

基于变分模型的梯度域色阶映射算法

席志红, 赵蓝飞, 张驰, 张忠民

(哈尔滨工程大学 信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对梯度域动态范围压缩算法存在伪边缘以及局部细节扭曲等现象, 提出了一种基于变分模型的梯度域色阶映射方法。首先, 在梯度域内构造了一个既能够压缩图像的动态范围又能够保证边缘与细节信息的变分模型; 其次, 将 Gibbs 采样的思想引入到最速下降法中, 在求解变分模型最优解的同时有效地提高了无约束最优算法的收敛速度; 最后通过改进的最速下降法得到变分模型最优解。实验结果表明该算法能够有效地去除光晕, 得到细节保持完好的低动态范围图像。另外, 改进的最速下降法保证了算法的实时性。

关键词: 高动态范围图像; 梯度域; 变分模型; 最速下降法; Gibbs 采样; 泊松方程

中图分类号: TP391.41

文献标识码: A

Tone mapping based on variational model in gradient domain

XI Zhi-hong, ZHAO Lan-fei, ZHANG Chi, ZHANG Zhong-min

(College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China)

Abstract: Due to the low dynamic range image which was generated by the gradient domain high dynamic range compression algorithm contain the artificial boundaries and local detail distortions, a variational model in gradient domain was proposed to improve the performance of the traditional algorithm. First of all, a variational model in gradient domain was introduced to compress dynamic range, meanwhile details and edges were preserved simultaneously. Afterwards, the rate of convergence was improved by introducing the ideology of Gibbs sampler. Eventually, the improved method was employed to obtain the optimal solution of the variational model. Experimental results demonstrate that proposed algorithm reduces the degree of artificial boundaries, meanwhile low dynamic range image represents excellent capacity of detail preservation. Moreover, the real-time performance is guaranteed by the improved steepest descent method.

Key words: high dynamic range image; gradient domain; variational model; steepest descent method; Gibbs sampler; Poisson equation

1 引言

普通显示设备的最大动态范围只有 100:1, 远小于自然界中可见光所能达到的动态范围。这种动态范围不兼容现象导致显示设备输出图像的明暗对比非常剧烈, 图像的内容、细节无法分辨。因此, 如何在低动态范围的显示设备上显示高动态范围图像 (HDRI, high dynamic range image) 已经成为数字图像处理领域的一个热点的研究方向^[1]。近年来, 色阶映射^[2]已经成为一种非常有效的显示技术,

它的核心思想是将 CCD 传感器采集到的或是人工合成的高动态范围图像按照一定的映射方法转化为显示设备所能接受的低动态范围图像 (LDRI, low dynamic range image)。

色阶映射方法主要分为以下几类: 全局映射算子、局部映射算子、retinex 理论、梯度域衰减算法^[3]。其中, 全局映射算子和局部映射算子实现较为简单, 算法的开销较小, 得到的 LDRI 存在层次感较差, 对比度低等问题。Retinex 理论能够在一定程度上抑制光照对于视觉效果的影响, 提取信号中的高频成分从

收稿日期: 2014-04-19; 修回日期: 2014-09-01

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60875025)

Foundation Item: The National Natural Science Foundation of China (60875025)

而重建场景的细节部分。当光照不均匀时,通过 Retinex 理论得到的 LDRI 在高对比度的边缘存在光晕现象^[3]。虽然梯度域衰减算法^[4]能在一定程度上提高了图像的可视化效果,但是生成 LDRI 的细节保持能力以及光晕抑制效果仍有待提高。

为了进一步改善色阶映射方法的性能,本文在梯度域构造了一个具有细节保持以及动态范围压缩能力的变分模型。由于传统的最速下降法收敛速度较慢,本文将 Gibbs 采样的思想引入到最速下降法中,有效地提高了最速下降法的收敛速度。最后本文通过改进后的最速下降法得到变分模型的最优解,即为可以直接显示 LDRI。

