

基于最小 CIM 准则的 Farrow 结构分数时延估计

于玲^{1,2}, 邱天爽¹

(1. 大连理工大学 电子信息与电气工程学部, 辽宁 大连 116024; 2. 辽宁工业大学 电子与信息工程学院, 辽宁 锦州 112021)

摘要: 提出了一种基于最小相关熵诱导距离 (CIM) 和 Farrow 结构的分数时延估计算法。该算法具有较强的抗脉冲噪声的能力, 且所需观测数据较少, 时延估计结果精度较高。理论分析和仿真实验表明, 所提算法的估计精度和抗脉冲噪声性能均优于基于分数低阶统计量的 LETDE 算法。

关键词: 分数时延估计; 相关熵; 最小 CIM 准则; Farrow 结构

中图分类号: TN911.7

文献标识码: A

Fractional time delay estimation method based on the minimum CIM and the Farrow structure

YU Ling^{1,2}, QIU Tian-shuang¹

(1. Faculty of Electronic Information and Electrical Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116024, China;

2. School of Electronic & Information Engineering, Liaoning University of Technology, Jinzhou 112021, China)

Abstract: A fractional time delay estimation algorithm is proposed which is based on the minimum CIM and the Farrow structure (referred to as MCIMFarrow). The proposed MCIMFarrow algorithm performs well in symmetric Alpha stable noise conditions. And it needs little observation data to gain high accuracy estimation results. The theoretical analyses and the simulation results show that the MCIMFarrow is much better than the LETDE algorithm based on the fractional lower order moments in the accuracy of the time delay estimation and the robustness in impulsive noise conditions.

Key words: fractional time delay estimation; correntropy; minimum CIM criterion; Farrow structure

1 引言

分数时延估计在许多领域有重要的作用, 如医学辅助诊断^[1]、测距^[2]、波束形成^[3]、卫星导航系统^[4]等。分数时延估计算法的精确度是衡量其性能的重要指标。但分数时延估计算法受到噪声干扰时, 可能导致时延估计误差增加甚至导致错误估计结果。故分数时延估计算法的抗噪声性能直接影响其精确度和在实际环境中的应用效果。目前的分数时延估计算法大多建立在高斯噪声的假设上^[1~4], 当信号受到脉冲噪声干扰时, 算法性能会严重下降或失效。文献[5]给出了基于分数低阶矩的 LETDE 算法, 该算法能够消除文献[6]中 ETDE 算法在脉冲噪声条件下的退化现象,

但该算法需要较多数据点数进行迭代, 计算量较大。本文受相关熵思想的启发, 提出了一种基于最小相关熵诱导距离 (CIM) 和 Farrow 结构的分数时延估计算法。该算法具有较强的抗脉冲噪声的能力, 且所需观测数据较少, 时延估计结果精度较高。

2 Farrow 结构分数时延估计

Farrow 结构分数时延滤波器^[7]是 Farrow 在 1988 年提出的。Farrow 结构的分数时延滤波器的频率响应如下

$$H(e^{j\omega}) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} C_{k,l} D^l e^{-j\omega k} \quad (1)$$

其中, $C_{k,l}$ 应满足

收稿日期: 2013-07-23; 修回日期: 2013-10-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61172108, 61139001, 81241059); 国家科技支撑计划基金资助项目(2012BAJ18B06)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (61172108, 61139001, 81241059); The Science and Technology Support Program (2012BAJ18B06)

$$\min \int_{\omega_0}^{\omega_1} \int_{D_0}^{D_1} \left| \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{l=0}^{L-1} C_{k,l} D^l e^{-j\omega k} - e^{-j\omega D} \right|^2 dD d\omega \quad (2)$$

其中, $[\omega_0, \omega_1]$ 为输入信号带宽范围, $[D_0, D_1]$ 为输入信号时延范围。

图 1 为 Farrow 结构分数时延估计算法结构, 可以看出, 该分数时延滤波器部分由 L 个 K 阶 FIR 滤波器组成, 且以分数时延 D 作为输入参数, 相当于用 L 阶 D 的多项式来近似整体的滤波器系数, 这就将 D 独立于具体的滤波器系数, 当输入分数时延 D 发生改变时, 不需改变滤波器整体结构 (不需改变维数 L 和阶数 K) 即可实现对 $x(n)$ 时延的改变, 这种结构非常适合硬件实现, 受到广泛的关注^[8-11]。

