

# 基于上行多用户大规模 MIMO 系统能效优化算法

胡莹<sup>1,2</sup>, 冀保峰<sup>3</sup>, 黄永明<sup>1</sup>, 俞菲<sup>1</sup>, 杨绿溪<sup>1</sup>

(1. 东南大学 信息科学与工程学院, 江苏 南京 210096; 2. 江苏科技大学 电子信息学院, 江苏 镇江 212003;  
3. 河南科技大学 信息工程学院, 河南 洛阳 471023)

**摘要:** 针对上行多用户大规模多输入多输出 (MIMO) 系统, 提出了基于能效优化的资源分配方法。所提方法采用迫零(ZF)接收, 以最大化系统能效下界为准则, 系统功率消耗考虑电路功率消耗和发射功率消耗 2 部分, 通过联合调整基站端的发射天线数和用户的数据速率来优化能效函数。首先, 根据目标函数的性质, 证明全局最优速率分配和天线数的存在性和唯一性, 然后, 根据分数规划的性质, 把原始的分数最优化问题转换成减式形式, 进而提出一种新的迭代算法。仿真结果表明, 所提算法以较少迭代次数取得了接近最优算法的性能。

**关键词:** 无线通信; 多输入多输出; 资源分配; 上行系统; 能效

**中图分类号:** TP393.1

**文献标识码:** A

## Energy-efficient optimal algorithm based on uplink multi-user very large MIMO system

HU Ying<sup>1,2</sup>, JI Bao-feng<sup>3</sup>, HUANG Yong-ming<sup>1</sup>, YU Fei<sup>1</sup>, YANG LV-xi<sup>1</sup>

(1. School of Information Science and Engineering, Southeast University, Nanjing 210096, China;

2. Institute of Electronics and Information, Jiangsu University of Science and Technology, Zhenjiang 212003, China;

3. College of Information Engineering, Henan University of Science and Technology, Luoyang 471023, China)

**Abstract:** Using the energy efficiency lower bound as the optimization criterion, a resource allocation algorithm was investigated under uplink multi-user very large MIMO systems. Specifically, both the number of antenna arrays at the BS and the transmit data rate at the user are adjusted to maximize the energy efficiency, in which the power consumption accounts for both transmit power and circuit power, meanwhile the BS uses a zero forcing(ZF) receiver. The existence of a unique globally optimal resource allocation solution was demonstrated by exploiting the properties of objective function. Furthermore, by transforming the originally fractional optimization problem into an equivalent subtractive form using the properties of fractional programming, an iterative resource allocation algorithm was developed to achieve the optimum was developed. Simulation results show that the algorithm converge to a near optimal solution only with a small number of iterations.

**Key words:** wireless communication; MIMO; resource allocation; uplink system; energy-efficient

## 1 引言

无线通信中, 随着多媒体应用需求和高数据传输速率要求不断增加, 无线通信设备的能量消耗急

剧增加。同时, 移动设备电池能量有限且电池技术发展缓慢, 使资源分配的研究热点从先前以最大化系统吞吐量<sup>[1-3]</sup>或最小化系统功率消耗<sup>[4]</sup>为设计准则逐渐转向以最大化能效(即系统的和速率与总功

收稿日期: 2013-09-18; 修回日期: 2014-01-20

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61372101, 61271018, 612001176, 61201172); 国家科技重大专项基金资助项目(2011ZX03003-003-03, 2012ZX03004-005-003, 2013ZX03003006-002); 江苏省科技计划基金资助项目(BE2012167, BK2011019); 教育部博士点新教师基金资助项目(20100092110010)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China(61372101,61271018,612001176,61201172); The National Science and Terchnology Major Project of China(2011ZX03003-003-03, 2012ZX03004-005-003,2013ZX03003006-002); Research Project of Jiangsu Province(BE2012167, BK2011019); PhD Programs Foundation of Ministry of Education of China (20100092110010)

率的比)为设计准则<sup>[5-14]</sup>。文献[8]研究了 OFDMA 移动通信系统的能效设计问题,在考虑用户公平性和 QoS 要求的情况下,给出了最优和次优的算法。文献[9]把能效作为性能指标,给出了链路自适应资源分配算法。文献[11]研究了多用户 OFDMA 移动通信下行系统的能效设计问题,在考虑每个用户的 QoS 要求下,提出了一种用户调度和速率分配的策略。

多输入多输出(MIMO)技术被认定为下一代多用户宽带无线通信系统中的关键技术之一。文献[15]指出,大规模 MIMO 系统中,当存在大规模天线阵列时,原本随机的因素开始趋向确定,因此可以忽略小尺度衰落的影响。文献[16]指出,尽管 MIMO 技术能够有效提高系统的吞吐量,与此同时能量消耗也增加了。文献[13]研究了大规模 MIMO 下行 OFDMA 系统中能效资源分配问题,并给出了迭代算法,由于算法包含多层迭代,因此计算复杂度较高。

