

联合网络编码和中继选择的协作传输方案及其性能分析

冀保峰^{1,2}, 宋康², 王毅², 黄永明², 杨绿溪²

(1. 河南科技大学 信息工程学院, 河南 洛阳 471023; 2. 东南大学 毫米波国家重点实验室, 江苏 南京 210096)

摘要: 研究了 Nakagami 信道中联合网络编码和双向协作中继选择的中断与平均误码率的性能, 基于 3 个时隙的网络编码方案提出了一种最小化较差用户误码率的协作中继选择策略。在 Nakagami 信道下, 从双向通信的角度, 通过理论分析得出其中断概率和平均误码率的解析式和渐近式, 同时推导了无协作中继选择时网络编码的中断概率和平均误码率解析式。通过理论分析发现, 当 Nakagami 信道衰落参数降低时, 联合网络编码的协作中继选择方案相对于无协作中继选择时的性能增益将逐渐升高。数值仿真实验结果表明, 所提策略的平均误码率性能要显著高于无协作中继选择时的网络编码性能。

关键词: 网络编码; 中继选择; 中断概率; 平均误码率

中图分类号: TN925

文献标识码: A

Cooperative transmission scheme of relay selection combined with network coding and its performance analysis

Ji Bao-feng^{1,2}, Song Kang², Wang Yi², Huang Yong-ming², Yang Lv-xi²

(1. Information Engineering College, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China;

2. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China)

Abstract: The outage probability and average BER (bit error ratio) of two-way relay system with network coding using relay selection were analyzed over Nakagami channels. The cooperative relay selection criterion of minimizing the worse user's BER was proposed based on three time slots network coding. The closed-form expressions of outage probability and average BER were derived through theoretical analysis from the point of two-way communication; meanwhile, the analytical expressions of outage probability and average BER of two-way relay system using network coding without cooperative relay selection were also obtained rigorously. By the analysis of two-way relay system without cooperative relay selection, it was found that the performance gains of the proposed scheme would increase gradually with the Nakagami channel fading parameters decreasing. Simulation results verified the correctness of theoretical analysis and illustrated that the performance of the proposed scheme can be improved significantly relative to the network coding without cooperative relay selection.

Key words: network coding; relay selection; outage probability; average bit error ratio

1 引言

由于无线通信系统受到多径衰落和多普勒效

应的影响, 导致无线通信网络性能的严重恶化, 而协作分集的提出可以有效地对抗信道衰落。协作中继传输是无线通信网络中协作分集技术的重要实

收稿日期: 2013-10-13; 修回日期: 2014-02-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61201172, 61271018, 61372101, 61201176, U1404615); 毫米波国家重点实验室开放课题基金资助项目(K201504); 国家科技重大专项基金资助项目(2013ZX03003006-002, 2012ZX03004005-003); 教育部博士点基金资助项目(20100092110010); 河南省自然科学基金资助项目(142300410343)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61201172, 61271018, 61372101, 61201176, U1404615); Open Funds of State Key Laboratory of Millimeter Waves (K201504); The National Science and Technology Major Project of China (2013ZX03003006-002, 2012ZX03004005-003); The Doctoral Program of Ministry of Education (20100092110010); The Natural Science Foundation of Henan Province (142300410343)

现方式之一。协作分集技术在特定区域内只有单根天线的一些中继或终端形成了一个虚拟天线阵，从而达到了空间分集的效果，显著提高了用户的服务质量和系统的吞吐量。但也带来了一些技术上所固有的问题：与传统蜂窝网络相比，由于中继节点的加入，移动终端可以选择不同的中继节点集合进行数据的转发。因此，如何进行协作中继节点的选择将是一个首要解决的问题。Laneman 和 Madsen 等首先分析了协作分集在系统容量和频谱效率方面所带来的性能提升^[1,2]。随后，Michalopoulos 等给出协作分集在过时信道状态信息下的性能分析^[3]，而 Soliman 等研究协作分集与链路调度联合优化时的系统性能，并且得出在其文中所述的场景下协作分集可带来 50% 的性能增益^[4,5]。

为了充分利用有限的无线资源，扩大网络覆盖范围和提高系统容量，目前无线领域的研究多采用多跳传输的形式。在多跳无线网络中，信息可以通过中间节点进行复制、放大和转发，从而使各接收节点能够快速收到完整信息。但中继节点简单的转发无法实现网络的最大流传输，网络编码思想的提出有效地解决了中继节点的传输瓶颈问题。Ahlswede 等于 2000 年首次提出了基于网络信息流概念的网络编码思想^[6]。文中指出根据图论的最大流最小割原理，网络节点对不同的信息流进行编码组合后，可以获得网络多播速率的最大流限。Ahlswede 等以蝴蝶网络的研究为例，指出采用网络编码方法可以使网络多播速率达到传输的最大流界，大大提高网络的频谱效率，从而奠定了网络编码在现代无线通信网络中的重要地位。近年来，Kumar 等定义了“和”网络的概念，并研究了网络编码应用于“和”网络的性能^[7]，而 Yang 和 Lin 等则探讨了自适应调制的物理层网络编码的性能，从理论上分析了物理层网络编码采用自适应调制后的性能增益^[8,9]。

由于协作中继选择是 MIMO 多天线技术发展后的一个重要技术补充，通过对中继节点的选择可以使系统的传输更加便利，并且能够降低系统的能耗，对实际中系统的通信有着较大的意义，而对于终端而言，由于中继端的发送功率不大，且由于实际中信道的时变性，因此协作中继在进行网络编码之后，将信号发送至终端时，终端的译码并不是零误码的，所以本文针对联合中继选择和网络编码的中断概率和平均误码率性能的研究是很有实际意义

的。目前，将网络编码和中继选择相结合逐渐成为一个研究热点。但是，已研究的联合网络编码和中继选择的协作传输方案中，大部分是应用于单向中继网络，而基于双向中继选择的网络编码协作传输方案及其性能分析也仅限于瑞利信道的假设条件下^[11~14]。由于 Nakagami 信道相对于瑞利信道更能反映实际的信道状况，无线通信系统实测实验已经证实 Nakagami 信道模型对实测数据具有很好的拟合性，因此它在理论上已经成为一类具有广泛代表意义的无线信道模型并具有重要的应用价值^[15,16]，因此本文针对 Nakagami 信道下联合网络编码和双向中继选择的协作传输方案进行性能分析。