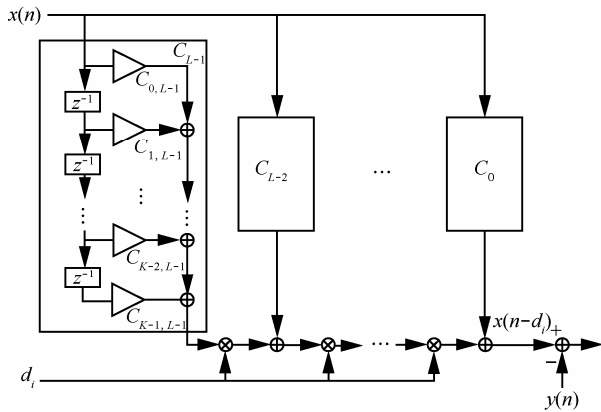


图 1 Farrow 结构分数时延估计算法结构

采用 Farrow 结构分数时延滤波器的分数时延估计算法如下。

设两接收信号的离散模型为

$$x(n) = s(n) + w_1(n) \quad (3)$$

$$y(n) = s(n - D) + w_2(n) \quad (4)$$

其中, D 表示两信号之间的时间延迟, 假设为 $[-0.5, 0.5]$ 之间的小数, $w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 为接收信号中的加性噪声。

使用 Farrow 结构分数时延滤波器对 $x(n)$ 进行时延, 构造一组信号 $x(n - d_i)$, 其中, d_i 为 $[-0.5, 0.5]$ 范围内以固定增量作为步长 t ($0 < t < 1$) 滑动所取的一组值, $i = 1, 2, \dots, \lfloor 1/t \rfloor$, $\lfloor 1/t \rfloor$ 是将 $1/t$ 向下取整, 表示扫描次数 (时延范围长度/步长)。将 $x(n - d_i)$ 分别与 $y(n)$ 相比较, 计算 $x(n - d_i)$ 和 $y(n)$ 之间的均方误差。使两信号之间均方误差最小的 d_i , 即为所求的 $x(n)$ 与 $y(n)$ 的时延估计值 \hat{D} , 即

$$\hat{D} = \arg \min_{d_i} \{E \|x(n - d_i) - y(n)\|^2\} \quad (5)$$

3 基于最小 CIM 准则的 Farrow 结构分数时延估计

3.1 Alpha 稳定分布的概念与对 Farrow 结构分数时延估计的影响

Alpha 稳定分布是高斯分布的一个推广, 满足广义中心极限定理, 能很好地描述实际信号的尖峰脉冲噪声特性。Alpha 稳定分布随机变量 X 的特征函数如式(6)所示。

$$\varphi(u) = \exp \{j\alpha u - \gamma |u|^\alpha [1 + j\beta \operatorname{sgn}(u)\omega(u, \alpha)]\} \quad (6)$$

$$\omega(u, \alpha) = \begin{cases} \tan\left(\frac{\pi\alpha}{2}\right), & \alpha \neq 1 \\ \left(\frac{2}{\pi}\right) \log |u|, & \alpha = 1 \end{cases} \quad (7)$$

其中, 参数 $0 < \alpha \leq 2$ 是特征指数, 表示 Alpha 稳定分布概率密度拖尾的厚度, α 值越小, 表明远离分布中心位置随机变量的概率越大, $\alpha = 2$ 时, Alpha 稳定分布与高斯分布相同; a 是位置参数, 表示分布的均值 ($1 < \alpha \leq 2$) 或中值 ($0 < \alpha < 1$); $\gamma > 0$ 为分散系数, 表明 Alpha 稳定分布的分散程度, 类似于高斯分布的方差, 当 $\alpha = 2$ 时, 分散系数等于方差的一半; $-1 \leq \beta \leq 1$ 为对称参数, 当 $\gamma = 0, \beta = 0$ 时为对称 Alpha 稳定分布 (SaS 稳定分布)。本文所使用的 Alpha 稳定分布均为 SaS 稳定分布。