基于以上分析,本文针对上行多用户大规模 MIMO 系统,以最大化系统能效下界为准则,提出了一种资源分配方法。与文献[12]中忽略大尺度衰落影响,根据目标函数的性质提出了一种迭代算法不同,本文考虑大尺度衰落的影响,首先根据目标函数的性质,证明全局最优速率分配和天线数的存在性和唯一性,然后,根据分数规划的性质,把原始的分式最优化问题转换成减式形式,进而提出一种新的迭代算法。仿真结果表明,所提算法能够以较低的计算复杂度获得接近最优资源分配的性能。

## 2 系统模型

本文考虑一个典型的上行多用户无线通信系统,其中基站端配置  $M$  根发射天线,用以与  $K$  个地理位置分散的单天线移动用户进行通信。假设基站端完全已知信道信息并采用迫零(ZF)接收,文献[15]中指出,在  $M \geq K+1$  的瑞利衰落信道中,用户  $k$  可得到的上行速率下界为

$$r_k = \text{lb}[1 + p_k(M-K)\beta_k] \quad (1)$$

其中,  $\beta_k$  表示用户  $k$  的大尺度衰弱因子。为了简化分析,假设噪声方差为 1,因此  $p_k$  表示归一化的发射信噪比(SNR)。

定义速率向量为

$$\mathbf{R} = [r_1, r_2, \dots, r_k]^T \quad (2)$$

其中,  $[\cdot]^T$  表示矩阵的转置,  $r_k$  表示用户  $k$  的传输速

率。因此,系统吞吐量的下界可以表示为

$$R = \sum_{k=1}^K r_k = \sum_{k=1}^K \text{lb}[1 + p_k(M-K)\beta_k] \quad (3)$$

系统总的发射功率可以表示为

$$P_T(\mathbf{R}, M) = \sum_{k=1}^K p_k = \sum_{k=1}^K \frac{2^{r_k} - 1}{(M-K)\beta_k} \quad (4)$$

系统的功率消耗主要由电路功率消耗和发射功率消耗 2 部分组成。其中,电路功率消耗为

$$P_C(M) = Mp_c \quad (5)$$

其中,  $p_c$  表示每根天线的电路功率消耗。这里的电路功率消耗包括信号传输路径上所有电路模块,如 A/D 转换、D/A 转换、频率合成器、混频器、功率放大等的电能消耗<sup>[17]</sup>。

因此,系统总的功率消耗可以表示为

$$P(\mathbf{R}, M) = P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M) \quad (6)$$

能效下界可以表示为

$$U(\mathbf{R}, M) = \frac{R}{P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)} \quad (7)$$

本文考虑最大化系统的能效下界作为优化目标,即

$$\arg \max_{\mathbf{R}, M} U(\mathbf{R}, M) \quad (8)$$

## 3 能效资源分配

目标函数式(8)是 2 个函数相除的形式,通常这种函数都是非凸的。因此,本节首先根据目标函数的性质,证明全局最优速率分配和天线数的存在性和唯一性,然后根据分数规划的性质,把原始的分式最优化问题转换成减式的形式,进而提出一种新的迭代算法。

首先通过引理 1 来证明全局最优速率分配和天线数的存在性和唯一性,然后给出得到这个全局最优解的充分必要条件。这里首先假设  $M$  是一个正实数,进而对参数  $M$  求偏导。

**引理 1** 对于能效函数  $U(\mathbf{R}, M)$ : 1) 任意给定  $\mathbf{R}$ , 它关于  $M$  是凹函数; 2) 任意给定  $M$ , 它关于  $\mathbf{R}$  是凹函数。

证明见附录 A。

**推论 1** 对于能效函数  $U(\mathbf{R}, M)$ 。

1) 任意给定  $\mathbf{R}$ , 存在一个唯一全局最优天线

数  $M^*$ 。

$$\textcircled{1} \text{ 当 } R \left[ \sum_{k=1}^K \frac{2^{r_k} - 1}{\beta_k} - p_c \right] \geq 0 \text{ 时, } M^* = K +$$

$$\sqrt{\sum_{k=1}^K \frac{2^{r_k} - 1}{p_c \beta_k}}.$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } R \left[ \sum_{k=1}^K \frac{2^{r_k} - 1}{\beta_k} - p_c \right] < 0 \text{ 时, } M^* = K + 1.$$

2) 任意给定  $M$ , 存在一个唯一的全局最优发射速率向量  $\mathbf{R}^* = [r_1^*, r_2^*, \dots, r_K^*]^T$ , 其中,  $r_k^*$  分 2 种情况。

$$\textcircled{1} \text{ 当 } P_T(\mathbf{R}_k^{(0)}, M) + P_C(M) - R_k^{(0)} \bar{P}'_T(\mathbf{R}, M) \geq 0 \text{ 时, } \frac{\partial U(\mathbf{R}, M)}{\partial r_k} \Big|_{\mathbf{R}=\mathbf{R}^*} = 0.$$

$$\textcircled{2} \text{ 当 } P_T(\mathbf{R}_k^{(0)}, M) + P_C(M) - R_k^{(0)} \bar{P}'_T(\mathbf{R}, M) < 0 \text{ 时, } r_k^* = 0.$$

$$\mathbf{R}_k^{(0)} = [r_1, r_2, \dots, r_{k-1}, 0, r_{k+1}, \dots, r_K]^T, \quad R_k^{(0)} = \sum_{j \neq k} r_j.$$

