

MIMO 认知无线网络中的联合收发波束形成算法研究

郭艳, 朱方军, 李宁, 原晓云

(解放军理工大学 通信工程学院, 江苏 南京 210007)

摘要: 利用半正定规划和最小均方误差准则, 提出了一种最小化发射功率的 MIMO 认知波束形成算法, 与已有对偶算法相比, 降低了发射功率, 提高了系统性能。此外, 还提出了 SINR 均衡的波束形成算法, 解决了 MIMO 认知网络中认知用户的均衡通信问题。数值仿真结果表明, 新算法在避免对主用户造成干扰的同时, 能保证每一个用户的通信质量, 均衡 SINR 水平得到了大幅提升。

关键词: 多输入多输出; 认知无线电; 联合收发波束形成; 半正定规划

中图分类号: TP393

文献标识码: A

Joint transceiver beamforming in MIMO cognitive radio network

GUO Yan, ZHU Fang-jun, LI Ning, YUAN Xiao-yun

(College of Communications Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China)

Abstract: An iterative SDP-MMSE algorithm based on semidefinite programs (SDP) and minimum mean squared error (MMSE) was introduced to minimize the total transmit power. And a further approach on the max-min fairness beamforming was presented. Simulation results demonstrate that proposed algorithms have superior performance in terms of total transmitted power and signal-to-interference plus noise ratio (SINR) as compared to the existing ones.

Key words: MIMO; cognitive radio; transceiver beamforming; semidefinite programming (SDP)

1 引言

随着无线通信业务需求的快速增长, 可用的频谱资源已变得越来越稀缺, 基本上所有可用的频谱资源已被授权给特定的用户群。然而, 美国联邦通信委员会(FCC)对无线频谱的使用效率进行了大量的实测后发现在任意一个给定时刻, 人们使用的频谱资源只占所有可用频谱资源的 2%到 6%^[1]。因此, 导致无线频谱资源“匮乏”的原因并不是频谱资源本身的稀缺, 而是频谱利用率太低。因此无线网络面临着频谱资源的相对“短缺”与“浪费”的严重问题。产生这些问题的根源在于集中静态网络难以适应环境动态变化的矛盾。解决这些问题的有效方法之一是认知无线电技术^[2-4](CR, cognitive radio)。认知无线电是一种新的智能无线通信技术, 它的出现改变了频谱资源由授权用户(主用户, PU)独享频

谱的使用方式, 使拥有认知无线电功能的非授权用户(认知用户, SU)通过对它所工作的无线通信环境进行交互感知而自动地改变自身的发送和接收参数, 在不对主用户造成干扰的情况下动态地重复使用授权频谱资源, 从而显著地提高频谱利用率。在避免或消除对主用户干扰的同时, 保障次用户的正常通信, 一个有效的办法是采用波束形成技术进行干扰控制, 它很好地解决了主用户与认知用户的共存问题^[5,6]。这是由于波束形成技术是一种空域干扰抑制技术^[7], 它可以根据环境的变化自适应地调整天线阵列的方向图, 将主波束对准期望信号, 零陷或低副瓣对准干扰信号, 具有抑制干扰, 提高信号传输质量和增加频谱利用率的特点。通过在发射端和接收端选择最优的波束形成加权向量, 可以在抑制对主用户干扰的同时优化次用户的通信质量, 保障认知用户与主用户在同一频带下正常通信。

收稿日期: 2013-11-11; 修回日期: 2014-02-18

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61072044, 61371124, 61201217, 61103224)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (61072044, 61371124, 61201217, 61103224)

近年来,随着认知无线电技术研究的不断深入,针对认知环境下波束形成算法的研究不断涌现。文献[8~11]研究了下行链路中波束形成(downlink beamforming)在不同目标函数与约束条件下优化问题的标准形式与解决办法。这些方法基本上可概括为2类:一类是基于凸优化的波束形成算法;另一类是通过迭代算法得到最优权向量。文献[12~15]研究了多点传输中的波束形成(multicast beamforming)问题,此类问题一般可转化为二次约束二次规划(QCQP, quadratically constrained quadratic programming)问题,是非凸的,通过对 QCQP 问题进行相应的变换和约束条件松弛,形成一个半正定规划(SDP, semidefinite programming)问题,利用内点法得到最优解。文献[8~15]研究的场景都是在发射端配置多天线,接收端为单天线,如果在发射端和接收端同时配置多天线,必然可以进一步提高系统性能。文献[16~18]研究了 MIMO 网络中的波束形成问题,它利用上行-下行链路中信号干扰比(SINR)的对偶特性,将一个非凸的优化问题分化为几个凸的优化问题,进而加以解决,但此方法仅适用于最小化发射功率的优化问题。

本文对 MIMO 认知无线电环境中,不同优化目标下的波束形成算法进行了研究,考虑了2类优化问题。1) 在满足认知用户的通信质量要求和对主用户的干扰小于门限值的条件下,最小化总的发射功率。本文利用半正定规划和最小均方误差准则,提出了一种最小化发射功率的 MIMO 认知波束形成算法,与已有对偶算法相比,降低了发射功率,提高了系统性能。2) 在满足对主用户的干扰小于门限值和限定总发射功率条件下,最大化最小认知用户 SINR。众所周知,在 MIMO 认知网络中,存在多个认知用户,要保证每一个用户都能有公平的机会进行正常通信,此时认知网络的均衡性也是一个重要问题。然而笔者查阅了许多国内外文献资料,研究 MIMO 认知网络中均衡性问题的文章尚未见报道,因此提出了一种 SINR 均衡的波束形成算法,以保证每一个用户都能有公平的机会进行正常通信。本文研究的场景是在发射端和接收端均配置多天线,需同时求出收发两端的加权向量,这是要解决的一个瓶颈问题。为此,首先固定接收端加权向量,并对其赋予初值,这样原问题就转变为下行链路波束形成优化问题,再利用半正定规划和内点法即可得到发射端的权向量;然后固定发射端的权向

量,利用最小均方误差准则进一步求出接收端的权向量。经过不断循环迭代,直至目标函数收敛,最终得到最优波束形成的权向量。仿真结果表明,本文所提出的算法性能较好,可以有效地解决 MIMO 认知无线网络中的波束形成问题。