由于非高斯的 Alpha 稳定分布噪声仅存在 $p < \alpha$ 的 p 阶矩, 不存在有限的二阶矩, 故随机信号受 Alpha 稳定分布噪声干扰时不存在有限的二阶矩。Farrow 结构分数时延估计算法所使用的最小均方误差准则在 Alpha 稳定分布噪声条件下会失效。

3.2 相关熵和 CIM 的概念

相关熵^[12-14]是相关函数的一种推广, 可以作为衡量 2 个随机信号局部相似性的度量, 广泛应用于各种非高斯的信号处理领域^[15-17]。

2 个随机变量 X 和 Y , 其相关熵由式(8)给出。

$$V_\sigma(X, Y) = E[\kappa_\sigma(X - Y)] \quad (8)$$

其中, $\kappa_\sigma(X - Y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left(-\frac{(X - Y)^2}{2\sigma^2}\right)$, $\sigma > 0$ 为核长。若 X 和 Y 分别只有 N 点观测数据 $\{(x(n), y(n))\}_{n=1}^N$, 则 X 和 Y 的相关熵估计值可以由式(9)得到。

$$\hat{V}_{N,\sigma}(X, Y) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \kappa_\sigma(x(n) - y(n)) \quad (9)$$

CIM (correntropy induced metric) 是由相关熵所诱导的度量标准^[13], 具有良好的抗脉冲噪声能力。CIM 的定义式如下

$$\text{CIM}(X, Y) = (\kappa_\sigma(0) - V_\sigma(X, Y))^{1/2} \quad (10)$$

CIM 具有类似于多种范数距离组合的几何意义。当 2 个点距离比较近时, CIM 类似于 L2 范数距离, 这一区域为欧几里德区 (Euclidean zone)。在欧几里德区之外 CIM 类似于 L1 范数距离, 该区域为过渡区 (transition zone)。如两点距离再远, 则 CIM 趋近于 L0 范数距离, 该区域为纠正区 (rectification zone)。

作为距离的度量标准, CIM 满足以下性质: 1) 非负性, 即 $\text{CIM}(X, Y) \geq 0$; 2) 当且仅当 $X = Y$ 时, $\text{CIM}(X, Y) = 0$; 3) 对称性; 4) 三角不等式, $\text{CIM}(X, Z) \leq \text{CIM}(X, Y) + \text{CIM}(Y, Z)$ 。

3.3 基于最小 CIM 准则的 Farrow 结构分数时延估计

本文采用最小 CIM 准则对 Farrow 结构分数时延估计算法进行改进, 称为 MCIMFarrow 算法。

使用 Farrow 结构分数时延滤波器对 $x(n)$ 进行延时, 构造一组信号 $x(n-d_i)$, d_i 为 $[-0.5, 0.5]$ 范围内以固定增量作为步长 t ($0 < t < 1$) 滑动所取的一组值, $i = 1, 2, \dots, \lfloor 1/t \rfloor$ 。按式(11)计算观测信号 $y(n)$ 和 $x(n)$ 这组延时信号 $x(n-d_i)$ 之间的一组相关熵诱导距离 $\text{CIM}(y(n), x(n-d_i))$ 。

$$\text{CIM}(y(n), x(n-d_i)) = \{\kappa_\sigma(0) - \hat{V}_{N,\sigma}[y(n), x(n-d_i)]\}^{1/2} \quad (11)$$

由 CIM 的性质 1) 和性质 2) 可知, 当 $x(n)$ 的这组延时信号 $x(n-d_i)$ 中的某一个趋近于 $y(n)$ 时 $\text{CIM}(y(n), x(n-d_i))$ 取最小值, 设此时的 d_i 为时延估值 \hat{D} , 则有

$$\text{CIM}(y(n), x(n-\hat{D})) \rightarrow \min \quad (12)$$

即

$$\hat{D} = \arg \min_{d_i} (\text{CIM}(y(n), x(n-d_i))) \quad (13)$$

3.4 性能分析

1) SaS 稳定分布条件下 CIM 的有界性

定理 1 若随机信号满足 $x(n) = s(n) + w_1(n)$, $y(n) = s(n-D) + w_2(n)$, 其中, $s(n)$ 有界, $w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 为 SaS 稳定分布噪声, 则 $y(n)$ 和 $x(n)$ 之间的相关熵诱导距离 CIM 有界, 且满足 $0 \leq \text{CIM}(x(n),$