推论 1 给出了获得全局最优发射速率向量和天线数的充分必要条件。证明见附录 B。

由文献[18]可知, 分数形式的目标函数(7)可以转换成减数形式。

### 引理 2

$$q^* = \frac{R^*}{P_T(\mathbf{R}^*, M^*) + P_C(M^*)} = \max_{M, R} \frac{R}{P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)}$$

当且仅当

$$\begin{aligned} & \max_{M, R} R - q^* [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)] \\ & = R^* - q^* [P_T(\mathbf{R}^*, M^*) + P_C(M^*)] \\ & = 0 \end{aligned}$$

其中,  $R \geq 0$ ,  $P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M) > 0$ 。

因此, 目标函数式(8)可以转换为

$$F(q) = \max_{M, R} R - q [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)] \quad (9)$$

当  $2 \sum_{k=1}^K (2^{r_k} - 1) - 2^{r_k} \geq 0$  时, 上式目标函数关于

变量  $\mathbf{R}$  和  $M$  是联合凹的。证明见附录 C。

采用标准的最优化方法, 最优的天线数和发射速率分别为

$$M^* = \left\lfloor \frac{\frac{K}{q \ln 2} + \sqrt{\left(\frac{K}{q \ln 2}\right)^2 - 4p_c \sum_{k=1}^K \frac{1}{\beta_k}}}{2p_c} + K \right\rfloor \quad (10)$$

$$r_k^* = \text{lb} \left[ \frac{(M - K) \beta_k}{q \ln 2} \right] \quad (11)$$

因此, 提出了一种新的迭代方法, 通过优化  $\mathbf{R}^*$ 、 $M^*$  和  $q^*$  来最大化函数  $F$ , 具体算法描述如下。

1) 初始化  $\mathbf{R}^* = \mathbf{R}_0, M^* = M_0, q^* = 0, \varepsilon = 0.01$

2) while  $R^* - q^* [P_T(\mathbf{R}^*, M^*) + P_C(M^*)] > \varepsilon$

3) do  $q^* \leftarrow \frac{R^*}{[P_T(\mathbf{R}^*, M^*) + P_C(M^*)]}$

4) 采用式 (11) 得到速率分配

5) 采用式(10) 得到基站天线数

Return  $q^*, \mathbf{R}^*, M^*$

算法收敛性的证明见附录 D。

由以上分析可知, 在大规模 MIMO 系统中, 基站端可以根据用户的大尺度信息, 对用户进行速率分配和基站端激活天线数的自适应选择, 以达到系统的能效最优。所提算法通过很少的迭代次数得到局部最优解, 文中这个局部最优解是全局最优的。

## 4 仿真结果与分析

仿真中设定用户根据其与本站的距离, 平均分成 3 类, 即  $\beta = [1 \ 0.8 \ 0.5]$ , 每根天线的电路功率消耗  $P_c = 100 \text{ mW}$ , 用户初始化的发射速率向量  $\mathbf{R}_0 = [2.0 \ \dots \ 2.0]^T \text{ bit/s/Hz}$ 。为了进行性能比较, 仿真中的最优算法采用穷举方法, BSAA 算法是文献[9]中所提出的算法。

图 1 给出了不同用户数情况下各算法的能效性能。从图中可以看出, 随着用户数的增加, 系统的能效性能明显提升, 这是因为随着用户数的增加, 系统多用户分集特性更加明显, 从而使系统的能效性能大大增加。从图中还可以看出, 本文所提算法的性能接近最优算法的性能, BSAA 算法的性能与最优算法性能的差距随着用户数的增加先减小再增大, 这是因为 BSAA 算法中优化的参数只有发射速率向量, 并没有考虑基站端发射天线数对能效的影响, 本文仿真时选择的天线数是 70, 因此, BSAA 算法的性能在接近最优天线数时较好, 与最优天线数的差距越大, 则性能越差。

图 2 给出了不同用户数情况下各算法的基站所需天线数性能。从图中可以看出, 随着用户数的增加, 所需要的基站天线数明显增加, 这与式(10)中最优的天线数与用户数成正比相吻合。从图中还可