2 梯度域衰减算法

假设 s 是 HDRI 的亮度图像, ϕ 是梯度域衰减矩阵, 梯度域衰减可以表示为

$$\mathbf{g}_{x,y} = \phi_{x,y} \nabla s_{x,y} \quad (1)$$

其中, \mathbf{g} 是经过梯度域衰减的梯度幅值矩阵。由式(1)可知, ϕ 在横向和纵向的衰减尺度相同,因此衰减函数只改变了梯度的幅值,梯度的方向在衰减前后始终保持恒定。设 \hat{s} 是通过梯度衰减之后的亮度图像,文献[4]通过松弛法间接地求得 \hat{s} , 表达式如下

$$\hat{s} = \arg \min_{\hat{s}} \iint_{\Omega} |\nabla \hat{s}_{x,y} - \mathbf{g}_{x,y}|^2 dx dy \quad (2)$$

根据变分法原理^[5], 将式(2)代入欧拉-拉格朗日方程得到

$$\Delta \hat{s}_{x,y} = \text{div} \mathbf{g}_{x,y} \quad (3)$$

其中, Δ 是拉普拉斯算子, div 是散度算子。根据文献[5]可知, 式(3)是一个典型的泊松方程, 式(3)的解即为梯度衰减之后的 LDRI。

3 梯度域变分模型

3.1 构造梯度域变分模型

设 \mathbf{u} 是 LDRI 的梯度幅值阵, \mathbf{h} 是 HDRI 的梯度幅值阵, 式(3)可以转化为

$$\Delta \hat{s}_{x,y} = \frac{u_{x,y}}{|\nabla s_{x,y}|} \left(\frac{\partial^2 s_{x,y}}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 s_{x,y}}{\partial^2 y} \right) = u_{x,y} \Delta s_{x,y} |\nabla s_{x,y}|^{-1} \quad (4)$$

其中, \hat{s} 是 LDRI 的亮度图像矩阵。由式(4)可知,

$\Delta s_{x,y}$ 和 $|\nabla s_{x,y}|^{-1}$ 已知, 只要构造梯度幅值矩阵 \mathbf{u} 就能够得到一个类似式(4)形式的泊松方程。为了改进传统的梯度域压缩算法的视觉效果, 变分模型的最优解即为 LDRI 的梯度幅值阵。该模型需要具备以下特点。

首先, 变分模型的主要任务是压缩 HDRI 的动态范围。根据文献[4], 边缘梯度的幅值决定了图像的明暗对比程度, 因此变分模型通过马尔可夫约束项 $u_{x,y}$ 来限定图像的动态范围。当 $u_{x,y}$ 较小时, 图像的空间亮度变化幅度较小; 当 $u_{x,y}$ 较大时, 图像的空间亮度变化幅度较大。

其次, 变分模型需要抑制由梯度衰减所造成的光晕以及图像细节丢失的现象。根据文献[3], 光晕产生的原因是在高对比度的图像边缘附近, LDRI 与 HDRI 存在不一致的二阶导数的零交叉点。在图像的非边缘区域, 图像细节由梯度的变化率决定。因此, 变分模型采用贝叶斯约束项 $|\nabla(u_{x,y} - h_{x,y})|$ 来保证边缘附近的一致零交叉点以及非边缘区域梯度幅值的相似性。当 $|\nabla(u_{x,y} - h_{x,y})|$ 较大时, HDRI 与 LDRI 的细节以及边缘的相似度较小, 变分模型的细节和边缘保持能力较差; 当 $|\nabla(u_{x,y} - h_{x,y})|$ 较小时, HDRI 与 LDRI 的细节和边缘的相似度较高, 变分模型的细节和边缘保持能力较强。

由于二次型具有良好的凸函数性, 所以这里采用二次型对以上 2 项进行处理, 再把它们进行加权并在整个图像平面进行积分就得到了最终的变分模型, 如下所示

$$F[\mathbf{u}] = \iint_{\Omega} \left(\alpha u_{x,y}^2 + \beta |\nabla(u_{x,y} - h_{x,y})|^2 \right) dx dy \quad (5)$$