$$y(n)) < \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\right)^{1/2}。$$

证明

$$\begin{aligned} \text{CIM}(x(n), y(n)) &= \{\kappa_\sigma(0) - V_\sigma[x(n), y(n)]\}^{1/2} \\ &= \{\kappa_\sigma(0) - E[\kappa_\sigma(x(n) - y(n))]\}^{1/2} \\ &= \{\kappa_\sigma(0) - E[\kappa_\sigma(s(n) - s(n-D) + w_1(n) - w_2(n))]\}^{1/2} \\ &= \{\kappa_\sigma(0) - E[\kappa_\sigma(s(n) - s(n-D))] - E[\kappa_\sigma(w_1(n) - w_2(n))]\}^{1/2} \end{aligned} \quad (14)$$

由于 $s(n)$ 有界, 则 $E[\kappa_\sigma(s(n) - s(n-D))]$ 有界, 且满足 $0 < E[\kappa_\sigma(s(n) - s(n-D))] \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}$ 。

由于 $w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 为 SaS 稳定分布噪声, 若令 $w(n) = w_1(n) - w_2(n)$, 则由 SaS 稳定分布性质可知, $w(n)$ 同样为 SaS 稳定分布。 $w(n)$ 的特征函数为:

$\varphi(u) = \exp(jau - \gamma|u|^\alpha)$, 其概率密度函数为

$$f(w) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \varphi(u) \exp(-juw) du \quad (15)$$

这样,

$$\begin{aligned} E[\kappa_\sigma(w_1(n) - w_2(n))] &= E[\kappa_\sigma(w(n))] \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_\sigma(w(n)) f(w) dw \end{aligned} \quad (16)$$

将式(15)代入式(16)整理得

$$E[\kappa_\sigma(w(n))] = \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\sigma^2 - \gamma u^\alpha\right) (\cos au) du \quad (17)$$

由于

$$0 < \frac{1}{\pi} \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{1}{2}u^2\sigma^2 - \gamma u^\alpha\right) (\cos au) du \leq \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \quad (18)$$

且由 CIM 的性质 1) 可知

$$\text{CIM}(x(n), y(n)) \geq 0 \quad (19)$$

故

$$0 \leq \text{CIM}(x(n), y(n)) < \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}}\right)^{1/2} \quad (20)$$

定理 1 证毕。

2) 计算量分析

本算法的计算量主要体现在两方面: 即 $\text{CIM}(y(n), x(n-d_i))$ 的计算和 Farrow 结构分数滤波器的系数 $C_{k,l}$ 的计算。 $\text{CIM}(y(n), x(n-d_i))$ 的计算量是由 $y(n)$ 和 $x(n)$ 的数据长度 N 和扫描次数 $T = \lfloor 1/t \rfloor$ 决定的, 计算量为 $O(NT)$ 。 Farrow 结构分

数滤波器的系数 $C_{k,l}$ 计算比较复杂, 国内外有较多文献对其计算方法进行了研究^[18-20]。本文算法中的时延值是一个确定的量, 可以按步长和信号带宽在时延估计之前确定 Farrow 结构的阶数 L 和 K , 并按文献[20]中描述的方法计算系数 $C_{k,l}$ 。而扫描估计时延时, 只需按照计算出的系数 $C_{k,l}$ 和步长查表后对输入信号进行滤波即可, 只有当输入信号的带宽或步长发生改变时才需要对系数 $C_{k,l}$ 重新计算。这样可以显著地减小算法的计算量, 提高计算速度。

3) 步长影响分析

本文算法为扫描式时延估计, 每个步长的扫描速度和时延扫描范围直接影响时延估计的速度, 如需应用于时变时延, 则需将步长适当放大或减小扫描范围以提高算法的时延跟踪能力。扫描步长还对估计精度有一定影响, 步长越小, 估计精度越高, 但估计速度会随步长减小而明显降低。如信噪比较小或需要对时延变化快速跟踪时也可以适当加大步长。