以看出，本文所提算法的性能接近最优算法的性能，BSAA 算法中天线数固定不变为 70。

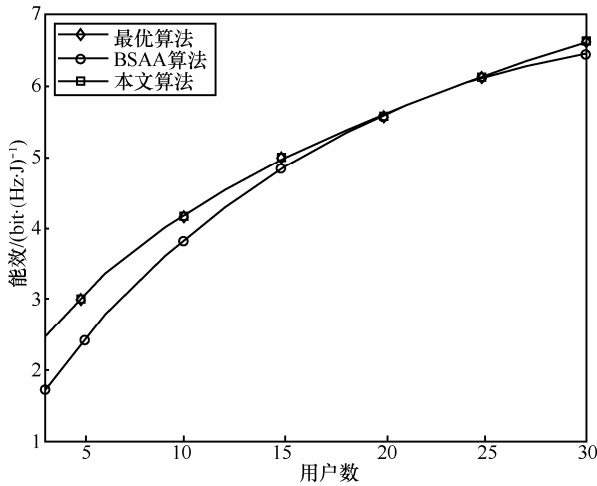


图 1 不同用户数情况下各算法的能效性能

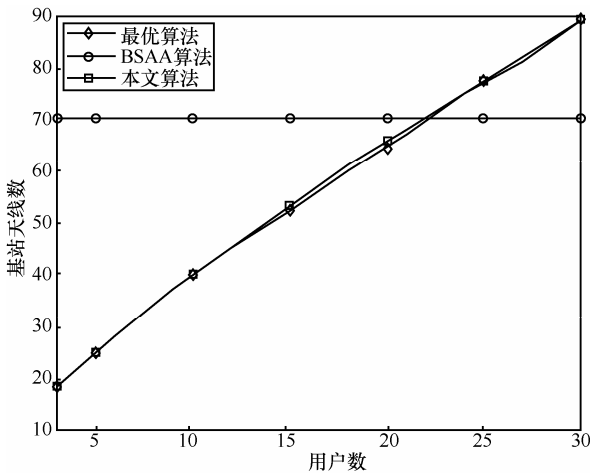


图 2 不同用户数情况下各算法的基站所需天线数性能

图 3 给出了不同用户数情况下各算法的频谱效率性能。从图中可以看出，随着用户数的增加，系统频谱效率明显增加，且本文所提算法的性能接近于最优算法的性能。从图中还可以看出，当用户数较少时，BSAA 算法的频谱效率性能较好，但是，随着用户数的不断增加，本文算法的频谱效率逐渐增加并优于 BSAA 算法的频谱效率性能。这是因为 BSAA 算法采用固定的天线数，结合图 2 可以看出，随着用户数的增加，本文算法的天线数增加，而天线数越多，系统的频谱效率越大。

图 4 给出了不同用户数情况下各算法的发射功率性能。从图中可以看出，发射功率与用户数的变化趋势和频谱效率与用户数的变化趋势一致。这是因为系统的频谱效率与发射功率成正比关系。

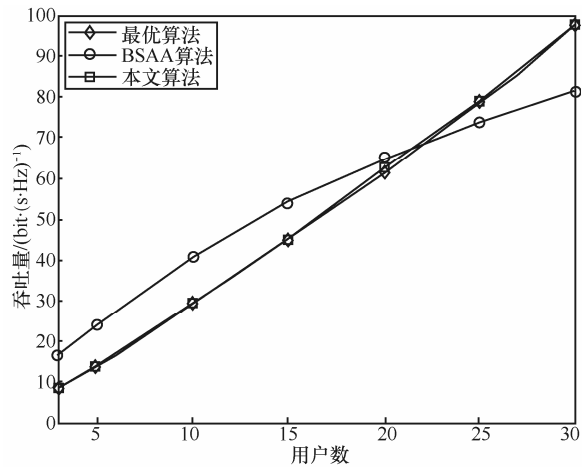


图 3 不同用户数情况下各算法的频谱效率性能

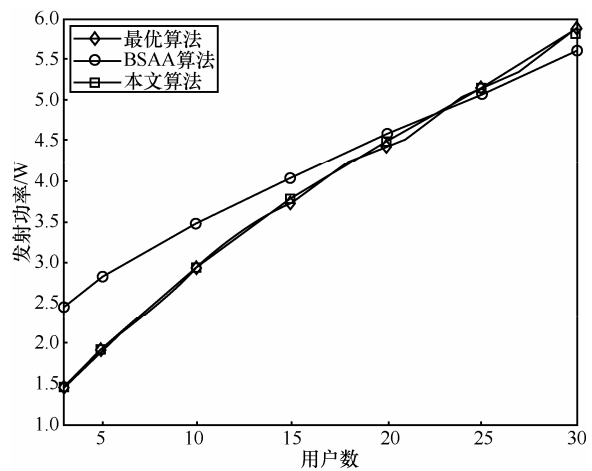


图 4 不同用户数情况下各算法的发射功率性能

图 5 给出了用户数为 30 时，不同迭代次数情况下，本文所提算法与最优算法的能效性能比较。从图中可以看出，本文所提算法在迭代次数为 5 时达到了最优算法能效的 99%。因此，本文所提算法以较少的迭代次数实现了最大化系统能效的目的。