其中, Ω 是整个图像的平面积分区域, α, β 是权重系数并规定 $0 < \alpha, \beta \leq 1$ 。 α 和 β 的取值分别决定了 HDRI 的动态范围和图像的细节与原始图像的相似程度, 当 α 较大时, 约束项 $u_{x,y}$ 占用的权值较大, 动态范围压缩程度较大; 当 β 较大时, 约束项 $|\nabla(u_{x,y} - h_{x,y})|$ 占用的权值较大, LDRI 的细节保持能力与光晕抑制能力较强。

由式(5)可知, 该变分模型是由 2 个二次型相加的二次规划问题。二次型的系数矩阵是 2 个对角线矩阵, 对角线元素分别是 α 和 β 。因为 $\alpha, \beta > 0$, 所以 2 个二次型具有严格的凸函数性^[6]。文献[7]证

明严格凸函数的和仍然是凸函数, 所以该变分模型具有严格的收敛性并且存在唯一的极小值点。

3.2 最速下降法求解变分模型的最优解

由于变分模型是具有凸函数的性质, 因此可以通过最速下降法^[8]求出式(5)的最优解。假设上标 (k) 表示迭代次数, $\mathbf{u}^{(k)}$ 表示 k 次迭代变分模型对应的最优解。根据最速下降法, 式(5)的最优搜索方向是 $F[\mathbf{u}^{(k)}]$ 的负梯度方向, 根据欧拉—拉格朗日方程, $F[\mathbf{u}^{(k)}]$ 的微分表达式如下

$$\frac{\partial F[\mathbf{u}^{(k)}]}{\partial \mathbf{u}^{(k)}} = \mathbf{W}^{(k)} = \alpha \mathbf{u}^{(k)} - \beta \Delta(\mathbf{u}^{(k)}) - \Delta s \quad (6)$$

第 $k+1$ 次迭代的最优解 $\mathbf{u}^{(k+1)}$ 可以由式(7)确定

$$\mathbf{u}^{(k+1)} = \mathbf{u}^{(k)} - \mu^{(k)} \mathbf{W}^{(k)} \quad (7)$$

其中, $\mu^{(k)}$ 是第 k 次迭代的搜索步长。根据搜索步长的选取方法, 最速下降法分为精确线搜索、Armijo准则、Goldstein条件、两点步长法等方法^[9]。这里以精确线搜索为例, 最优迭代步长满足如下条件

$$\frac{\partial F[\mathbf{u}^{(k+1)}]}{\partial \mu^k} = \frac{\partial F[\mathbf{u}^{(k)} - \mu^{(k)} \mathbf{W}^{(k)}]}{\partial \mu^k} = 0 \quad (8)$$

将式(5)代入式(8)得到精确线搜索的最优迭代步长表达式(推导过程见附录A)。

$$\mu^{(k)} = \frac{\iint_{\Omega} (W_{x,y}^{(k)})^2 dx dy}{\iint_{\Omega} \left(\alpha (W_{x,y}^{(k)})^2 + \beta |\nabla W_{x,y}^{(k)}|^2 \right) dx dy} \quad (9)$$

虽然通过式(6)、式(7)和式(9)能够得到变分模型的最优解, 但是通常情况下该算法需要多次迭代后才能得到最优解, 所以算法的收敛速度较慢。

3.3 基于Gibbs采样的最速下降法

本文提出一种改进的最速下降法用于提高最速下降法的收敛速度, 该算法将Gibbs采样^[10]的思想引入到最速下降法中, 通过递推得到一个随时间变化的步长序列和梯度向量序列从而得到不同时刻的最优解。首先引入一个时间序列 $t=1, 2, \dots, \infty$, 此时空间位置 (x, y) 的亮度值可以展开为一个时间的序列, 记为 $u_{x,y} = \{u_{x,y}(1), u_{x,y}(2), \dots, u_{x,y}(\infty)\}$, 设 r_t 是遍历过程在 t 时刻作用的像素点。根据Gibbs采样的原理^[10], t 时刻的亮度值可以表示为

$$u_{x,y}(t) = \begin{cases} u_{x,y}(t-1) & , (x, y) \neq r_t \\ \Gamma[u_{x,y}(t-1)] & , (x, y) = r_t \end{cases} \quad (10)$$