文中,黑体大写、黑体小写和正常小写字母分别表示矩阵、行向量和标量; $(\cdot)^H$ 表示对矩阵或向量进行共轭转置; $E\{\cdot\}$ 表示取期望; $\text{rank}(\cdot)$ 和 $\text{Tr}(\cdot)$ 分别表示矩阵的秩和矩阵的迹; $\|\cdot\|$ 表示向量的 Euclidian 范数; $\epsilon_{\max}(A)$ 表示矩阵 A 最大特征值对应的特征向量; I 表示单位矩阵。

2 系统模型

考虑一个多用户认知 MIMO 通信系统,认知用户与主用户在同一频谱下通信,认知用户采用基于干扰温度的 underlay 接入方式。在这里,干扰温度的概念^[19]和噪声温度类似,它定义在无线设备的接收射频前端,用来度量在某一地理位置某一频带内接收机所接收到的干扰大小。其数学表达式为 $T_i = I(f_c, B)/(kB)$ 。其中, $I(f_c, B)$ 表示在中心频率为 f_c , 带宽为 B 频带内接收机所接收到的平均干扰功率, $k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J/K}$ 为波尔兹曼常数。

如图1所示,系统中包含一个主网络和一个认知网络,认知网络中包含1个发射基站和 K 个 SU, 基站配置 N_s 根天线,第 k 个用户配置 M_k 根天线。主网络包含1个配置 N_p 根天线的发射基站和1个配置 M_p 根天线的 PU。从认知基站发出的信号 $\mathbf{x}_s \in C^{K \times 1}$ 为

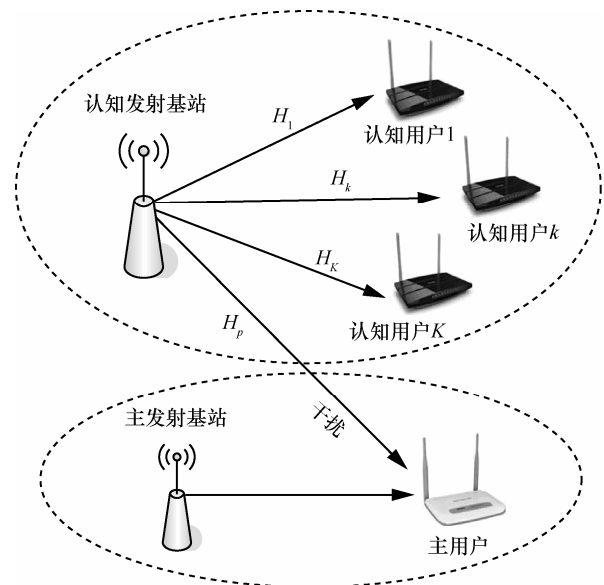


图1 系统模型

$$\mathbf{x}_s = \mathbf{T}_s \mathbf{s} \quad (1)$$

这里, $\mathbf{s} = [s_1 \cdots s_k \cdots s_K]$, 其中 $s_k (\mathbb{E}\{|s_k|^2\} = 1)$ 表示向第 k 个 SU 发送的信号, $\mathbf{T}_s = [\mathbf{t}_1 \cdots \mathbf{t}_k \cdots \mathbf{t}_K]$, \mathbf{t}_k 表示第 k 个 SU 在发射端的加权向量。那么, 第 k 个 SU 接收到的信号为

$$y_k = \mathbf{r}_k^H (\mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{n}_k) \quad (2)$$

其中, $\mathbf{r}_k \in C^{M_k \times 1}$ 为归一化的接收端加权向量, 即 $\|\mathbf{r}_k\|_F^2 = 1$, $\mathbf{H}_k \in C^{M_k \times N_s}$ 表示认知发射基站与第 k 个 SU 之间的信道, $\mathbf{n}_k : CN(0, \sigma_n^2 \mathbf{I})$ 表示方差为 σ_n^2 的加性圆对称高斯白噪声。本文中主用户对认知用户的干扰忽略不计^[20]。那么第 k 个 SU 的 SINR 为

$$\begin{aligned} \text{SINR}_k &= \frac{\mathbb{E}\left\{|\mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k s_k|^2\right\}}{\mathbb{E}\left\{\sum_{j=1, j \neq k}^K |\mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j s_j|^2 + |\mathbf{r}_k^H \mathbf{n}_k|^2\right\}} \\ &= \frac{|\mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k|^2}{\sum_{j=1, j \neq k}^K |\mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j|^2 + \sigma_k^2} \end{aligned} \quad (3)$$

同时, 从认知基站发送给 SU 的信号, 会对 PU 造成干扰, PU 受到的干扰表示为

$$\text{INT} = \mathbb{E}\left\{\sum_{k=1}^K |\mathbf{r}_p^H \mathbf{H}_p \mathbf{t}_k s_k|^2\right\} = \sum_{k=1}^K |\mathbf{r}_p^H \mathbf{H}_p \mathbf{t}_k|^2 \quad (4)$$

其中, $\mathbf{H}_p \in C^{M_p \times N_s}$ 为认知基站与 PU 之间的信道, $\mathbf{r}_p \in C^{M_p \times 1} (\|\mathbf{r}_p\|_F^2 = 1)$ 为 PU 接收端的加权向量。这里, 由于主网络通常与认知网络之间没有合作, 主用户的接收加权向量仅由主网络信道决定。此外, 假定 PU 的接收权向量 \mathbf{r}_p , 认知基站与 PU 之间的信道 \mathbf{H}_p 和 PU 的干扰温度这些信息都是已知的。在这一系统模型下, 研究了最小化发射功率和 SINR 均衡两类优化问题。