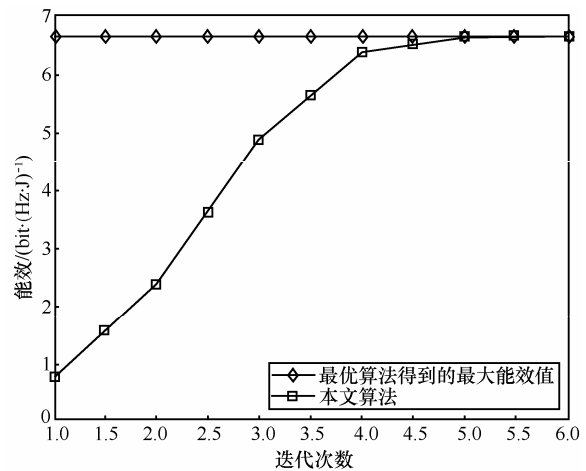


图 5 不同迭代次数情况下本文所提算法与最优算法的能效性能比较

图6给出了不同用户数情况下本文所提算法与最优算法的能效性能比较。在能效表达式(7)中,忽略了快衰落系数,但为了研究实际信道环境下表达式(7)的精确性,仿真中,考虑了快衰落系数,同时采用ZF接收。从图中可以看出,本文基于表达式(7)提出的算法性能接近考虑快衰落系数且采用ZF接收的性能。

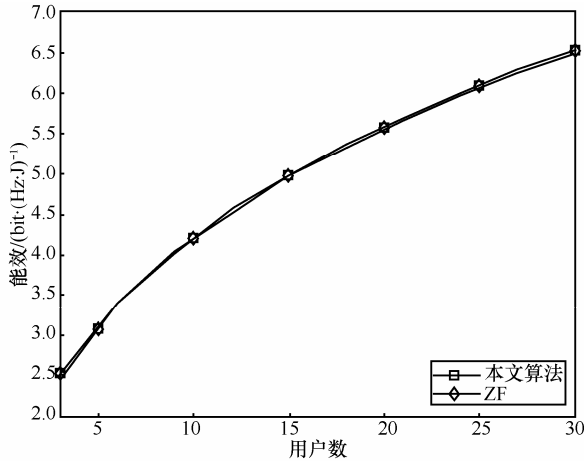


图6 不同用户数情况下本文所提算法与最优算法的能效性能比较

## 5 结束语

本文针对上行多用户大规模MIMO系统,以最大化系统能效下界为准则,对上行多用户大规模MIMO系统中速率分配和天线数选择进行了研究。首先,根据目标函数的性质,证明全局最优速率分配和天线数的存在性和唯一性,然后,根据分数规划的性质,把原始的分式最优化问题转换成减式形式,进而提出一种新的更为有效的迭代算法。仿真结果表明,所提算法能够以较低的计算复杂度获得接近最优资源分配的性能。

## 附录A 引理1的证明

对于任意给定 $\mathbf{R}$ ,定义 $U(\mathbf{R},M)$ 的上限集合为 $S_\alpha = \{M \geq K+1 | U(\mathbf{R},M) \geq \alpha\}$ ,由文献[19]指出,对于实数 $\alpha$ ,当且仅当 $S_\alpha$ 是严格凸的时候,函数 $U(\mathbf{R},M)$ 是准凹的。当 $\alpha \leq 0$ 时,不存在满足 $U(\mathbf{R},M) = \alpha$ 的元素;当 $\alpha > 0$ 时, $S_\alpha = \{M \geq K+1 | \alpha P_T(\mathbf{R},M) + \alpha P_C(M) - R \leq 0\}$ ,因为 $P_T(\mathbf{R},M)$ 和 $P_C(M)$ 关于 $M$ 是严格凸的,因此 $S_\alpha$ 是严格凸的,则函数 $U(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 是凹函数。同理得到对于任意给定 $M$ ,能效函数 $U(\mathbf{R},M)$ 关于 $\mathbf{R}$ 是凹函数。

## 附录B 推论1的证明

1) 能效函数 $U(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 的偏导数为

$$\frac{\partial U(\mathbf{R},M)}{\partial M} = \frac{-R[P_T'(\mathbf{R},M) + P_C'(M)]}{[P_T(\mathbf{R},M) + P_C(M)]^2} \triangleq \frac{\phi(\mathbf{R},M)}{[P_T(\mathbf{R},M) + P_C(M)]^2}$$

其中, $P_T'(\mathbf{R},M)$ 是函数 $P_T(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 的一阶偏导数, $P_C'(M)$ 是函数 $P_C(M)$ 关于 $M$ 的一阶偏导数。根据引理1,存在一个唯一的 $M^*$ 使 $\frac{\partial U(\mathbf{R},M)}{\partial M} \Big|_{M=M^*} = 0$ ,即存在一个唯一的 $M^*$ 使得 $\phi(\mathbf{R},M^*) = 0$ 。下面讨论 $M^*$ 存在的条件。

函数 $\phi(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 的一阶偏导数为

$$\phi'(\mathbf{R},M) = -RP_T''(\mathbf{R},M) < 0$$

其中, $P_T''(\mathbf{R},M)$ 是函数 $P_T(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 的二阶偏导数。因此, $\phi(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 是单调递减的。根据L'Hopital法则