其中, Γ 是作用于 $t-1$ 时刻的负梯度算子。由式(10)可知, 只有当 $(x, y) = r_t$ 时, 像素 (x, y) 的亮度才会发生改变。根据式(7)可知当 $(x, y) = r_t$ 时, $\Gamma[u_{x,y}(t-1)]$ 可以表示为

$$\Gamma[u_{x,y}(t-1)] = u_{x,y}(t-1) - \mu_{x,y}(t-1) W_{x,y}(t-1) \quad (11)$$

其中, $\mu_{x,y}(t-1)$ 、 $W_{x,y}(t-1)$ 分别表示在引入时间序列 t 后, (x, y) 点在 $t-1$ 时刻的梯度和最优搜索步长。根据式(9), $\mu_{x,y}(t)$ 可以表示为

$$\mu_{x,y}(t) = \frac{\iint_{\Omega} (W_{x,y}(t))^2 dx dy}{\iint_{\Omega} \left(\alpha (W_{x,y}(t))^2 + \beta |\nabla W_{x,y}(t)|^2 \right) dx dy} \quad (12)$$

根据式(6), $W_{x,y}(t)$ 可以表示为

$$W_{x,y}(t) = \alpha u_{x,y}(t) - \beta \Delta[u_{x,y}(t) - s_{x,y}] \quad (13)$$

假设图像的尺寸是 $m \times n$, 由于式(12)的分子和分母都是平面区域的积分运算, 如果在每一时刻都计算积分表达式的值, 则算法遍历一次所需的时间复杂度 $O(m^2 n^2)$ 远大于传统的最速下降法所需的时间复杂度 $O(mn)$ 。

3.4 计算最优步长

为了降低在引入Gibbs采样后, 最速下降法算法所需的时间复杂度, 本文采用由 $t-1$ 时刻递推 t 时刻的最优步长和梯度向量的方法提高算法的运算效率。首先考察梯度向量在时间上的差分格式, 根据式(13)得到如下的差分格式

$$W_{x,y}(t) - W_{x,y}(t-1) = \alpha (u_{x,y}(t) - u_{x,y}(t-1)) - \beta \Delta (u_{x,y}(t) - u_{x,y}(t-1)) \quad (14)$$

将式(14)的右侧部分表示为 $\delta(W_{x,y}(t))$, 将 $W_{x,y}(t)$ 移到等式右侧得到以下递推公式

$$W_{x,y}(t) = W_{x,y}(t-1) + \delta(W_{x,y}(t-1)) \quad (15)$$

根据式(15)可知, t 时刻的梯度向量是由 $t-1$ 时刻的梯度向量与一个增量之和递推而得。根据式(10)和式(11), $u_{x,y}$ 在时间上的差分格式可以表示为

$$u_{x,y}(t) - u_{x,y}(t-1) = \begin{cases} \mu_{x,y}(t-1) W_{x,y}(t-1), & r_t = (x, y) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (16)$$

根据有限差分法^[11], 式(14)中的拉普拉斯项

只与当前坐标位置及其四邻域的亮度值有关。假设算法按照自左而右,自上而下的顺序进行遍历, $\delta(W_{x,y}(t))$ 中的拉普拉斯项可以分段表示为以下形式

$$\Delta[u_{x,y}(t) - u_{x,y}(t-1)] = \begin{cases} \mu_{x,y-1}(t-1)W_{x,y-1}(t-1), & r_t = (x, y-1) \\ \mu_{x-1,y}(t-1)W_{x-1,y}(t-1), & r_t = (x-1, y) \\ 4\mu_{x,y}(t-1)W_{x,y}(t-1), & r_t = (x, y) \\ \mu_{x+1,y}(t-1)W_{x+1,y}(t-1), & r_t = (x+1, y) \\ \mu_{x,y+1}(t-1)W_{x,y+1}(t-1), & r_t = (x, y+1) \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (17)$$