2 系统模型

对于 2 个时隙的传输机制而言，协作中继节点是无法对来自 2 路信号的叠加信号进行译码的，最多可采用理论上近似最优的最大似然译码，这在实际中是几乎不可能使用的，因为其复杂度太高，而且相对于分别译码 2 路信号的传输机制而言，最大似然译码对 2 路叠加信号的译码远远差于 2 路信号分别译码的机制，并且 2 个时隙的传输机制只能通过采用中继直接放大转发来实现。当协作中继是译码转发时，2 个时隙的传输机制无法得以应用，这大大降低了网络编码和中继选择在实际中的应用范围，因此本文采用 3 个时隙的传输机制，该机制在实际中易于实现，无论是现有的蜂窝网络，还是无线局域网的 IEEE802.11ac、aj 或者 EUHT 等标准的实现中，3 个时隙的传输机制都有着较为实用的应用前景。因此本文考虑 2 个源节点通过 N 个双向的译码转发中继节点来交换信息。本文所述的系统模型在实际中是较为常见的，例如蜂窝网络中 2 个宏基站通过协作中继节点进行信息的交互，无线传感网络中 2 个节点通过中继节点进行的通信等，其中， $s_1(k)$ 和 $s_2(k)$ 分别表示用户 1 和用户 2 的第 k 个信息比特， $x_1(k)$ 和 $x_2(k)$ 分别表示对 $s_1(k)$ 和 $s_2(k)$ 调制之后的符号，即 $x_1(k) = \mathcal{B}(s_1(k))$ 和 $x_2(k) = \mathcal{B}(s_2(k))$ ， $\mathcal{B}(\cdot)$ 表示调制方式，假设采用 BPSK 调制。

双向中继的传输主要应用于：蜂窝网络中 2 个宏基站通过一个双向中继节点进行信息的交互；蜂窝网络中边缘用户之间的通信；传感网络中 2 个较远节点通过一些传感节点进行的通信等场景，因此

在诸多场景中学术界通常不考虑直达链路对双向中继系统的影响, 本文旨在针对实际中较为常用的双向中继系统模型进行性能的分析, 对于考虑更为复杂的系统模型, 本文作为后续工作进行研究。

整个传输过程可分为3步: 第1个时隙用户1发送 $x_1(k)$ 到 N 个协作中继节点, 第2个时隙用户2发送 $x_2(k)$ 到 N 个协作中继节点, 第3个时隙用户按不同的协作中继选择方案选定所需的协作中继, 然后所选中继将接收信号译码后进行异或, 再转发至各用户, 用户端将接收信号与自身的发送信号进行异或, 即可获得目的信号。本文主要考虑协作中继节点对来自2个源节点的接收信号进行了无错译码^[17,18], 例如, 实际中2个宏基站通过协作中继节点进行信息的交互, 而宏基站较大的发送功率使中继节点可以实现无错译码, 其系统模型如图1所示, 为了便于表述, 本文将源节点记作用户 $u_j(j=1,2)$ 。下面具体分析在第3个时隙中协作中继节点的收发信号特性及其所要进行的处理过程。

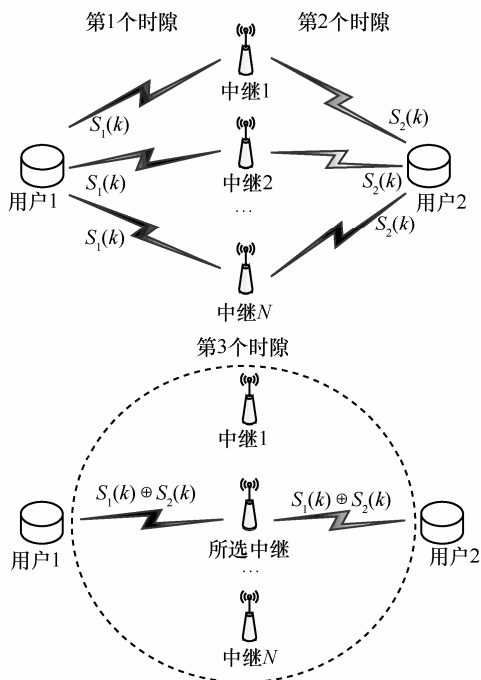


图1 系统模型

经过前2个时隙用户的数据发送, 协作中继节点 r_i 接收到对应于用户 $u_j(j=1,2)$ 的信号为

$$y_{u_j, r_i}(k) = \sqrt{P_{u_j}} h_{u_j, r_i}(k) x_j(k) + n_{u_j, r_i}(k) \quad (1)$$

其中, $P_{u_j}(j=1,2)$ 是用户 $u_j(j=1,2)$ 的平均发送功率, $h_{u_j, r_i}(k)$ 是用户 $u_j(j=1,2)$ 到协作中继节点 r_i 的信道系数, 服从参数为 $\left(m_i, \frac{m_i}{\gamma_0}\right)$ 的Gamma分布, m_i 是第 i 个协作中继节点到用户的Nakagami信道参数, 而 $\gamma_0 = \frac{P_i}{\sigma^2}$, P_i 是第 r_i 个协作中继节点的发送功率, $n_{u_j, r_i}(k)$ 是协作中继节点 i 处的均值为0、方差为 σ^2 的高斯白噪声。

若索引号为 \hat{i} 的协作中继被选定为第3个时隙用于发送的协作中继, 那么协作中继 \hat{i} 将接收信号 $y_{u_j, r_i}(k)$ 进行网络编码后发送给各用户。协作中继节点进行网络编码后的符号可记为 $x_i(k) = \sqrt{P_{r_i}} \mathcal{B}(s_1(k) \oplus s_2(k)) = \sqrt{P_{r_i}} \mathcal{B}(x_i(k))$, 此处 P_{r_i} 是中继节点的发送功率。进而, 用户 $u_j(j=1,2)$ 接收到的信号可以记为

$$y_{r_i, u_j}(k) = h_{r_i, u_j}(k) x_i(k) + n_{r_i, u_j}(k) \quad (2)$$

其中, $h_{r_i, u_j}(k)$ 是协作中继节点 \hat{i} 到用户 $u_j(j=1,2)$ 的信道系数。

用户 $u_j(j=1,2)$ 在译码时, 首先对接收信号 $y_{r_i, u_j}(k)$ 进行BPSK解调获得 $x_i(k) = s_1(k) \oplus s_2(k)$, 由于 $x_i(k)$ 是信号 $s_1(k)$ 和 $s_2(k)$ 的异或值, 因此用户 $u_j(j=1,2)$ 可将 $x_i(k)$ 与自身发送的信息比特进行异或运算以获得目的信号 $s_j(k)(j=1,2)$ 。

3 联合网络编码的协作中继选择传输方案

由于用户 $u_j(j=1,2)$ 的平均“误码率”主要受限于误码率较差的用户, 这是由于通过联合网络编码的协作中继选择传输方案, 2个用户同时译码错误而导致误码的概率很低, 尤其在发送信噪比较高时, 误码率较差的用户则决定着系统的平均误码率, 所以最小化误码率较差的链路选择策略是一种接近最优的协作中继选择策略^[11], 这里将这种方案命名为Min-Max方案。根据无线通信系统中BER与信噪比之间的关系, 基于最小化较差链路BER的Min-Max协作中继选择方案可转化为基于最大化较差链路接收信噪比的Max-Min协作中继选择方案^[19], 下面针对Nakagami信道下联合网络编码的协作中继传输