3 最小化发射功率波束形成算法

本节的优化目标是 minimized 发射功率, 同时确保 SU 的通信质量达到给定的标准, 对 PU 的干扰要小于给定的门限值。此时, 该问题可以描述为

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{t}_k} & \sum_{k=1}^K \|\mathbf{t}_k\|_F^2 \\ \text{s.t.} & \sum_{k=1}^K |\mathbf{r}_p^H \mathbf{H}_p \mathbf{t}_k|^2 \leq \beta, \quad k=1, \dots, K \\ & \frac{|\mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k|^2}{\sum_{j=1, j \neq k}^K |\mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j|^2 + \sigma_k^2} \geq \alpha_k \end{aligned} \quad (5)$$

其中, α_k 表示第 k 个 SU 需要满足的最小 SINR, β 为主用户能容忍的最大干扰门限。在式(5)中的第一个限制条件表示认知网络对主用户造成的干扰必须小于 β , 第 2 个限制条件表示是每一个 SU 都要达到其最小的 SINR 需求。

从式(5)可以看出, 所需优化的问题中存在两组变量, 同时求解非常困难, 本文采用分布式求解^[21-23]的方法, 先固定一组变量来求得另一组未知变量的值, 进而利用所得到的值求出前一组变量的值, 如此交替迭代, 直至得到最优解。在这里, 首先固定接收端加权向量 \mathbf{r}_k , 对其赋予一组初值, 这样问题(5)就转变为一个下行链路的 MISO 波束形成优化问题。

根据 $\mathbf{a}^H \mathbf{b} = \text{Tr}(\mathbf{b} \mathbf{a}^H)$, $\mathbf{a}^H \mathbf{b} \mathbf{b}^H \mathbf{a} = \text{Tr}(\mathbf{b} \mathbf{b}^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H)$ 和 $\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{B}) = \text{Tr}(\mathbf{B} \mathbf{A})$, 式(5)可以转化为

$$\begin{aligned} \min & \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{T}_k) \\ \text{s.t.} & \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_k) - \alpha_k \sum_{j \neq k} \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_j) \geq \alpha_k \sigma_k^2 \\ & \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{R}_p \mathbf{T}_k) \leq \beta, \\ & \mathbf{T}_k \succeq 0, \text{rank}(\mathbf{T}_k) = 1, k=1, \dots, K \end{aligned} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{T}_k = \mathbf{t}_k \mathbf{t}_k^H$, $\mathbf{R}_k = \mathbf{H}_k^H \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^H \mathbf{H}_k$, $\mathbf{R}_p = \mathbf{H}_p^H \mathbf{r}_p \mathbf{r}_p^H \mathbf{H}_p$, $\mathbf{A} \succeq 0$ 表示矩阵 \mathbf{A} 为一个半正定矩阵。而在式(6)中, 除了约束条件 $\text{rank}(\mathbf{T}_k) = 1$ 之外, 目标函数和其余约束条件都是关于 \mathbf{T}_k 的线性表达式, 均为凸函数。因此, 对约束条件进行松弛处理, 去掉其中的非凸约束条件 $\text{rank}(\mathbf{T}_k) = 1$ (同时也会增加问题可行解的范围), 得到表达式

$$\begin{aligned} \min & \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{T}_k) \\ \text{s.t.} & \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_k) - \alpha_k \sum_{j \neq k} \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_j) \geq \alpha_k \sigma_k^2 \\ & \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{R}_p \mathbf{T}_k) \leq \beta \\ & \mathbf{T}_k \succeq 0, k=1, \dots, K \end{aligned} \quad (7)$$

上式为一个凸问题, 更精确地说, 是一个半正定规划问题^[24], 利用基于 Matlab 的 CVX^[25] (凸线性规划系统)工具箱, 这类优化问题可得到解决。

结论 1 由上可知, 式(7)与式(6)相比, 仅缺少 $\text{rank}(\mathbf{T}_k) = 1$ 这一约束条件, 如果式(7)的解 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 秩为 1, 那么优化问题(7)和优化问题(6)同解, 更进一步, 当 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) = 1$, $\hat{\mathbf{T}}_k = \hat{\mathbf{t}}_k \hat{\mathbf{t}}_k^H$ 时, $\hat{\mathbf{t}}_k$ 即为式(5)中的最优解。

因此, 利用 CVX 对式(7)进行求解, 并验证其解 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 的秩。根据结论 1, 当 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) = 1$, $\hat{\mathbf{T}}_k = \hat{\mathbf{t}}_k \hat{\mathbf{t}}_k^H$ 时, $\hat{\mathbf{t}}_k$ 即为问题(5)的最优解。

而当 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) > 1$ 时, $\hat{\mathbf{T}}_k$ 仅仅为问题(6)中最优解的下界, 并非问题(6)的最优解。此时, 应用随机搜索方法, 可从 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 产生出满足问题(5)约束条件的可行解^[12-15]。

假设 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) = l$ ($l > 1$), 对 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 进行奇异值分解

$$\hat{\mathbf{T}}_k = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma} \mathbf{U}^H \quad (8)$$

其中, 矩阵 \mathbf{U} 是由 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 的特征向量组成的酉矩阵, $\boldsymbol{\Sigma}$ 为对角矩阵, 对角元素为 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 的特征值, 对角元素呈单调递减排列, 那么当 $j > l$ 时, $\Sigma(j, j) = 0$ 。式(5)的可行解可表示为

$$\hat{\mathbf{t}}_k = \mathbf{U} \boldsymbol{\Sigma}^{1/2} \mathbf{v}_k, \quad k = 1 \cdots K \quad (9)$$

其中, \mathbf{v}_k 为均值为 0, 方差为 1 的复高斯随机向量。但是由式(9)产生的 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 并不一定可行, 可能会不满足式(5)中的某个约束条件, 因此需要对 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 进行相应的伸缩。在本文中, 首先给 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 乘上一个系数 $\sqrt{\alpha} > 1$, α 的表达式为

$$\alpha = \max_{k=1, \dots, K} \frac{\alpha_k (\sum_{j=1, j \neq k}^K |r_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j|^2 + \sigma_k^2)}{|r_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k|^2} > 1 \quad (10)$$

这样就产生了新的加权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k = \sqrt{\alpha} \hat{\mathbf{t}}_k$, 新的权向量可满足式(5)中的 SINR 约束条件。此时还需要验证对主用户的干扰约束是否满足, 如果新的权向量违背了干扰约束, 那么此权向量将被舍弃, 将开始新一轮的随机搜索。最终, 满足式(5)的所有约束条件且目标函数值最小的 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 即为最优解。