4) Farrow 结构的阶数 L 和 K 讨论

由图 1 和式(1)、式(2)可知, Farrow 结构的阶数 L 代表使用 FIR 滤波器的组数, 即对时延 D 进行多项式插值的阶数, K 代表每组 FIR 滤波器的阶数。 L 和 K 不用选择相同的数值, L 可以相对较小, 即可达到插值的精度要求, 而 K 要尽可能选得大一些, 以保证 FIR 滤波器通带纹波较小。文献[20]指出 $L=7$, $K=34$ 即可适用于大多数的信号处理情况。

5) 整数部分不为零时的时延估计

本文算法适用于时延范围为 $[-0.5, 0.5]$ 的分数时延估计。如需对整数部分不为零时的时延进行估计, 可以用广义类相关熵法^[15] (或其他方法) 先估计时延的整数部分 D_{int} 。由于广义类相关熵法只能在整数采样点上进行时延估计, 故其所得正确时延估计值 D_{int} 与时延真值 D 之间的误差范围为 ± 0.5 , 因此先对 $x(n)$ 直接延迟 D_{int} 获得 $x(n-D_{\text{int}})$, 再对 $x(n-D_{\text{int}})$ 与 $y(n)$ 应用本文算法在 $[-0.5, 0.5]$ 范围内进行时延估计, 获得小数部分时延估计值 \hat{D} , $x(n)$ 与 $y(n)$ 之间完整的时延估计值即为 $D_{\text{int}} + \hat{D}$ 。

4 计算机仿真结果及讨论

取输入信号 $s(n)$ 为载频 10 MHz, 采样频率为 60 MHz, 相对带宽为 40% 的宽带 BPSK 信号, 观测的数据长度是 1 000 点, 真实时延 $D=0.57$ 个单位

采样点, 所加噪声 $w_1(n)$ 和 $w_2(n)$ 为对称 Alpha 稳定分布噪声, 本文算法步长 $t=0.01$, $L=7$, $K=34$ 每次参数变化均进行 500 次蒙特卡罗仿真实验。图 2 为 $\alpha=1.5$ 时, 广义信噪比变化对时延估计值均方误差的影响。广义信噪比定义如式(21)所示, 其中, σ_s^2 是输入信号的方差, γ_w 是 Alpha 稳定分布噪声的分散系数, 单位为 dB。

$$GSNR = 10 \lg(\sigma_s^2 / \gamma_w) \quad (21)$$

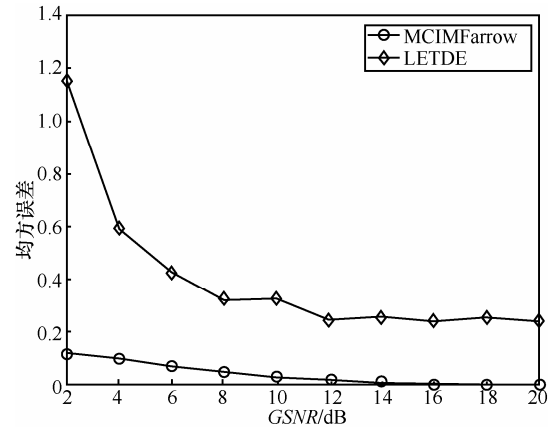


图 2 广义信噪比变化对时延估计值均方误差的影响

图 2 给出了本文算法 (MCIMFarrow) 在广义信噪比变化时时延估计值均方误差的变化, 并与文献[5]的基于分数低阶统计量的 LETDE 算法进行对比。为了保证 LETDE 算法有足够的迭代次数, 以获得较为准确的时延估计值, LETDE 算法使用 15 000 点观测数据, 且将迭代未收敛的时延估计值去掉后求时延估计值的均方误差并与本文算法进行比较。可以看出在广义信噪比为 2~20 dB 时, 本文算法时延估计值的均方误差显著优于基于分数低阶统计量的 LETDE 算法。