方案进行分析。

Thin 等在文献[20]中指出, 2 个正数 c_1 和 c_2 与高斯误差函数 $Q(\cdot)$ 的乘积关系为

$$c_1 Q(v_1) + c_2 Q(v_2) \approx c_{k_0} Q(\min(v_1, v_2)) \quad (3)$$

其中, $k_0 = \arg \min_{k \in \{1,2\}} (v_k)$ 。用户 $u_j (j=1,2)$ 的平均“误码率”主要受限于误码率较差的用户, 因此结合上述讨论以及仿真验证可知, 用户的平均误码率 $P_{BER} = (P_{BER,r_i,u_1} + P_{BER,r_i,u_2})/2$ 可近似为

$$\begin{aligned} P_{BER} &= \frac{1}{2} (P_{BER,r_i,u_1} + P_{BER,r_i,u_2}) \\ &\approx \frac{1}{2} \max(P_{BER,r_i,u_1}, P_{BER,r_i,u_2}) \end{aligned} \quad (4)$$

其中, $P_{BER,r_i,u_j} (j=1,2)$ 是用户 $u_j (j=1,2)$ 的误码率。需要说明的是, 当信噪比越大时, 式(4)的近似就越精确, 而信噪比较小时, 该近似将会产生误差, 这一现象也可以从后面的仿真结果中看到。

由于协作中继节点 i 至用户 $u_j (j=1,2)$ 的误码率 P_{BER,r_i,u_j} 可表示为^[15]

$$P_{BER,r_i,u_j} (\gamma_i^{u_j}(k)) = Q\left(\sqrt{2\gamma_i^{u_j}(k)}\right) \quad (5)$$

其中, $\gamma_i^{u_j}(k) = \gamma_0 |h_{u_j,r_i}(k)|^2$, 系数 2 表示调制方式为 BPSK 调制, $Q(\cdot)$ 是高斯误差函数。

因此, 基于较差链路用户 BER 最小化的方案, 协作中继节点 \hat{i} 通过如下最优方案被选为协作传输节点

$$\begin{aligned} \hat{i} &= \arg \min \left\{ \max \left\{ P_{BER,r_i,u_1}, P_{BER,r_i,u_2} \right\} \right. \\ &= \arg \min \left\{ \max \left\{ Q\left(\sqrt{2\gamma_i^{u_1}(k)}\right), Q\left(\sqrt{2\gamma_i^{u_2}(k)}\right) \right\} \right\} \end{aligned} \quad (6)$$

由于高斯 Q 函数是单调递减函数, 因此上式可进一步简化为

$$\begin{aligned} \hat{i} &= \arg \max \left\{ \min \left\{ \gamma_i^{u_1}(k), \gamma_i^{u_2}(k) \right\} \right\} \\ &= \arg \max \left\{ \min \left\{ |h_{u_1,r_i}(k)|^2, |h_{u_2,r_i}(k)|^2 \right\} \right\} \end{aligned} \quad (7)$$

基于上述联合网络编码的协作中继选择方案, 本文后面将对该方案的性能进行深入分析, 并与无中继选择的网络编码方案进行对比, 从理论上推出所提方案相比于无中继选择场景下的性能增益。

4 联合网络编码的协作中继选择传输方案的性能分析

本节针对 Nakagami 信道下, 联合网络编码的协作中继选择传输方案进行性能分析, 并得到该传输方案下系统的中断概率以及平均误码率性能。

4.1 联合网络编码的协作中继选择传输方案的中断概率分析

由于用户节点与协作中继节点间的信道系数 $|h_{u_j,r_i}(k)|^2$ 服从 Nakagami- m 的随机变量, 因此, $\gamma_i^{u_j}(k) = \gamma_0 |h_{u_j,r_i}(k)|^2$ 的概率密度函数(PDF, probability density function)表达式可建模为^[15]

$$f_{\gamma_i^{u_j}(k)}(x) = \frac{m_i^{m_i}}{\gamma_0^{m_i} \Gamma(m_i)} x^{m_i-1} e^{-\frac{m_i x}{\gamma_0}} \quad (8)$$

其中, $\Gamma(\cdot)$ 是 Gamma 函数^[16], m_i 是 Nakagami 衰落参数。

从而, $\gamma_i^{u_j}(k)$ 的累积分布函数(CDF, cumulative density function)可通过对 $f_{\gamma_i^{u_j}(k)}(x)$ 积分得到

$$F_{\gamma_i^{u_j}(k)}(x) = 1 - \frac{\Gamma(m_i, (m_i/\gamma_0)x)}{\Gamma(m_i)} \quad (9)$$

最终, 可以获得 $\mathcal{S} = \min(\gamma_i^{u_1}(k), \gamma_i^{u_2}(k))$ 时, 接收端的 CDF 表达式为

$$F_{\mathcal{S}}(x) = 1 - \frac{1}{\Gamma(m_{i1})\Gamma(m_{i2})} \left[\frac{\Gamma(m_{i1}, (m_{i1}/\gamma_0)x)}{\Gamma^{-1}(m_{i2}, (m_{i2}/\gamma_0)x)} \right] \quad (10)$$

其中, m_{i1} 和 m_{i2} 分别表示第 i 个协作中继节点到用户 $u_j (j=1,2)$ 的 Nakagami 信道参数。因此, 所选的协作中继节点 \hat{i} 时, 接收端信噪比的累积分布函数表达式可表示为

$$F_{\hat{i}}(x) = \left[1 - \frac{1}{\Gamma(m_{i1})\Gamma(m_{i2})} \left[\frac{\Gamma(m_{i1}, (m_{i1}/\gamma_0)x)}{\Gamma^{-1}(m_{i2}, (m_{i2}/\gamma_0)x)} \right] \right]^N \quad (11)$$

由此可以得到 Nakagami 信道下联合网络编码的协作中继选择传输方案的中断概率表达式为

$$P_{\text{out}} = \left[1 - \frac{1}{\Gamma(m_{i1})\Gamma(m_{i2})} \left[\frac{\Gamma(m_{i1}, (m_{i1}/\gamma_0)\eta_{\text{th}})}{\Gamma^{-1}(m_{i2}, (m_{i2}/\gamma_0)\eta_{\text{th}})} \right] \right]^N \quad (12)$$

其中, η_{th} 表示中断门限, 当信噪比小于 η_{th} 时, 系统信息速率太低将会导致数据分组错误, 从而会降低中断容量。从上述中断概率表达式中不能直观地得出联合网络编码的协作中继选择传输方案的分集度和阵列增益, 因此本文借助 Wang 等对高信噪比下中断概率近似表达的研究结论, 即 $P_{out} \approx (G_c \times \gamma_0)^{-G_d}$ [21] 来分析在高信噪比情况下所提协作传输方案的中断概率的渐近特性, 从而更直观地反应不同参数对系统中断概率的影响。在接收空间分集中, 实现独立的衰落路径不需要增加发送功率或带宽, 通过分集信号进行相干合并能提高接收信噪比, 这个相对于单天线的信噪比增益叫做阵列增益, 即 G_c ; 而分集合并后误码率斜率的变化定义为分集增益, 即 G_d [22]。