至此, 通过固定接收端加权向量, 形成了一个下行链路的 MISO 认知网络波束形成问题, 应用半正定规划和变量松弛方法, 得到了发射端的波束形成最优权向量 \mathbf{t}_k 。而对于接收端的波束形成加权向量, 本文根据最小均方误差准则, 再利用前面所得到的 \mathbf{t}_k , 可以表示为

$$\mathbf{r}_k = \left(\sum_{j=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j \mathbf{t}_j^H \mathbf{H}_k^H + \sigma_k^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k \quad (11)$$

根据这一表达式, 问题(5)可以通过以下 2 个步骤来优化求解: 1) 初始化 \mathbf{r}_k , 应用半正定规划, 优化求解下行链路中发射端的波束形成加权向量 \mathbf{t}_k ;

2) 根据式(11), 得到接收端的加权向量 \mathbf{r}_k 。因此, 本文设计出一种迭代算法, 在第 n 次迭代中, 保持 $\mathbf{r}_k^{(n-1)}$ 的值不变, 在满足相应的约束条件前提下, 优化求解出问题(5)的波束形成加权向量 $\mathbf{t}_k^{(n)}$, 然后保持 $\mathbf{t}_k^{(n)}$ 不变, 利用式(11)来更新接收端加权向量 $\mathbf{r}_k^{(n)}$, 算法不断循环迭代, 直至目标函数收敛。根据以上的分析, 所提出的算法步骤总结如下。

第 1 步 初始化 $\mathbf{r}_k^{(0)} = \varepsilon_{\max} (\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H)$

第 2 步 发射端波束形成加权向量的优化求解

1) 根据式(7), 利用 Matlab 中的 CVX 工具箱求解凸问题, 其伪代码如下

```
cvx_begin
minimize objective function
subject to
```

the constrains

```
cvx_end
```

2) 随机搜索(若 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) = 1$, 则此步跳过)。

当 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) > 1$ 时, 根据式(8)和式(9), 利用 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 生成波束形成权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k$;

检验权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 是否满足所有的约束条件, 如果不满足, 则乘以一个合适的系数使得约束条件满足; 进行多次随机搜索, 选取一个最优的权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 。

第 3 步 接收端波束形成加权向量的优化求解

$$\mathbf{r}_k = \left(\sum_{j=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j \mathbf{t}_j^H \mathbf{H}_k^H + \sigma_k^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k$$

第 4 步 重复第 2 步和第 3 步, 直至目标函数收敛。

4 SINR 均衡的波束形成算法

在认知 MIMO 网络中, 存在多个认知用户, 要保证每一个用户都能进行正常通信, 此时认知网络的公平性显得更加重要。本节对 MIMO 认知网络的 SINR 均衡问题进行研究, 此问题可以表示为

$$\begin{aligned} & \text{maximize} \quad \min_{k=1, \dots, K} \frac{|r_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k|^2}{\sum_{j=1, j \neq k}^K |r_k^H \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j|^2 + \sigma_k^2} \\ & \text{s.t.} \quad \sum_{k=1}^K |r_P^H \mathbf{H}_P \mathbf{t}_k|^2 \leq \beta, \quad k = 1, \dots, K \\ & \quad \sum_{k=1}^K \|\mathbf{t}_k\|_F^2 \leq P_{\max}, \quad \|\mathbf{t}_k\|_F^2 \geq 0 \end{aligned} \quad (12)$$

其中, β 为 PU 干扰温度的门限值, P_{\max} 为最大发射功率。通过增加一个变量 t , 式(12)可等价

$$\begin{aligned}
& \max_{k=1, \dots, K} t \\
& \text{s.t.} \quad \frac{|r_k^H \mathbf{H}_k t_k|^2}{\sum_{j=1, j \neq k}^K |r_k^H \mathbf{H}_k t_j|^2 + \sigma_k^2} \geq t, \\
& \quad \sum_{k=1}^K |r_p^H \mathbf{H}_p t_k|^2 \leq \beta, \quad k=1, \dots, K \\
& \quad \sum_{k=1}^K \|\mathbf{t}_k\|_F^2 \leq P_{\max}, \quad \|\mathbf{t}_k\|_F^2 \geq 0 \quad (13)
\end{aligned}$$

同样, 根据 $\mathbf{a}^H \mathbf{b} = \text{Tr}(\mathbf{b} \mathbf{a}^H)$, $\text{Tr}(\mathbf{A} \mathbf{B}) = \text{Tr}(\mathbf{B} \mathbf{A})$ 和 $\mathbf{a}^H \mathbf{b} \mathbf{b}^H \mathbf{a} = \text{Tr}(\mathbf{b} \mathbf{b}^H \mathbf{a} \mathbf{a}^H)$, 并进行约束条件松弛(去掉其中的约束条件 $\text{rank}(\mathbf{T}_k) = 1$), 式(13)可转化为

$$\begin{aligned}
& \max_{k=1, \dots, K} t \\
& \text{s.t.} \quad \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_k) - t \sum_{j \neq k} \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_j) \geq t \sigma_k^2, \\
& \quad \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{R}_p \mathbf{T}_k) \leq \beta, \\
& \quad \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{T}_k) \leq P_{\max}, \\
& \quad \mathbf{T}_k \succeq \mathbf{0}, \quad k=1, \dots, K \quad (14)
\end{aligned}$$

可以发现, 式(14)是一个类凸问题, 当给定 t 取定任意值后, 式(14)即转化为一个凸问题。因此, 对于任意一个给定值, 如果

$$\begin{aligned}
& \text{Find } \mathbf{T}_k \\
& \text{s.t.} \quad \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_k) - t \sum_{j \neq k} \text{Tr}(\mathbf{R}_k \mathbf{T}_j) \geq t \sigma_k^2, \\
& \quad \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{R}_p \mathbf{T}_k) \leq \beta, \\
& \quad \sum_{k=1}^K \text{Tr}(\mathbf{T}_k) \leq P_{\max}, \\
& \quad \mathbf{T}_k \succeq \mathbf{0}, \quad \text{rank}(\mathbf{T}_k) = 1, \quad k=1, \dots, K \quad (15)
\end{aligned}$$