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow \infty} \phi(\mathbf{R},M) &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left\{ -R[P_T'(\mathbf{R},M) + P_C'(M)] \right\} \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left\{ \frac{-R[P_T'(\mathbf{R},M) + P_C'(M)]}{M} \right\} \\ &= \lim_{M \rightarrow \infty} \left[ \frac{-RP_T''(\mathbf{R},M)}{1} M \right] < 0 \end{aligned}$$

由于 $M \geq K+1$ ,其中, $K$ 表示用户数,因此

$$\begin{aligned} \lim_{M \rightarrow K+1} \phi(\mathbf{R},M) &= \lim_{M \rightarrow K+1} \left\{ -R[P_T'(\mathbf{R},M) + P_C'(M)] \right\} \\ &= -R \left[ -\sum_{k=1}^K \frac{2^k - 1}{\beta_k} + p_c \right] \\ &= R \left[ \sum_{k=1}^K \frac{2^k - 1}{\beta_k} - p_c \right] \end{aligned}$$

①当 $R \left[ \sum_{k=1}^K \frac{2^k - 1}{\beta_k} - p_c \right] \geq 0$ 时, $\lim_{M \rightarrow K+1} \phi(\mathbf{R},M) \geq 0$ ,则

$M^*$ 存在,并且 $U(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 是先递增再递减的。

②当 $R \left[ \sum_{k=1}^K \frac{2^k - 1}{\beta_k} - p_c \right] < 0$ 时, $\lim_{M \rightarrow K+1} \phi(\mathbf{R},M) < 0$ ,则

$U(\mathbf{R},M)$ 关于 $M$ 是单调递减的。此时,当 $M = K+1$ 时, $U(\mathbf{R},M)$ 最大。

2) 能效函数 $U(\mathbf{R},M)$ 关于 $r_k$ 的一阶偏导数为

$$\begin{aligned} \frac{\partial U(\mathbf{R},M)}{\partial r_k} &= \frac{P_T(\mathbf{R},M) + P_C(M) - R\bar{P}_T'(\mathbf{R},M)}{[P_T(\mathbf{R},M) + P_C(M)]^2} \\ &\triangleq \frac{\varphi(r_k, M)}{[P_T(\mathbf{R},M) + P_C(M)]^2} \end{aligned}$$

其中, $\bar{P}_T'(\mathbf{R},M)$ 是函数 $P_T(\mathbf{R},M)$ 关于 $r_k$ 的一阶偏导数。根

据引理 1, 存在一个唯一的  $r_k^*$  使  $\frac{\partial U(\mathbf{R}, M)}{\partial r_k} \Big|_{r_k=r_k^*} = 0$ , 即存在一个唯一的  $r_k^*$  使  $\varphi(r_k^*, M) = 0$ 。下面讨论  $r_k^*$  存在的条件。

函数  $\varphi(r_k, M)$  关于  $r_k$  的一阶偏导数为

$$\varphi'(r_k, M) = -R\bar{P}'_T(\mathbf{R}, M) < 0$$

其中,  $\bar{P}'_T(\mathbf{R}, M)$  是函数  $P_T(\mathbf{R}, M)$  关于  $r_k$  的二阶偏导数。因此  $\varphi(r_k, M)$  是单调递减的。根据 L'Hopital 法则

$$\begin{aligned} \lim_{r_k \rightarrow \infty} \varphi(r_k, M) &= \lim_{r_k \rightarrow \infty} [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M) - R\bar{P}'_T(\mathbf{R}, M)] \\ &= \lim_{r_k \rightarrow \infty} \left[ \frac{P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M) - R\bar{P}'_T(\mathbf{R}, M)}{r_k} r_k \right] \\ &= \lim_{r_k \rightarrow \infty} \left[ \frac{-R\bar{P}''_T(r, M)}{1} r_k \right] < 0 \\ \lim_{r_k \rightarrow 0} \varphi(r_k, M) &= \lim_{r_k \rightarrow 0} [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M) - R\bar{P}'_T(\mathbf{R}, M)] \\ &= P_T(\mathbf{R}^{(0)}, M) + P_C(M) - R_k^{(0)}\bar{P}'_T(\mathbf{R}^{(0)}, M) \end{aligned}$$

其中,  $\mathbf{R}_k^{(0)} = [r_1, r_2, \dots, r_{k-1}, 0, r_{k+1}, \dots, r_K]^T$ ,  $R_k^{(0)} = \sum_{j \neq k} r_j$ 。

① 当  $P_T(\mathbf{R}^{(0)}, M) + P_C(M) - R_k^{(0)}\bar{P}'_T(\mathbf{R}^{(0)}, M) \geq 0$  时,

$\lim_{r_k \rightarrow 0} \varphi(r_k, M) \geq 0$ , 则  $r_k^*$  存在, 并且  $U(\mathbf{R}, M)$  关于  $r_k$  是先递增再递减的。