由于不完全 Gamma 函数 $\Gamma(m_{i1}, (m_{i1}/\gamma_0)\eta_{th}) = \Gamma(m_{i1}) - \gamma(m_{i1}, (m_{i1}/\gamma_0)\eta_{th})$ [23], 并且 $\gamma(\alpha, X) = \frac{(X)^\alpha}{\alpha} \Phi(\alpha, 1+\alpha, -X)$ [16], 其中, $\Phi(\alpha, 1+\alpha, -X)$ 是合流超几何函数, 可以通过级数展开表示为

$$\Phi(\alpha, 1+\alpha, -X) = 1 + \frac{\alpha}{1+\alpha} \frac{-X}{1!} + \frac{\alpha(2+\alpha)}{(1+\alpha)(2+\alpha)} \frac{(-X)^2}{2!} + \dots \quad (13)$$

当发送信噪比 $\gamma_0 \rightarrow \infty$ 时, 即 $X \rightarrow 0$, 则 $\Phi(\alpha, 1+\alpha, -X) \rightarrow 1$, 那么不完全 Gamma 函数可以近似为 $\gamma(\alpha, X) \rightarrow \frac{(X)^\alpha}{\alpha}$, 因此中断概率的渐近形式可以表示为

$$P_{out} \approx \left(\prod_{i=1}^N \mathcal{R}_i \right) \gamma_0^{-\sum_{i=1}^N \min\{m_{i1}, m_{i2}\}} \quad (14)$$

其中,

$$\mathcal{R}_i = \begin{cases} \frac{m_{i1}^{m_{i1}-1} \eta_{th}^{m_{i1}}}{\Gamma(m_{i1})}, & m_{i1} < m_{i2} \\ \frac{2m_i^{m_i-1} \eta_{th}^{m_i}}{\Gamma(m_i)}, & m_{i1} = m_{i2} = m_i \\ \frac{m_{i2}^{m_{i2}-1} \eta_{th}^{m_{i2}}}{\Gamma(m_{i2})}, & m_{i1} > m_{i2} \end{cases}$$

从而获知联合网络编码的协作中继选择方案的分

集度 G_d 和阵列增益 G_c 分别为

$$G_d = \sum_{i=1}^N \min\{m_{i1}, m_{i2}\}$$

$$G_c = \left(\prod_{i=1}^N \mathcal{R}_i \right)^{-1/\sum_{i=1}^N \min\{m_{i1}, m_{i2}\}} \quad (15)$$

4.2 联合网络编码的协作中继选择传输方案的误码率分析

从第2节的分析可知, 所选的协作中继节点为 $\hat{i} = \max \left\{ \min \left(|h_{u_1, r_i}(k)|^2, |h_{u_2, r_i}(k)|^2 \right) \right\}$ 。为便于讨论, 此处假设 $\max \left\{ \min \left(|h_{u_1, r_i}(k)|^2, |h_{u_2, r_i}(k)|^2 \right) \right\}$ 选择方案下用户 $u_j (j=1, 2)$ 的信噪比表示为 $\gamma^{\max-\min}$ 。

联合网络编码和协作中继选择的传输方案中, 用户 $u_j (j=1, 2)$ 的平均误码率 $BER^{S-RS-NC}(\gamma_0)$ 为

$$BER^{S-RS-NC}(\gamma_0) \approx \frac{1}{2} \max(P_{BER, r_i, u_1}, P_{BER, r_i, u_2})$$

$$= \frac{1}{2} E \left(Q \left(\sqrt{2\gamma^{\max-\min}} \right) \right) \quad (16)$$

因此, $BER^{S-RS-NC}(\gamma_0)$ 可进一步展开如下

$$BER^{S-RS-NC}(\gamma_0) = \frac{1}{2} E \left(Q \left(\sqrt{2\gamma^{\max-\min}} \right) \right)$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \left[1 - \frac{\Gamma^2(m, (m/\gamma_0)x)}{\Gamma^2(m)} \right]^N dx$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} \frac{(-1)^i}{\Gamma^{2i}(m)} \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \Gamma^{2i}(m, (m/\gamma_0)x) dx$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^N \binom{N}{i} \frac{(-1)^i [(m-1)!]^{2i}}{\Gamma^{2i}(m)}$$

$$\int_0^\infty e^{-\left(1+\frac{2im}{\gamma_0}\right)x} x^{-\frac{1}{2}} \left\{ \sum_{j=0}^{m-1} \left(\frac{mx}{\gamma_0} \right)^j / j! \right\}^{2i} dx$$

$$= \frac{1}{4\sqrt{\pi}} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^{(m-1)2i} f_m(j) \binom{N}{i} \frac{(-1)^i [(m-1)!]^{2i}}{\Gamma^{2i}(m)}$$

$$\left(1 + \frac{2im}{\gamma_0} \right)^{j+\frac{1}{2}} \Gamma \left(j + \frac{1}{2} \right) \quad (17)$$

其中, $\left\{ \sum_{j=0}^{m-1} \left(\frac{mx}{\gamma_0} \right)^j / j! \right\}^{2i}$ 的展开可以通过数学归纳法

推导出, 即 $\left(\sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!} \right)^m = \sum_{n=0}^{mN} f_m(n) x^n$, 而 $f_m(n) =$

$$\sum_{n_m=0}^N \cdots \sum_{n_2=0}^N \frac{\prod_{i=2}^m 1}{(n - n_2 - n_3 - \cdots - n_m)!!},$$

下面给出该式的

证明过程。

记

$$S_m = \left(\sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!} \right)^m = \sum_{n=0}^{mN} f_m(x) x^n$$

则容易得到

$$S_1 = \sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!}, f_1(n) = \frac{1}{n!}, n = 1, 2, \dots, N$$

对于其他 n , $f_1(n) = 0$, 对 $k=2, 3, \dots$

$$S_k = S_{k-1} \left(\sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!} \right) = \left[\sum_{n_{m-1}=0}^{(m-1)} f_{m-1}(n_{m-1}) x^{n_{m-1}} \right] \left(\sum_{n=0}^N \frac{x^n}{n!} \right)$$

$$= \sum_{n_{m-1}=0}^{(m-1)N} \sum_{n=0}^N f_{m-1}(n_{m-1}) \frac{x^{n+n_{m-1}}}{n!} \quad (18)$$