存在可行解, 即 t 在取此值时, 可以找到对应的 \mathbf{T}_k 来满足上式中的约束条件。

结论 2 令 t_{\max} 为优化问题(14)中 t 的最大值。

对于任意一个给定值 t , 如果问题(15)存在可行解, 那么可以得到 $t_{\max} \geq t$ 。反之, 如果问题(15)无可行解, 即当 t 取此值时, 优化问题(14)中的约束条件得不到满足, 因此, $t_{\max} < t$ 。

根据结论 2, 通过对 t 赋值, 进而判断问题(15)有无可行解, 并利用二分搜索算法来确定 t_{\max} 的取值范围。假设问题(13)有可行解, 预先选取一个 t 的取值区间 $[l, u]$, 且此区间中包含问题的最优解 t_{\max} 。令 $t = (l + u) / 2$, 此时如果问题(15)有可行解, 则更新

$l = t$; 反之, 则更新 $u = t$, 然后更新 t 的值, 经过多次循环迭代, 直至 t 的取值区间足够小为止, 此时可得出问题(13)的最优解 t_{\max} 。下面归纳二分搜索法的步骤。

算法 1 二分搜索算法

- 1) 选取 $l < t_{\max}$, $u > t_{\max}$, 门限值 $\varepsilon > 0$;
- 2) $t := (l + u) / 2$;
- 3) 判定优化问题式(15)是否存在可行解;
- 4) 如果式(15)有解, 则 $l := t$, 否则 $u := t$;
- 5) 当 $u - l < \varepsilon$ 时停止, 否则回到第 2) 步。

当 t 的最大值求出后, 将其代入式(14), 此时问题式(14)转化为一个凸问题, 同样利用 CVX 工具箱来求解出最优解 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 。如果 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) > 1$, 则需要采用随机搜索算法, 具体方法同第 3 节, 这里不再赘述。根据以上的分析, 总结出算法如下。

第 1 步 初始化 $\mathbf{r}_k^{(0)} = \varepsilon_{\max} (\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H)$ 。

第 2 步 发射端波束形成加权向量的优化求解。

1) 根据式(15), 利用 Matlab 中的 CVX 工具箱求解凸问题, 其伪代码为

```

Do
    t = (l + u) / 2
cvx_begin
    find  $\hat{\mathbf{T}}_k$ 
    subject to
        the constrains
cvx_end
if the SDP problem is feasible  $l := t$ , otherwise,
u := t

```

while ($u - l < \varepsilon$)

2) 随机搜索(若 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) = 1$, 则此步跳过)。

当 $\text{rank}(\hat{\mathbf{T}}_k) > 1$ 时, 根据式(8)和式(9), 利用 $\hat{\mathbf{T}}_k$ 生成波束形成权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k$;

检验权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 是否满足所有的约束条件, 如果不满足, 则乘以一个合适的系数使得约束条件满足; 进行多次随机搜索, 选取一个最优的权向量 $\hat{\mathbf{t}}_k$ 。

第 3 步 接收端波束形成加权向量的优化求解

$$\mathbf{r}_k = \left(\sum_{j=1}^K \mathbf{H}_k \mathbf{t}_j \mathbf{t}_j^H \mathbf{H}_k^H + \sigma_k^2 \mathbf{I} \right)^{-1} \mathbf{H}_k \mathbf{t}_k$$

第 4 步 重复第 2 步和第 3 步, 直至目标函数收敛。

5 仿真结果与分析

本节利用蒙特卡洛仿真对所提出的 MIMO 认

知无线网络中的波束形成优化算法进行验证。系统参数为：在主网络和认知网络中，发射基站的天线数量为 4 根，接收端的天线数量为 2 根，系统中认知用户数量为 2 或 3 个，主用户的数量为 1 个。不同的用户信道相互统计独立，每个信道为独立同分布的瑞利衰落信道，由零均值单位方差的复高斯随机变量组成。仿真中，还对本文所提出的算法与文献[17]和文献[23]中所提出的算法进行了比较，在这里分别用“Phan”和“H.Du”来表示。所有的数值均是 1 000 次蒙特卡洛实验平均值。

5.1 最小化发射功率的波束形成

实验 1 比较了在不同的信干噪比需求下的最小发射功率。在仿真中为了充分研究各项因素对发射功率的影响，不仅考虑了干扰温度 $\beta=1$ dB 和 $\beta=2$ dB 2 种情况，还选取了不同的认知用户个数 $K=2$ 和 $K=3$ 。从图 2 可以看出，随着信干噪比需求的不断增大，发射功率不断提高，换言之，需要更多的功率来提高系统的性能。在相同的信干噪比需求下，用户数量越多，所需的功率越大。当用户的信干噪比需求越来越大时，发射功率的增长速度越来越快，呈指数增长趋势。同时，从图中还能看出，当主用户的干扰温度增加，所需要的发射功率减小，这一特点在实验 3 中表现得更为明显。

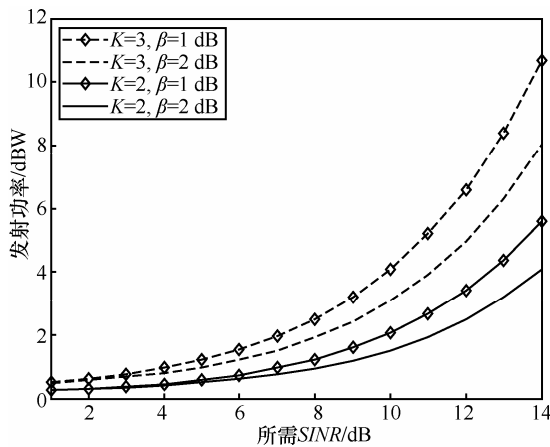


图 2 用户 SINR 需求对发射功率的影响

实验 2 测试了存在不同数目的认知用户时算法的性能。图 3 和图 4 给出了 $K=3$ 和 $K=2$ 这 2 种情形下的算法性能比较。不失一般性，对 $K=3$ 这一情形进行分析。在系统中，3 个认知用户与 1 个主用户在同一频谱下通信，主用户的干扰温度为 $\beta=1$ dB。从图 3 可以看出，所提算法的性能要明显优于其他 2 种算法，特别是当用户的通信质量