② 当  $P_T(\mathbf{R}^{(0)}, M) + P_C(M) - R_k^{(0)}\bar{P}'_T(\mathbf{R}^{(0)}, M) < 0$  时,

$\lim_{r_k \rightarrow 0} \varphi(r_k, M) < 0$ , 则  $U(\mathbf{R}, M)$  关于  $r_k$  是单调递减的。此时, 当  $r_k = 0$  时,  $U(\mathbf{R}, M)$  最大。

## 附录 C 式(9)的凹凸性证明

不失一般性, 定义函数

$$\begin{aligned} f &= R - q [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)] \\ &= \sum_{k=1}^K r_k - q \left( \sum_{k=1}^K \frac{2^{r_k} - 1}{(M - K)\beta_k} + Mp_C \right) \end{aligned}$$

函数  $f$  的海森矩阵以及海森矩阵的行列式分别为

$$\mathbf{H}(f) = \begin{bmatrix} -qK \frac{2^{r_k} (\ln 2)^2}{(M - K)\beta_k} & qK \frac{2^{r_k} \ln 2}{(M - K)^2 \beta_k} \\ qK \frac{2^{r_k} \ln 2}{(M - K)^2 \beta_k} & -2qK \sum_{k=1}^K \frac{2^{r_k} - 1}{(M - K)^3 \beta_k} \end{bmatrix}$$

$$\det(f) = q^2 k^2 \frac{2^{r_k} (\ln 2)^2}{(M - K)^4} \left[ \frac{2 \sum_{k=1}^K (2^{r_k} - 1) - 2^{r_k}}{(\beta_k)^2} \right]$$

上式不总是非负的, 故函数  $f$  不是凹的, 所以无法直接使用凸优化的方法获得最优解。然而, 当  $r_k \geq 1$  时,  $\mathbf{H}(f)$  是半负定的矩阵, 此时, 函数  $f$  对于  $(\mathbf{R}, M)$  是凹的, 从而能够

利用凸优化的方法求最优解。

## 附录 D 算法 2 收敛性的证明

采用文献[18]中的方法来证明算法 2 的收敛性。首先引入 2 个定理。

**定理 1** 函数  $F(q)$  是单调递减的, 即如果  $q' < q''$ , 则  $F(q'') < F(q')$ 。

**证明** 假设  $\{\mathbf{R}'', M''\}$  最大化  $F(q'')$ , 则

$$\begin{aligned} F(q'') &= \max_{M, \mathbf{R}} R - q'' [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)] \\ &= R'' - q'' [P_T(\mathbf{R}'', M'') + P_C(M'')] \\ &< R'' - q' [P_T(\mathbf{R}'', M'') + P_C(M'')] \\ &\leq \max_{M, \mathbf{R}} R - q' [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)] \\ &= F(q') \end{aligned}$$

**定理 2** 假设  $\{\mathbf{R}', M'\}$  是任意解, 且  $q' = \frac{R'}{P_T(\mathbf{R}', M') + P_C(M')}$ ,

则  $F(q') \geq 0$ 。

**证明**

$$\begin{aligned} F(q') &= \max_{M, \mathbf{R}} R - q' [P_T(\mathbf{R}, M) + P_C(M)] \\ &\geq R' - q' [P_T(\mathbf{R}', M') + P_C(M')] \\ &= 0 \end{aligned}$$

接下来证明算法 2 的收敛性。

1) 首先证明能效  $q$  在每次迭代中是递增的。假设  $q_i \neq q^*$ ,  $q_{i+1} \neq q^*$  分别代表第  $i$  次和  $i+1$  次的能效值。由定理 2 和引理 2 可知  $F(q_i) > 0$ 。定义

$$R = q_{i+1} [P_T(\mathbf{R}_i, M_i) + P_C(M_i)], \text{ 则}$$

$$\begin{aligned} F(q_i) &= R - q_i [P_T(\mathbf{R}_i, M_i) + P_C(M_i)] \\ &= q_{i+1} [P_T(\mathbf{R}_i, M_i) + P_C(M_i)] - q_i [P_T(\mathbf{R}_i, M_i) + P_C(M_i)] \\ &= (q_{i+1} - q_i) [P_T(\mathbf{R}_i, M_i) + P_C(M_i)] \\ &> 0 \end{aligned}$$

由此得到  $q_{i+1} > q_i$ 。

2) 很明显, 如果满足引理 2 的条件, 则能效  $q$  收敛到最优的  $q^*$ , 即  $F(q^*) = 0$ 。

## 参考文献:

- [1] HUANG Y, ZHENG G, BENGTSOON M, *et al.* Distributed multicell beamforming design with limited intercell coordination[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2011, 59(2): 728-738.
- [2] HE S W, HUANG Y M, YANG L X, *et al.* A multi-cell beamforming design by uplink-downlink max-min SINR duality[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2012, 11(8): 2858-2867.
- [3] 韩圣千, 杨晨阳. 多用户 MIMO 系统中基于单天线功率约束的功率分配方法[J]. 通信学报, 2012, 33(10): 71-76.