记 $n_m = n + n_{m-1}$ 。

图 2 中灰色区域为原始 n 和 n_{m-1} 累加围成的区域, 灰色虚线为原始累加的方向。 $n_m = n + n_{m-1}$ 用 /// 表示。只要在灰色区域外 (即 n 小于 0 或者 n 大于 $(m-1)N$) 结果为 0, 则原始累加可用黑线替代。由于 $f_{m-1}(n_{m-1}) = 0$, $n_{m-1} < 0$ 或者 $n_{m-1} > (m-1)N$, 故

$$n_{m-1} = n_m - n$$

$$S_k = \sum_{n_m=0}^{mN} \sum_{n=0}^N f_{m-1}(n_m - n) \frac{x^{n_m}}{(n)!}$$

用交换累加变量表示, 得

$$S_k = \sum_{n=0}^{mN} \sum_{n_m=0}^N f_{m-1}(n - n_m) \frac{x^n}{(n_m)!} \quad (19)$$

记 $f_m(n) = \sum_{n_m=0}^N f_{m-1}(n - n_m) \frac{1}{(n_m)!}$, $n = 1, 2, \dots, mN$,

对于其他 n , $f_m(n) = 0$ 故, 定义 $m \in N, m < 0, \frac{1}{m!!} = 0$

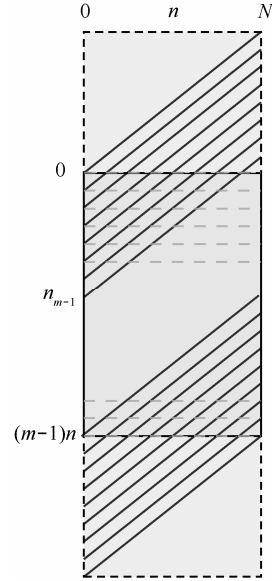


图 2 求和次幂展开式证明

$$f_2(n) = \sum_{n_2=0}^N \frac{1}{(n - n_2)!!} \frac{1}{(n_2)!}$$

$$f_3(n) = \sum_{n_3=0}^N \sum_{n_2=0}^N \frac{1}{(n - n_2 - n_3)!!} \frac{1}{(n_2)!} \frac{1}{(n_3)!}$$

$$f_m(n) = \sum_{n_m=0}^N \cdots \sum_{n_2=0}^N \frac{\prod_{i=2}^m 1}{(n - n_2 - n_3 \cdots - n_m)!!}$$

因此可以得到求和次幂的展开式。为了更好地体现联合网络编码的协作中继选择传输方案的误码率与分集度和编码增益之间的关系, 可以通过误码率渐近表达式进行分析。从 $F_i(x)$ 的表达式中可以求得当发送信噪比足够大时, 所选协作中继节点 \hat{i} 的概率密度函数的渐近表达式为

$$f(x) \simeq \begin{cases} \frac{\prod_{i=1}^N m_{i1}^{m_{i1}-1} \xi_{i1}}{\Gamma(m_{i1})} x^{\xi_{i1}-1} + o(x^{\xi_{i1}-1+\varepsilon}) \\ \gamma_0^{\xi_{i1}} \\ 0 < \varepsilon < 1, m_{i1} < m_{i2} \\ 2^N \frac{\prod_{i=1}^N m_i^{m_i-1} \xi_i}{\Gamma(m_i)} x^{\xi_i-1} + o(x^{\xi_i-1+\varepsilon}) \\ \gamma_0^{\xi_i} \\ 0 < \varepsilon < 1, m_{i1} = m_{i2} = m_i \\ \frac{\prod_{i=1}^N m_{i2}^{m_{i2}-1} \xi_{i2}}{\Gamma(m_{i2})} x^{\xi_{i2}-1} + o(x^{\xi_{i2}-1+\varepsilon}) \\ \gamma_0^{\xi_{i2}} \\ 0 < \varepsilon < 1, m_{i1} > m_{i2} \end{cases} \quad (20)$$

所以, 当 $m_{i1} < m_{i2}$ 时, 高信噪比下用户 $u_j (j=1,2)$ 的平均误码率渐近表达式可表示为

$$P_{BER}^{NC-RS} \simeq \begin{cases} \frac{\prod_{i=1}^N \frac{m_{i1}^{m_{i1}-1}}{\Gamma(m_{i1})} \Gamma(\xi_{i1} + 1/2)}{2\sqrt{\pi}} \gamma_0^{-\xi_{i1}} + o(\gamma_0)^{-\xi_{i1}} & m_{i1} < m_{i2} \\ \frac{\prod_{i=1}^N \frac{m_i^{m_i-1}}{\Gamma(m_i)} \Gamma(\xi_i + 1/2)}{\sqrt{\pi}} \gamma_0^{-\xi_i} + o(\gamma_0)^{-\xi_i} & m_{i1} = m_{i2} = m_i \\ \frac{\prod_{i=1}^N \frac{m_{i2}^{m_{i2}-1}}{\Gamma(m_{i2})} \Gamma(\xi_{i2} + 1/2)}{2\sqrt{\pi}} \gamma_0^{-\xi_{i2}} + o(\gamma_0)^{-\xi_{i2}} & m_{i1} > m_{i2} \end{cases} \quad (21)$$

其中, $\xi_i = \sum_{i=1}^N m_i$, $\xi_{i1} = \sum_{i=1}^N m_{i1}$, $\xi_{i2} = \sum_{i=1}^N m_{i2}$ 。

5 无协作中继选择的网络编码方案性能分析

为进一步了解协作中继选择带来的性能增益, 本节对无协作中继选择时的网络编码方案性能进行分析, 并与所提方案性能做比较。首先, 假定 N 个协作中继节点以正交信道的方式发送, 可通过 STBC 或其他正交方案实现, 因而 N 个协作中继节点之间的数据传输将不会存在干扰的情况。为保证 N 个协作中继节点传输的公平性, 各个协作中继节点以等功率发送信号。接收端收到来自 N 个协作中继节点相互独立的信号, 并将所有接收信号进行合并, 所获得的接收信噪比为

$$\gamma_{\text{combine}}(k) = \frac{\gamma_0}{N} \sum_{i=1}^N |h_{u_j, r_i}(k)|^2 \quad (22)$$

由于 $|h_{u_j, r_i}(k)|^2$ 是服从 Nakagami- m 的随机变量, 即服从参数为 $(m_i, \frac{m_i}{\gamma_0})$ 的 Gamma 分布。为了表达简便, 令 $\frac{m_i}{\gamma_0} = \beta$ 。由 Gamma 分布的性质可知,

$\sum_{i=1}^N |h_{u_j, r_i}(k)|^2$ 将服从参数为 $(\sum_{i=1}^N m_i, \beta)$ 的 Gamma 分布, 并且由随机变量的比例特性 $p_{Y=cX}(y) = p_X(y/c)/c$, $c > 0$ [24] 得到 $\gamma_{\text{combine}}(k)$ 的 PDF 为

$$f_{\gamma_{\text{combine}}(k)}(x) = \frac{(\beta N)^{\sum_{i=1}^N m_i} e^{-\beta N x}}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^N m_i\right) x^{-\sum_{i=1}^N m_i - 1}} \quad (23)$$