图 3 为 $GSNR=10$ dB, 特征指数 α 参数在 1~2 之间变化时上述 2 种算法估计值均方误差的变化。显然, α 在 1~2 之间变化时, 本文算法时延估计值的均方误差比基于分数低阶的 LETDE 算法小, 并且本文算法对高斯噪声同样有效, 且误差很小。

2 种算法运行速度也有较大差异, 在 $GSNR=10$ dB, $\alpha=1.5$ 的情况下, 本文提出的 MCIMFarrow 算法和基于分数低阶的 LETDE 算法的平均运行时间为 0.603 8 s/次和 4.944 7 s/次。本文算法运行速度明显高于 LETDE 算法。

由文献[13]可知通常采用 Silverman 准则迭代确定的核长范围在 $[1.8, 3]$ 之间, 为了验证核长的变

化对本文算法的影响,在 $GSNR = 10 \text{ dB}$, $\alpha = 1.5$ 的情况下,核长 σ 选取 $[0.5, 5]$ 范围变化观察时延估计值均方误差的变化,如图4所示,显然,核长变化对本文算法的准确性影响不大。

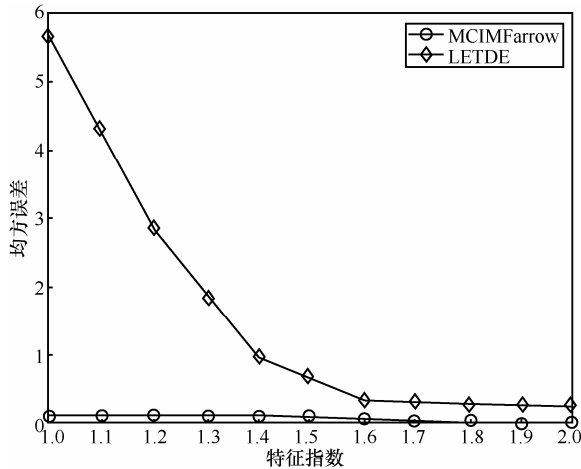


图3 特征指数 α 对时延估计值均方误差的影响

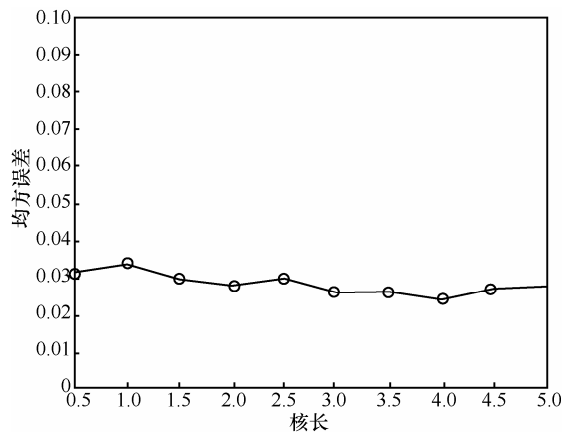


图4 核长对时延估计值均方误差的影响

5 结束语

本文提出一种基于最小 CIM 准则和 Farrow 结构的分数时延估计算法。理论分析和仿真实验表明,该算法具有较强的抗脉冲噪声能力,能在较低 $GSNR$ 下获得较为精确的分数时延估计值,且所用观测数据点数较少,算法简单、有效。与基于分数低阶统计量的 LETDE 算法相比,在准确性、抗脉冲噪声性能和所需数据点数方面具有较大优势。

参考文献:

[1] TOOK C C, SANEI S, RICKARD S, *et al.* Fractional delay estimation

for blind source separation and localization of temporomandibular joint sounds[J]. IEEE Transactions on Biomedical Engineering, 2008, 55(3): 949-956.

[2] OH D, KWAK M, CHONG J W. Subspace-based propagation delay estimation robust to frequency offset for two-way ranging[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(2): 216-219.

[3] FARES S A, DENIDNI T A, AFFES S, *et al.* Fractional-delay sequential blind beamforming for wireless multipath communications in confined areas[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2008, 7(2): 629-638.

[4] SIRBU M, DELFINO E, KOIVUNEN V. A novel method for time delay acquisition in satellite navigation systems[A]. 2004 IEEE Eighth International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications[C]. 2004.726-730.