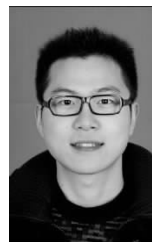
- HAN S Q, YANG C Y. Power allocation under per-antenna power constraints in multiuser MIMO systems[J]. *Journal of Communications*, 2012, 33(10):71-76.
- [4] 李广平, 洗峻, 张广驰等. 和速率约束下衰落高斯MIMO广播信道的和功率优化[J]. *电子学报*, 2009, 37(1):160-164.
- LI G P, XIAN J, ZHANG G C, *et al.* Sum power optimization in fading Gaussian MIMO broadcast channel under the constraint of sum rate[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2009, 37(1):160-164.
- [5] AKBARI A, HOSHYAR R, TAFAZOLLI R. Energy-efficient resource allocation in wireless OFDMA systems[A]. *IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications(PIMRC)*[C]. 2010.1731-1735.
- [6] MIAO G W, HIMAYAT N, LI G Y, *et al.* Low-complexity energy-efficient OFDMA[A]. *IEEE International Conference on Communications(ICC)*[C]. Rio de Janeiro, Brazil, 2009.
- [7] MIAO G W, HIMAYAT N, LI G Y, *et al.* Cross-layer optimization for energy-efficient wireless communications: a survey[J]. *Wireless Communications and Mobile Computing*, 2009, 9(4):529-542.
- [8] XIONG C, LI G Y, ZHANG S Q, *et al.* Energy-efficient resource allocation in OFDMA networks[J]. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, 2012, 60 (12): 3767-3778.
- [9] MIAO G W, HIMAYAT N, LI G Y. Energy-efficient link adaptation in frequency-selective channels[J]. *IEEE Transaction on Wireless Communication*, 2010, 58(2): 545-554.
- [10] MIAO G W, HIMAYAT N, LI G Y, *et al.* Distributed interference-aware energy-efficient power optimization[J]. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, 2011, 10(4):1323-1333.
- [11] 胡莹, 黄永明, 俞菲等. 基于能效优化的用户调度与资源分配算法[J]. *电子与信息学报*, 2012, 34(8): 1950-1955.
- HU Y, HUANG Y M, YU F, *et al.* Energy-efficient optimization based user schedule and resource allocation algorithm[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2012, 34(8): 1950-1955.
- [12] HU Y, XU D F, JI B F, *et al.* Energy-efficient of very large multi-user MIMO systems[A]. *2012 International Conference on Wireless Communications and Signal Processing, WCSP*[C]. Huangshan, China, 2012.
- [13] NG D W K, LO E S, SCHOBBER R. Energy-efficient resource allocation in OFDMA systems with large numbers of base station antennas[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2012, 11(9): 3292-3304.
- [14] NG D W K, LO E S, SCHOBBER R. Energy-efficient resource allocation for secure OFDMA systems[J]. *IEEE Transaction on Vehicle Technology*, 2012, 61(6): 2572-2585.
- [15] NGO H Q, LARSSON E G, MARZETTA T L. Energy and spectral efficiency of very large multiuser MIMO systems[J]. *IEEE Transaction on Communications*, 2013, 61(4): 1436-1449.
- [16] LI G Y, XU Z K, XIONG C, *et al.* Energy-efficient wireless communications: tutorial, survey, and open issues[J]. *IEEE Transaction on Wireless Communications*, 2011, 18 (6): 28-35.
- [17] CUI S G, GOLDSMITH A J, BAHAI A. Energy-efficiency of MIMO and Cooperative MIMO techniques in sensor networks[J]. *IEEE Journal on Selected Areas in Communications*, 2004, 22(6):1086-1098.

- [18] DINKELBACH W. On nonlinear fractional programming[J]. *Management Science*, 1967, 13: 492-498.
- [19] WOLFSTETTER E. *Topics in Microeconomics: Industrial Organization, Auctions, and Incentives*[M]. Cambridge University Press, 1999.

## 作者简介:



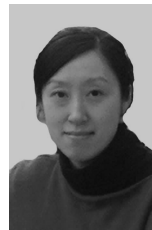
胡莹(1981-), 女, 江苏金坛人, 东南大学博士生, 江苏科技大学讲师, 主要研究方向为MIMO通信信号处理、多用户信号处理、绿色通信和动态资源分配。



冀保峰(1985-), 男, 河南洛阳人, 博士, 河南科技大学讲师, 主要研究方向为无线局域网、无线通信中的中继技术、协作通信等。



黄永明(1977-), 男, 江苏吴江人, 博士, 东南大学副教授, 主要研究方向为MIMO通信信号处理、多用户通信信号处理和协作通信。



俞菲(1980-), 女, 江苏南京人, 博士, 东南大学讲师, 主要研究方向为下一代移动通信系统中的关键技术。



杨绿溪[通信作者](1964-), 男, 安徽桐城人, 博士, 东南大学教授、博士生导师, 主要研究方向为移动通信实时信号处理、协作通信和网络编码。  
E-mail: lxyang@seu.edu.cn.