对上式进行积分, 可以得到 $\gamma_{\text{combine}}(k)$ 的累积分布函数为

$$F_{\gamma_{\text{combine}}(k)}(x) = \frac{\gamma\left(\sum_{i=1}^N m_i, m_i N x / \gamma_0\right)}{\Gamma\left(\sum_{i=1}^N m_i\right)} \quad (24)$$

为表述方便, 将 $\sum_{i=1}^N m_i$ 替换为 ξ_i , βN 替换为 B , 从而无协作中继选择的网络编码传输方案的平均误码率 $BER^{NC-NO-RS}$ 为

$$BER^{NC-NO-RS} = \frac{1}{2} E\left(Q\left(\sqrt{2\gamma_{\text{combine}}}\right)\right) = \frac{1}{4\sqrt{\pi}\Gamma^2(\alpha)} \int_0^\infty \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \left[\gamma(\xi_i, Bx)\right]^2 dx$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{2} \left[1 - \sqrt{\frac{2\gamma_0}{\xi_i + 2\gamma_0}} \sum_{k=0}^{\xi_i-1} \binom{2k}{k} \left(\frac{1}{4} - \frac{\gamma_0}{2\xi_i + 4\gamma_0}\right)^k \right], & m_i \text{ 为整数} \\ \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \frac{\sqrt{2\gamma_0/\xi_i}}{(1 + 2\gamma_0/\xi_i)^{\xi_i+1/2}} \frac{\Gamma\left(\xi_i + \frac{1}{2}\right)}{\Gamma(\xi_i + 1)}, & \\ {}_2F_1\left(1, \xi_i + \frac{1}{2}; \xi_i + 1; \frac{\xi_i}{\xi_i + 2\gamma_0}\right), & m_i \text{ 为非整数} \end{cases}$$

其中, ${}_2F_1(\cdot)$ 是超几何函数。

当协作中继节点的发送功率很高时, 即 $\gamma_0 \rightarrow 0$, 利用不完全 Gamma 函数的渐近特性, 则 $\gamma_{\text{combine}}(k)$ 累积分布函数的渐近表达式可以表示为

$$F_{\gamma_{\text{combine}}(k)}(x) = \frac{(Bx)^{\xi_i}}{\Gamma(\xi_i + 1)} + o(x^{\xi_i+\varepsilon}), 0 < \varepsilon < 1 \quad (25)$$

对 $\gamma_{\text{combine}}(k)$ 的概率密度函数进行一阶迈克劳林展开, 可以得到

$$f_{\gamma_{\text{combine}}(k)}(x) = \frac{(Nm_i)^{\xi_i} x^{\xi_i-1}}{\Gamma(\xi_i) \gamma_0^{\xi_i}} + o(x^{\xi_i-1+\varepsilon}), 0 < \varepsilon < 1 \quad (26)$$

因此, 在高信噪比的情况下, 利用概率密度函

数和误码率的渐近特性之间的关系^[21]，无协作中继选择的网络编码方案的平均误码率渐近表达式为

$$P_{BER}^{NC-NO-RS} = \frac{2^{\xi_i-1} (m_i N)^{\xi_i} \Gamma(\xi_i + 1/2)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\xi_i + 1)} (b\gamma_0)^{-\xi_i} + o(\gamma_0)^{-\xi_i} \quad (27)$$

其中， b 表示协作中继节点的信号发送所采用的调制方式，当 $b = 2$ 时表示 BPSK 调制。

对比所提方案与无协作中继选择时的网络编码方案的性能后，可以得到所提方案的性能增益为

$$Gain = \begin{cases} \frac{\prod_{i=1}^N \frac{m_{i1}^{m_{i1}-1}}{\Gamma(m_{i1})} \Gamma(\xi_{i1} + 1)}{(m_{i1} N)^{\xi_{i1}}}, & m_{i1} < m_{i2} \\ \frac{\prod_{i=1}^N \frac{m_i^{m_i-1}}{\Gamma(m_i)} \Gamma(\xi_i + 1) 2^N}{(m_i N)^{\xi_i}}, & m_{i1} = m_{i2} = m_i \\ \frac{\prod_{i=1}^N \frac{m_{i2}^{m_{i2}-1}}{\Gamma(m_{i2})} \Gamma(\xi_{i2} + 1)}{(m_{i2} N)^{\xi_{i2}}}, & m_{i1} > m_{i2} \end{cases} \quad (28)$$

其中， $\xi_{i1} = \sum_{i=1}^N m_{i1}$ ， $\xi_{i2} = \sum_{i=1}^N m_{i2}$ 。

6 仿真与分析

本节将通过 Matlab 进行仿真实验以验证本文所提方案的有效性和理论分析的正确性。需要说明的是，本节和理论结果对比的仿真实验是通过 Monte Carlo 实现的。

仿真场景如图 1 所示，双向中继系统中包括 2 个信源节点和 N 个双向中继节点，其中，源节点 S_1 和 S_2 以及各中继节点均配置单根天线，各节点之间的无线信道假设是 Nakagami- m 信道，并且假定信源节点 S_1 和 S_2 与协作中继节点之间的链路的 Nakagami- m ，其中具体场景下的仿真参数设置可参考仿真图上的标注。

仿真的目标是要从这 N 个双向中继节点中选择一个进行网络编码，然后所选的中继节点与信源 S_1 和 S_2 进行数据的传输，本节的仿真不仅验证了联合网络编码的协作中继选择方案理论分析的正确性，而且针对联合网络编码的协作中继选择方案的平均误码率进行了几种情况的对比，从仿

真结果可以比较联合网络编码和双向中继选择系统，在不同的中继选择准则、不同的 m 协作中继数目以及不同的 Nakagami- m 信道参数下的性能变化情况。

从图 3 可以看到用户 $u_j (j=1,2)$ 的平均“误码率”主要受限于误码率较差的用户，并且随着协作中继数目的增加，平均“误码率”逐渐降低，这是由于协作中继数目增加而带来的分集增益导致的，而阵列增益的增加只能将曲线平行推移。同时，还可以看到本文所提基于最小化较差用户误码率的选择准则，与穷举的协作中继选择准则的误码率性能是几乎相同的，这也验证了本文所提方案的有效性以及理论分析的实用性。