需求越高时，这一优势表现得更为突出。例如，当信干噪比需求 $\alpha=10$ dB 时，所提算法、“H.Du”和“Phan”3 种算法的发射功率分别是 $P=4$ dBW、 $P=6$ dBW 和 $P=12$ dBW，而当 $\alpha=14$ dB 时，3 种算法的发射功率变为 11 dBW、16 dBW 和 33 dBW。

由于“Phan”算法考虑的是一个发射端配置多天线，接收端配置单天线的系统模型，而本文和“H.Du”算法在接收端也配置了多天线，通过对不同阵元上的接收信号进行分集合并，可显著提升系统性能，降低发射功率。因此，本文的算法和“H.Du”算法性能优于“Phan”算法。对于非凸问题，一般采取 SDR (semidefinite relaxation) 方法，将非凸问题转化为凸问题进而求解。从第 3 节的分析可知，此方法得出的解可能仅仅是原问题的一个可行解，而不一定是全局最优解。“H.Du”算法利用上行-下行链路的对偶特性，将原问题转化为 2 个 SDR 问题，通过迭代得出的解经过了 2 次近似。而本文所提的算法只需要求解一个 SDR 问题，因而得到的解只经过了一次近似。经过多次迭代后，本文算法的性能优势就可体现出来。

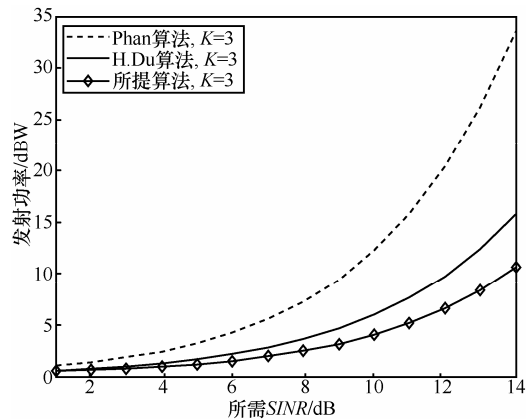


图 3 在 $K=3$, 不同 SINR 需求下, 3 种算法的最小发射功率比较

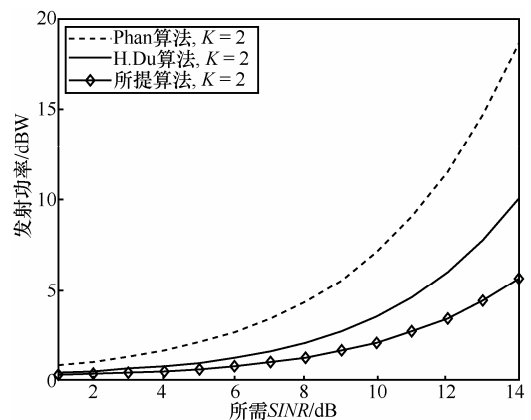


图 4 在 $K=2$, 不同 SINR 需求下, 3 种算法的最小发射功率比较

实验 3 比较了 3 种算法在不同干扰温度下的发射功率。本文将信干噪比需求固定为 $\alpha=12$ dB。从图 5 可以观察到：在相同的信干噪比需求下，主用户干扰温度越高，发射功率越小；用户数量越少，发射功率越小；相同条件下，所提算法的发射功率小于其他 2 种算法。同时也注意到，随着干扰温度 β 的提高，算法“Phan”的发射功率变化非常明显，而所提算法的发射功率变化比较轻微，这说明在发射端与接收端同时使用多天线波束形成技术，可以很好地控制对主用户的干扰。

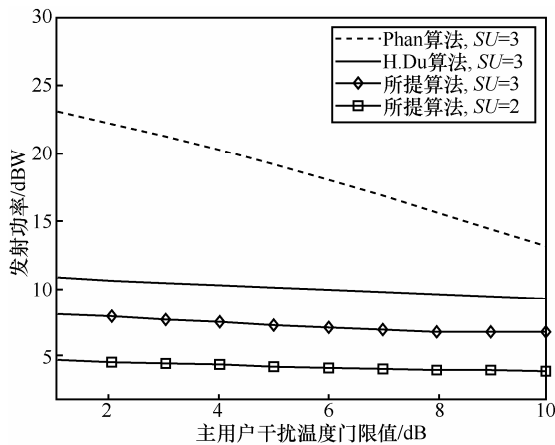


图 5 主用户的干扰温度对发射功率的影响

5.2 SINR 均衡的波束形成

实验 4 给出了在不同发射功率下的 SINR 均衡水平。由图 6 可知，SINR 均衡水平随着发射功率的增大而提高，且当发射功率较小时，信干噪比提高的比较明显。同时，主用户的干扰温度越高对信干噪比也有影响，干扰温度越高，信干噪比越大。而影响信干噪比的主要因素是用户数量，因为随着用户数量的增加，小区内干扰会不断加大，从而降低用户的信干噪比。从图中可以看到，当 $P=10$ dBW， $\beta=1$ dB 时， $K=2$ 的信干噪比与 $K=3$ 相比，有 3 dB 的性能增益。图 7 给出了当干扰温度 $\beta=3$ dB 时，所提算法与“Phan”算法的性能比较。不难发现，新算法的性能要优于已有的算法。

实验 5 进一步研究了在不同条件下，干扰温度 β 与 SINR 均衡水平之间的关系。从图 8 可以看出，随着干扰温度的增加，SINR 均衡水平比不断提高，但是当 $\beta>3$ 时，信干噪比的提高变得缓慢。同时，从图中也能看出，用户数量会影响系统性能，用户数量越多，系统性能越差。

