(K-1)(K-2)[G_1(z)]^2 \quad (B10)$$

同理, 经过计算,  $P_{13} = P_{12}$ ,  $P_{31} = P_{21}$ ,  $P_{33} = P_{22}$ ,  $P_{32} = P_{23}$ ,  $P_{34} = P_{24}$ ,  $P_{43} = P_{42}$ 。因此,  $P_{so} = P_{11} + P_{12} + \dots + P_{44}$ , 整理后即如式(20)所示。

## 参考文献:

- [1] AHLGREN G W. Next Generation Radar Concept Definition Team Final Report[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2003.
- [2] CUOMO K M, COUTTS S D, MCHARG J C, *et al.* Wideband Aperture Coherence Processing for Next Generation Radar (NexGen)[R]. MIT Lincoln Laboratory, 2004. 11-16.
- [3] COUTTS S D, CUOMO K M, MCHARG J C, *et al.* Distributed coherent aperture measurements for next generation BMD radar[A]. Fourth IEEE Workshop on Sensor Array and Multichannel Processing[C]. Waltham, MA, USA, 2006. 390-393.
- [4] BROOKNER E. Phased-array and radar astounding breakthroughs-an update[A]. IEEE Radar Conference[C]. 2008. 1-6.
- [5] FLETCHER A, ROBEY F. Performance bounds for adaptive coherence of sparse array radar[A]. The 11th Conference Adaptive Sensors Array Processing[C]. MIT Lincoln Laboratory, Lexington, MA, USA, 2003. 290-293.
- [6] 曾涛, 殷丕磊, 杨小鹏等. 分布式全相雷达系统时间与相位同步方案研究[J]. 雷达学报, 2013, 2(1): 105-110.  
ZENG T, YIN P L, YANG X P, *et al.* Time and phase synchronization for distributed aperture coherent radar[J]. Journal of Radars, 2013, 2(1): 105-110.
- [7] 殷丕磊, 杨小鹏, 曾涛. 分布式全相雷达的相位差跟踪技术[J]. 信号处理, 2013, 29(3): 313-318.  
YIN P L, YANG X P, ZENG T. Tracking technology of phase difference for distributed aperture radar [J]. Journal of Signal Processing, 2013, 29(3): 313-318.
- [8] HONG W G, ZHE C, SHU L W, *et al.* Study on distributed aperture coherence synthesizing radar with several experiment results[A]. IEEE Radar Conference[C]. 2011. 84-86.
- [9] SUN P L, TANG J, HE Q, *et al.* Cramer-rao bound of parameters estimation and coherence performance for next generation radar[J]. IET Radar Sonar Navigation, 2013, 7(5): 553-567.
- [10] TANG X W, TANG J, HE Q, *et al.* Cramer-rao bounds and coherence performance analysis for next generation radar with pulse trains[J].

- Sensor, 2013, 13(1): 5347-5367.
- [11] HE Q, BLUM R S, GODRICH H, *et al.* Target velocity estimation and antenna placement for MIMO radar with widely separated antennas[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2010, 4(1): 79-100.
- [12] HE Q, BLUM R S, HAIMOVICH A M. Noncoherent MIMO radar for location and velocity estimation: more antennas means better performance[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2010, 58(7): 3661-3680.
- [13] WEI C M, HE Q, BLUM R S. Cramer-rao bound for joint location and velocity estimation in multi-target non-coherent MIMO radars[A]. Proceedings of 44th Conference on Information Science Systems[C]. Princeton, NJ, USA, 2010. 1-6.
- [14] HE Q, BLUM R S. Cramer-rao bound for MIMO radar target localization with phase errors[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2010, 17(1): 83-86.
- [15] GODRICH H, HAIMOVICH A M. Localization performance of coherent MIMO radar systems subject to phase synchronization errors[A]. Proceeding of Fourth ISCCSP[C]. Limassol, Cyprus, 2010. 1-5.
- [16] YANG Z, WU Z, YIN Z, *et al.* Hybrid radar emitter recognition based on rough  $k$ -means classifier and relevance vector machine[J]. Sensors, 2013, 13(1): 848-864.
- [17] KAY S M. Fundamentals of Statistical Signal Processing Volume I: Estimation Theory[M]. NJ: Prentice Hall, Upper Saddle River, 1993.
- [18] ZHANG X D. Matrix Analysis and Applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004.

#### 作者简介:



宋靖 (1986-), 男, 安徽巢湖人, 电子工程学院博士生, 主要研究方向为 MIMO 雷达信号处理及分布式雷达信号处理。

张剑云 (1963-), 男, 浙江龙泉人, 博士, 电子工程学院教授、博士生导师, 主要研究方向为雷达及目标环境模拟、雷达信号处理、高速信号处理。



张文刚 (1987-), 男, 陕西西安人, 硕士, 电子工程学院讲师, 主要研究方向为阵列信号处理。