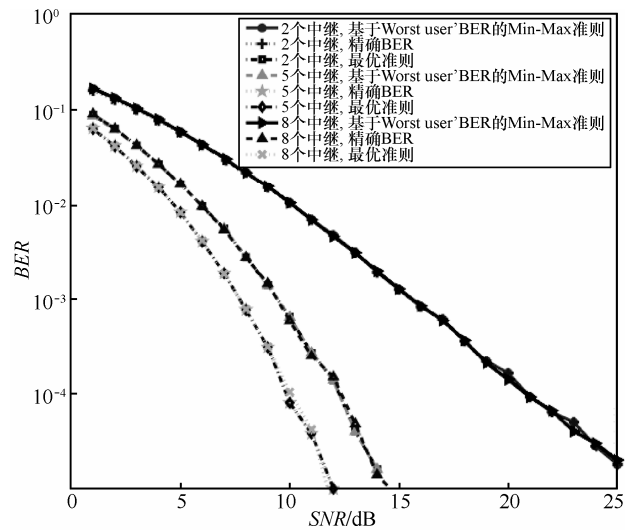


图 3 基于 Min-Max 方案与最优选择方案的用户误码率性能对比

图 4 对比了联合网络编码的协作中继选择方案在不同的协作中继数目和不同的选择方案时的系统性能，从图中可以看到随着协作中继数目的增加，用户端的误码率逐渐降低，这是由协作中继数目的增加所带来的分集增益形成的；并且可以看到最大化和速率的协作中继选择方案与其他选择方案相比性能最差，这是因为在多跳链路的通信中，误码率受限于较差链路性能，而最大化和速率的选择方案^[19,20]会选择其中一跳性能很好的链路而忽略了较差链路的性能。仿真结果图 3 还证明了最大化较差链路的信噪比的协作中继选择方案和最小化较差用户的 BER 的协作中继选择方案有着几乎同样的 BER 性能，并且逼近于最优的选择方案，该处所指的最优选择方案是对协作中继进行穷举后获得的。

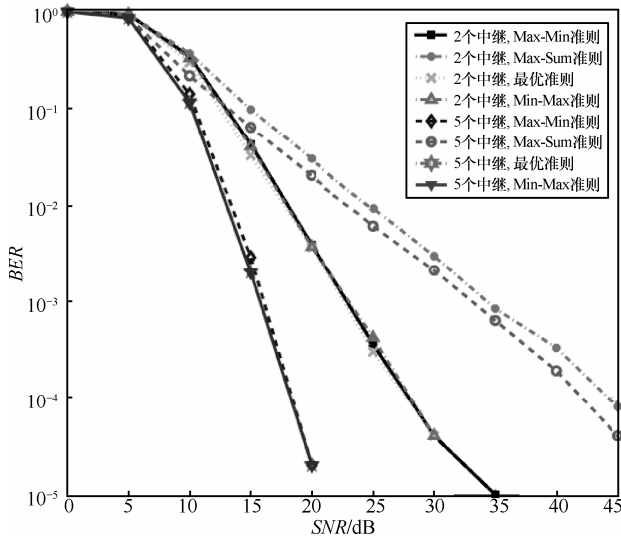


图 4 不同选择方案下用户的误码率性能对比

图 5 给出双向中继系统中断概率的解析结果和仿真结果，其中，信源 S_1 、中继和信源 S_2 的发送信噪比分别为 5 dB、2 dB 和 4 dB，信源 S_1 和 S_2 以及中继节点均为单天线配置，且 Nakagami- m 信道的衰落参数 $m_1=0.2$ ， $m_2=2$ 。从图中可以看到随着中继数目的增加，系统的中断概率逐渐下降。而且从仿真结果可以发现，信源和 S_2 之间的链路 $S_1 \rightarrow R \rightarrow S_2$ 和 $S_2 \rightarrow R \rightarrow S_1$ 的中断概率和系统的中断概率相差不大，这是因为在时分双工的系统，其中一段链路的中断将会导致系统中断概率的增加。

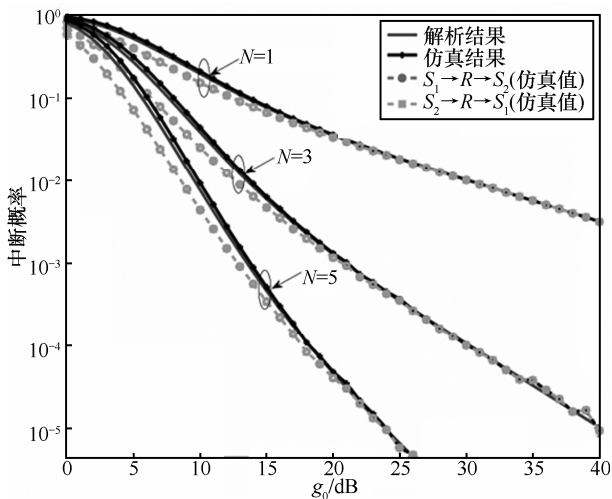


图 5 不同协作中继数的中断概率性能对比

图 6 验证了联合网络编码的协作中继选择方案理论分析的正确性。从图中可以看到随着 Nakagami 信道参数 m_i 的增加，用户 u_j ($j=1,2$) 的误码率逐渐

降低，这是由于 Nakagami 信道参数 m_i 越大，表明端到端的直达链路对系统性能的影响就越大，而直达链路越好，则用户的误码率就越低。同时随着协作中继数目的增加，用户 u_j ($j=1,2$) 的平均误码率也逐渐降低。图中还可以看到理论分析用户的平均误码率的渐近性能，当 Nakagami 信道参数 m_i 越大时，则用户平均误码率的解析式和渐近式随着信噪比的增加均下降较快，并且在信噪比较高时，解析式和渐近式的性能几乎完全重合。图中还可以看到理论分析的用户平均误码率的渐进性能。

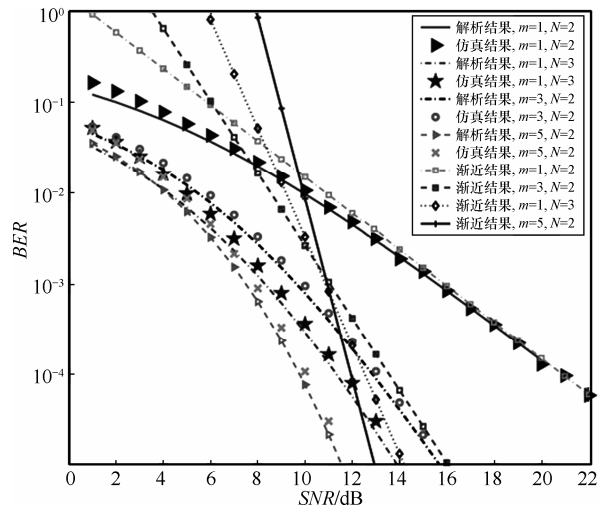


图 6 联合网络编码的协作中继选择方案的性能对比

图 7 给出无协作中继选择时的网络编码方案的性能。由于 Nakagami 信道参数 m_i 越小时，端到端的直达链路对系统性能的影响就越不明显，从图 7 中可以看到当 m_i 较小时，用户的误码率性能较差。同时对比图 6 还可以看到在同样信噪比