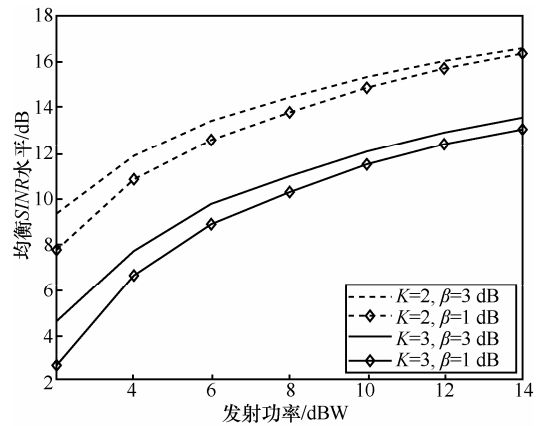


图 6 发射功率对均衡 SINR 水平的影响

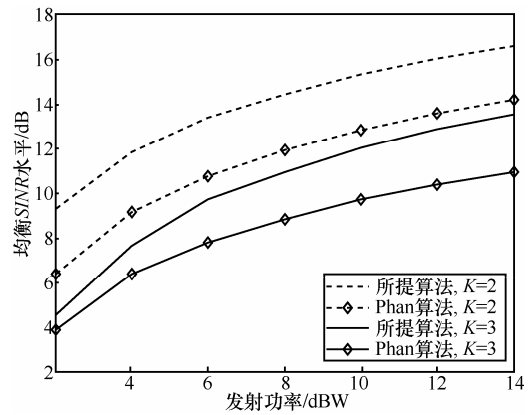


图 7 在不同发射功率下，2 种算法的均衡 SINR 水平比较

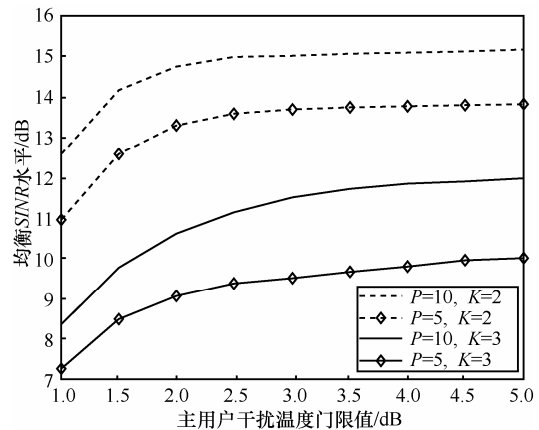


图 8 主用户干扰温度对均衡 SINR 水平的影响

5.3 算法复杂度和收敛性分析

除了性能之外，对算法的复杂度进行分析也十分有必要。本文针对最小化发射功率和 SINR 均衡 2 类波束形成问题，提出了相应的算法分别来加以解决，2 种算法的思想基本类似，在这里以最小化发射功率算法为例进行分析。

在本文提到的 3 种算法中，均采用了凸优化方法。

“Phan”算法针对的是 MISO 认知网络波束形成问题，

只需优化求解发射端的波束形成权向量, 没有迭代过程, 因而只需要求解一次 SDR 问题即可得到问题的解。而本文新算法和“H.Du”算法则利用迭代方法寻找最小化发射功率的波束形成最优解, 在每一个迭代过程中, 新算法需要运行一次SDP算法和一次MMSE算法。与SDP算法相比, MMSE算法和随机搜索的复杂度较低, 因此计算复杂度主要体现在SDP算法中。根据文献[26]可知, SDP算法的复杂度为 $O(n_{sdp}^{0.5}(m_{sdp}^3 n_{sdp}^3 + m_{sdp}^2 n_{sdp}^2 + m_{sdp}^3))$, 其中, m_{sdp} 表示约束条件的个数, n_{sdp} 表示半定锥的维度。具体到本文中的式(7)~式(11), $m_{sdp} = K + 1$, $n_{sdp} = N_s + K + 1$ 。

“H.Du”算法利用上行-下行链路的对偶特性, 将原问题分解为2个凸问题, 因此在每一次迭代中, “H.Du”算法需要运行2次SDP算法。综上所述, 上述3种算法的计算复杂度相当, 而在每一次迭代中, “H.Du”算法的计算量要高于本文提出的算法。

实验6对3种不同算法的收敛性能进行了比较。设定系统参数为 $K=3$, $\alpha=12$ dB, $\beta=1$ dB。在本文中, 与文献[17]类似, 选取接收端加权向量的初值为 $\mathbf{r}_k^{(0)} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\max}(\mathbf{H}_k \mathbf{H}_k^H)$, 当连续2次迭代得到的最小发射功率之差小于给定阈值时算法停止。通过迭代不断地更新收发两端的权向量, 将两端天线的方向图指向对方, 从而可以保证在系统性能不下降的情况下, 降低发射功率直至算法收敛。从图9中可以看出, 本文所提算法收敛大约需要28次迭代, “H.Du”算法需要22次迭代, 而“Phan”算法不需要迭代。由于新算法在每一次迭代过程中的计算量要低于“H.Du”算法, 因此整个算法的运行时间短一些。用Matlab中的tic命令对新算法与“H.Du”算法以及“Phan”算法的运行时间进行了统计, 分别为 $t=7.0779$ s, $t=10.0587$ s和 $t=0.1987$ s。

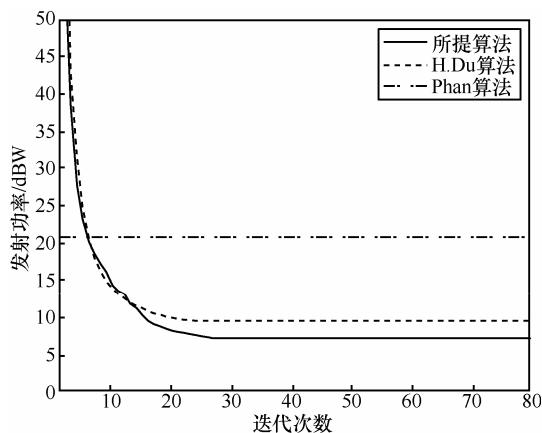


图9 迭代次数对发射功率的影响

6 结束语

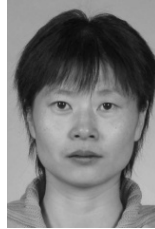
本文分析了MIMO无线认知系统中的联合收发波束形成问题。分别针对最小化发射功率和SINR均衡2类波束形成问题, 提出了相应的波束形成算法。数值仿真结果证明, 新算法在避免对主用户造成过大干扰的同时, 可有效降低系统的发射功率, 大幅提升均衡SINR水平。下一步工作, 将研究新算法在不完美信道状态下的可行性和顽健性; 同时增加系统中的用户数量, 进一步研究用户数量对系统性能的影响。