将式(16)和式(17)代入式(14)等号右侧部分,可以得到 $t-1$ 时刻的梯度向量递推表达式 $\delta(W_{x,y}(t-1))$,然后将求出的 $\delta(W_{x,y}(t-1))$ 代入式(15)就可以得到 t 时刻的梯度向量 $W_{x,y}(t)$,再将 $W_{x,y}(t)$ 代入式(12)的分子和分母的积分表达式中

得到最终的最优步长 $\mu_{x,y}(t)$ 。可以看出只有当 r_t 对应的像素点是 (x, y) 或该像素点的四邻域像素时,积分符号中的表达式才需要做相应的递增变换,否则表达式的值与前一时刻的值相同,此时算法的时间复杂度为 $O(mn)$,与传统的最速下降法相同。

4 实验结果与分析

本文采用的硬件平台是 Pentium Dual-Core 2.70 GHz 处理器,仿真环境是 Microsoft Visual Studio 2010。通过 Image Magick 读取 OpenEXR 格式的 HDRI,输出 24 bit 图文件。由于国内外至今还没有一个有效的评价色阶映射方法的标准,算法的性能主要取决于人眼对 LDRI 的主观评价^[12],因此本文对多张 HDRI 进行实验,通过对比在不同参数条件下生成的 LDRI 的主观视觉效果验证了本文算法的有效性。另外,实验部分通过迭代次数、结构相似度系数等指标色阶映射方法进行客观评价,验证了本文方法的有效性。