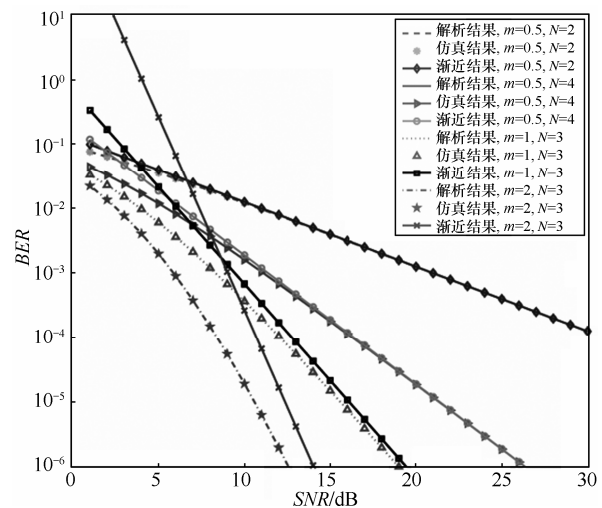


图 7 无协作中继选择时网络编码的性能对比

的条件下, 联合网络编码的协作中继选择方案相比于无协作中继选择时的网络编码方案的性能增益。并且从结果可以看到, 当信噪比越大时, 理论曲线、仿真曲线以及渐近曲线就越接近, 这也印证了式(4)近似的说明。

7 结束语

本文提出了 Nakagami 信道下联合网络编码的协作中继选择方案, 并对该方案进行了理论分析, 推导了 Nakagami 信道下该方案的中断概率和平均误码率性能, 同时获得了信噪比较高时系统的中断概率和误码率的渐近性能, 从推导的渐进性能表达式可以直观地看到所提方案在 Nakagami 信道参数 m_i 和协作中继数不同时所提方案带来的分集增益和阵列增益; 为了进一步说明所提方案带来的性能增益, 本文分析了无协作中继选择时网络编码的性能, 推导了 Nakagami 信道下无协作中继选择时网络编码的中断概率和平均误码率, 并得到了高信噪比时中断概率和平均误码率的渐近性能, 从而得到了所提方案相比于无协作中继选择时的网络编码方案的性能增益。最后通过仿真验证了所提方案的有效性和理论分析的正确性。

参考文献:

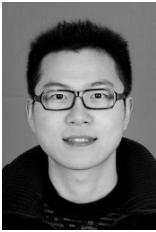
- [1] LANEMAN J N, TSE D N, WORNELL G W. Cooperative diversity in wireless networks: efficient protocols and outage behaviour[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2004, 50(12):3062-3080.
- [2] MADSEN A, ZHANG J. Capacity bounds and power allocation for wireless relay channels[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2005, 51(6):2020-2040.
- [3] MICHALOPOULOS D S, SURAWEEERA H A, KARAGIANNIDIS G K, *et al.* Amplify and forward relay selection with outdated channel estimates[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(5): 1278-1290.
- [4] SOLIMAN S S, BEAULIEU N C. Exact analysis of dual hop AF maximum end to end SNR relay selection[J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(8):2135-2145.
- [5] YANG Z X, ZHANG Q, NIU Z S. Throughput improvement by joint relay selection and link scheduling in relay assisted cellular networks[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(6):2824-2835.
- [6] AHLWEDE R, CAI N, LI S, *et al.* Network information flow[J]. IEEE Transaction on Information Theory, 2000, 46(4):1204-1216.
- [7] KUMAR B R, KUMAR B D. On network coding for sum networks[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2012, 58(1):50-63.
- [8] YANG H J, MENG W X, LI B, *et al.* Physical layer implementation of network coding in two way relay networks[A]. IEEE International Conference on Communications[C]. 2012. 671-675.
- [9] LIN H T, LIN Y Y, KANG H J. Adaptive network coding for broadband wireless access networks[J]. IEEE Transactions on Parallel and Distributed Systems, 2013, 24(1):4-18.
- [10] JIA X D, YANG L X, FU H Y, *et al.* Two way de-noise and forward network coding opportunistic relaying with jointing adaptive modulation relay selection criterions[J]. IET Communications, 2012, 6(2): 194-202.
- [11] LI Y H, RAYMOND H Y, BRANKA V. Relay selection with network coding in two way relay channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2010, 59(9):4489-4499.
- [12] PAN H T, CHEN C K. Single relay selections with amplify forwarding and network coding in two way relay channels[A]. IEEE Computer Science and Service System[C]. 2012.1232-1235.
- [13] HUANG Y M, YANG L X, *et al.* A limited feedback joint precoding for amplify-and-forward relaying[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 58(3):1347-1358.
- [14] 吉晓东, 郑宝玉. 物理层网络编码机会中继及中断性能分析[J]. 电子与信息学报, 2011, 33(5):1186-1192.
- [15] JI X D, ZHENG B Y. Opportunistic relaying and outage analysis for physical-layer network coding[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2011, 33(5):1186-1192.
- [16] LUO J X. A statistical simulation model for correlated nakagami fading channels[A]. IEEE International Conference on Communication Technology[C]. 2000, 2:1680-1684.
- [17] JI B F, SONG K, HUANG Y M, *et al.* A cooperative relay selection for two way cooperative relay networks in nakagami channels[J]. SpringerLink: Wireless Personal Communication, 2012, 71(3): 2045-2065.
- [18] YUAN J, CHEN Z, LI Y, *et al.* Distributed space time trellis codes for a cooperative system[J]. IEEE Transaction on Wireless Communications, 2009, 8(10):4897-4905.
- [19] WANG C, FAN Y, KRIKIDIS I, *et al.* Superposition-coded concurrent decode-and-forward relaying[A]. IEEE International Symposium on Information Theory[C]. 2008 2390-2394.
- [20] SIMON M K, ALOUINI M S. Digital Communication over Fading Channels: a Unified Approach to Performance Analysis[M]. John Wiley & Sons, Inc, 2000.
- [21] THINH P D, JIN S W, HICKHO S, *et al.* Joint relay selection and power allocation for two-way relaying with physical layer network coding[J]. IEEE Communications Letters, 2013, 17(2):301-304.
- [22] WANG Z D, GIANNAKIS G B. A simple and general parameterization quantifying performance in fading channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(8):1389-1398.

- [22] GOLDSMITH A. Wireless Communications[M]. Cambridge University Press, 2005.
- [23] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. San Diego, CA: Academic, 2000.
- [24] PAPOULIS A. Probability, Random Variables, and Stochastic Processes[M]. McGraw-Hill, New York, NY, 1984.



王毅(1985-), 男, 河南三门峡人, 东南大学博士生, 主要研究方向为大规模MIMO、信道估计等。

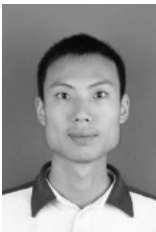
作者简介:



冀保峰(1985-), 男, 河南洛阳人, 博士, 河南科技大学讲师, 主要研究方向为协作传输技术、中继网络、无线局域网、干扰对准等。



黄永明(1977-), 男, 江苏吴江人, 东南大学副教授、博士生导师, 主要研究方向为MIMO信号处理、协作通信等。



宋康(1986-), 男, 山东青岛人, 东南大学博士生, 主要研究方向为网络编码、协作中继传输等。



杨绿溪(1967-), 男, 安徽桐城人, 博士, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为协作通信、MIMO信号处理、干扰管理等。