参考文献:

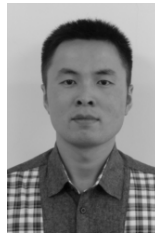
- [1] Spectrum Efficiency Working Group. Report of the Spectrum Efficiency Working Group[R]. FCC Spectrum Policy Task Force (SPTF), Washington, DC, 2002.
- [2] MITOLA III J, MAGUIRE JR G Q. Cognitive radio: making software radios more personal[J]. IEEE Personal Communications, 1999, 6(4): 13-18.
- [3] HAYKIN S. Cognitive radio: brain-empowered wireless communications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2005, 23(2): 201-220.
- [4] GOLDSMITH A, JAFAR S A, MARIC I, *et al.* Breaking spectrum gridlock with cognitive radios: an information theoretic perspective[J]. Proceedings of the IEEE, 2009, 97(5): 894-914.
- [5] ZHANG L, LIANG Y C, XIN Y. Joint beamforming and power allocation for multiple access channels in cognitive radio networks[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2008, 26(1): 38-51.
- [6] ZHAO G, MA J, LI Y, *et al.* Spatial spectrum holes for cognitive radio with directional transmission[A]. IEEE Global Telecommunications Conference[C]. New Orleans, USA, 2008.1-5
- [7] YOO T, GOLDSMITH A. On the optimality of multi-antenna broadcast scheduling using zero-forcing beamforming[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2006, 24(3): 528-541.
- [8] SCHUBERT M, BOCHE H. Solution of the multiuser downlink beamforming problem with individual SINR constraints[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2004, 53(1): 18-28.
- [9] TSE D. Fundamentals of Wireless Communication[M]. Cambridge University Press, 2005.
- [10] BENGTTSSON M, OTTERSTEN B. Optimal and Suboptimal Beamforming in Handbook of Antenna in Wireless Communications[M]. Boca Raton, FL: CRC Press, 2001.
- [11] FU X, WANG J, LI S. Joint power management and beamforming for base stations in cognitive radio systems[A]. Proceedings of 6th International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS 2009)[C]. Siena, Italy, 2009.403-407.
- [12] SIDIROPOULOS N D, DAVIDSON T N, LUO Z Q. Transmit beamforming for physical-layer multicasting[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2006, 54(6): 2239-2251.
- [13] PHAN K T, VOROBYOV S A, SIDIROPOULOS N D, *et al.* Spectrum sharing in wireless networks via QoS-aware secondary multicast beamforming[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2009, 57(6): 2323-2335.

- [14] PHAN A H, TUAN H D, KHA H H, *et al.* Nonsmooth optimization for efficient beamforming in cognitive radio multicast transmission[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(6): 2941-2951.
- [15] BEKO M. Efficient beamforming in cognitive radio multicast transmission[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(11): 4108-4117.
- [16] DU H, RATNARAJAH T, PESAVENTO M, *et al.* Joint transceiver beamforming in MIMO cognitive radio network via second-order cone programming[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2012, 60(2): 781-792.
- [17] LIU Q, CHEN C W. Joint transceiver beamforming design and power allocation for multiuser MIMO systems[A]. *Proceedings of IEEE International Conference on Communications (ICC 2012) [C]*. Ottawa, Canada, 2012. 3867-3871.
- [18] CODREANU M, TOLLI A, JUNTTI M, *et al.* Joint design of Tx-Rx beamformers in MIMO downlink channel[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, 55(9): 4639-4655.
- [19] ZHU X, SHEN L, YUM T S P. Analysis of cognitive radio spectrum access with optimum channel reservation[J]. *IEEE communications letters*, 2007, 11(4): 304-306.
- [20] LEE J, WANG H, ANDREWS J G, *et al.* Outage probability of cognitive relay networks with interference constraints[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2011, 10(2): 390-395.
- [21] KUMAR K R, XUE F. An iterative algorithm for joint signal and interference alignment[A]. *Proceedings of IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2010)[C]*. Austin, Texas, USA, 2010. 2293-2297.
- [22] GOMADAM K, CADAMBE V R, JAFAR S A. Approaching the capacity of wireless networks through distributed interference alignment[A]. *IEEE Global Telecommunications Conference[C]*. New Orleans, LA, USA, 2008.1-6.
- [23] PESAVENTO M, CIOCHINA D, GERSHMAN A B. Iterative dual downlink beamforming for cognitive radio networks[A]. *Proceedings of the 5th International Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks & Communications (CROWNCOM 2010)[C]*. Cannes, France, 2010.1-5.
- [24] BOYD S P, VANDENBERGHE L. *Convex Optimization*[M]. Cambridge University Press, 2004.
- [25] GRANT M, BOYD S, YE Y. CVX: Matlab software for disciplined convex programming[EB/OL]. <http://Stanford.edu/boyd/cvx>, 2008.
- [26] LOBO M S, VANDENBERGHE L, BOYD S, *et al.* Applications of second-order cone programming[J]. *Linear Algebra and its Applications*, 1998, 284(1-3): 193-228.

作者简介:



郭艳 (1971-), 女, 陕西西安人, 博士, 解放军理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为波束形成、自适应信号处理、MIMO、无线认知网络。



朱方军 (1986-), 男, 安徽安庆人, 解放军理工大学硕士生, 主要研究方向为波束形成和自适应信号处理。



李宁 (1967-), 男, 上海人, 解放军理工大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为 ad hoc 网络、自适应信号处理、无线认知网络。



原晓云 (1990-), 女, 河南安阳人, 解放军理工大学硕士生, 主要研究方向为波束形成和自适应信号处理。