[5] 郭莹, 邱天爽. 基于分数低阶矩的 LETDE 时延估计算法[J]. 通信学报, 2006, 27(5):12-17.

GUO Y, QIU T S. New time delay estimation method based on the fractional lower order moment[J]. Journal on Communications, 2006, 27(5): 12-17.

[6] SO H C, CHING P C, CHAN Y T. A new algorithm for explicit adaptation of time delay[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 1994, 42(7): 1816-1820.

[7] FARROW C W. A continuously variable digital delay element[A]. IEEE International Symposium on Circuits and Systems[C]. Espoo, Finland, 1988.2641-2645.

[8] RAJAMANI K, LAI Y S, FARROW C W. An efficient algorithm for sample rate conversion from CD to DAT[J]. Signal Processing Letters, 2000, 7(10):288-290.

[9] EGHBALI A, JOHANSSON H, LÖWENBORG P. A class of multi-mode transmultiplexers based on the Farrow structure[J]. Circuits, Systems, and Signal Processing, 2012, 31(3):961-985.

[10] EGHBALI A, JOHANSSON H. Reconfigurable two-stage nyquist filters utilizing the Farrow structure[A]. 2012 IEEE International Symposium on Circuits and Systems (ISCAS)[C]. Seoul, Korea, 2012.3186-3189.

[11] ABBAS M, GUSTAFSSON O, JOHANSSON H. On the fixed-point implementation of fractional-delay filters based on the Farrow structure[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I, 2013, 60(4): 926-937.

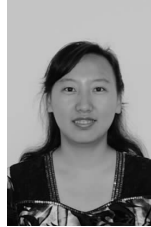
[12] ERDOGMUS D, PRINCIPE J C. Generalized information potential criterion for adaptive system training[J]. IEEE Transactions on Neural Networks, 2002, 13(5): 1035-1044.

[13] LIU W, POKHAREL P P, PRINCIPE J C. Correntropy: properties and applications in non-Gaussian signal processing[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2007, 55(11):5286-5298.

[14] LIU W, Pokharel P P, PRINCIPE J C. Correntropy: a localized similarity measure[A]. International Joint Conference on Neural Networks[C].

- Vancouver, Canada, 2006.4919-4924.
- [15] 邱天爽, 张金凤, 宋爱民等. 脉冲噪声下基于广义类相关熵的 DOA 估计新方法[J]. 信号处理, 2012, 28(4): 463-466.
- QIU T S, ZHANG J F, SONG A M, *et al.* The generalized correntropy-analogous statistics based direction of arrival estimation in impulsive noise environment[J]. Signal Processing, 2012, 28(4):463-466.
- [16] WANG Y, SONG A, FENG E. New time delay estimation algorithms using correntropy selecting kernel adaptively[J]. Journal of Information & Computational Science, 2011, 14(8):3035-3042
- [17] ENSARI T, CHOROWSKI J, ZURADA J M. Occluded face recognition using correntropy-based nonnegative matrix factorization[A]. 2012 11th International Conference on Machine Learning and Applications (ICMLA)[C]. Florida, USA, 2012, 1:606-609.
- [18] HUNTER M T, MIKHAEL W B. A novel Farrow structure with reduced complexity[A]. MWSCAS'09, 52nd IEEE International Midwest Symposium on Circuits and Systems[C]. Cancun, Mexico, 2009. 581-585.
- [19] 吴高奎, 严济鸿, 何子述等. 基于 Farrow 结构的分数时延滤波器[J]. 雷达科学与技术, 2010, 8(3):269-272.
- WU G K, YAN J H, HE Z S, *et al.* Fractional delay filter based on Farrow structure[J]. Radar Science and Technology, 2010, 8(3): 269-272.
- [20] DENG T B. Symmetry-based low-complexity variable fractional-delay FIR filters[A]. ISCIT 2004. IEEE International Symposium on Communications and Information Technology[C]. Sapporo, Japan, 2004.194-199.

作者简介:



于玲 (1979-), 女, 辽宁鞍山人, 大连理工大学博士生, 辽宁工业大学讲师, 主要研究方向为非高斯信号处理。



邱天爽 (1954-), 男, 江苏海门人, 大连理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为数字信号处理的理论与应用等。