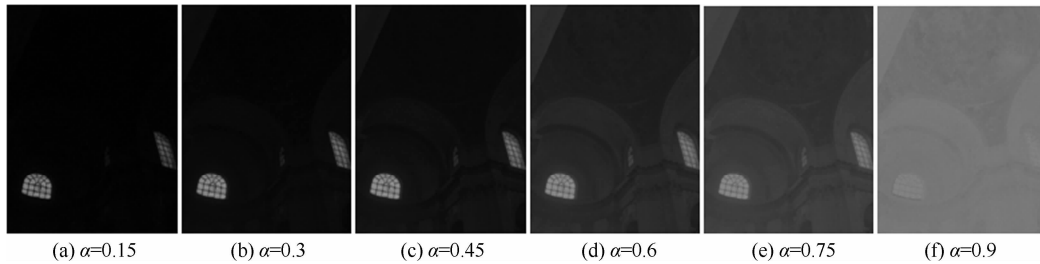


图1 图像 church 在不同的 α 条件下得到的 LDRI

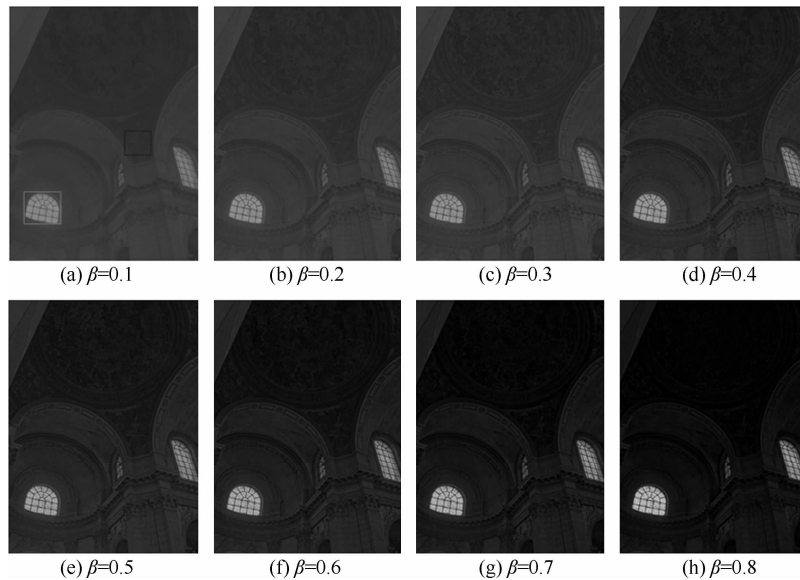
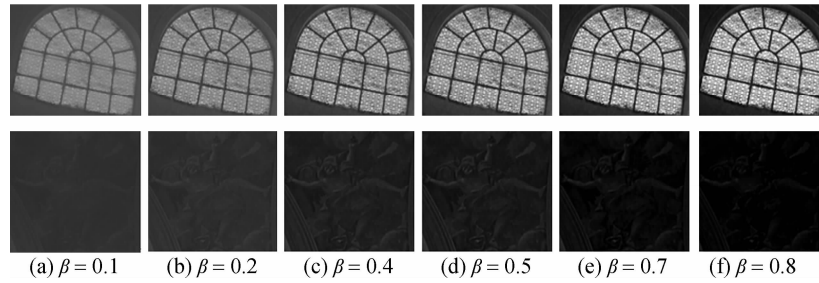


图2 图像 church 在 $\alpha=0.75$ 的条件下,不同的 β 对应的 LDRI

图 3 在 $\alpha=0.75$ 的条件下, LDRI 的局部放大图

4.1 主观视觉效果

考察 2 个可变参数对于生成 LDRI 的影响。首先固定权重系数 $\beta=0.1$, 考察不同的 α 对于视觉效果的影响。图 1 是在不同 α 的条件下, 真实场景 church 生成的 LDRI。

从图 1(a)~图 1(c)可以看出, 当 α 取值较小时, LDRI 的对比度较大, 图像明暗对比较为剧烈, 图像中光照较强部分的可视化效果较好, 但是图像较暗区域的纹理以及细节被亮度较低的阴影现象覆盖, 图像的视觉效果非常差; 当 α 较大时, LDRI 的对比度偏小, 过亮的像素对于人眼的刺激性非常强, 图像的质量较差; 当 α 的值较为适中的情况下, 例如 0.6 或 0.75 时, LDRI 的对比度较为合适, 亮区域与暗区域的图像内容较为清晰, HDRI 的整体视觉效果较好。

其次, 在固定 $\alpha=0.75$ 的条件下, 考察 β 对于 LDRI 的影响。图 2 是在 $\alpha=0.75$ 的条件下, 不同的 β 值对应的 LDRI。图 3 是图 2 (a) 中左下部分以及中间偏右的 2 个矩形区域应的局部放大图。从图 2 和图 3 可以看出, 当 β 取值较小, LDRI 的清晰度较低, 局部细节的较为模糊, 随着 β 的增加, 图像的清晰度越来越高, 但是图像的对比度下降, 导致肉眼无法看清亮度较低的区域。

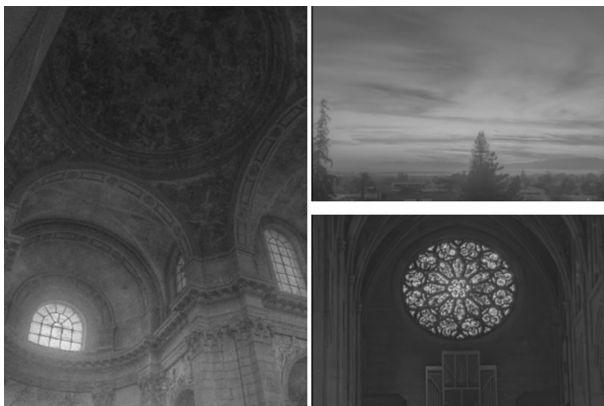


图 4 梯度域衰减算法得到的 LDRI

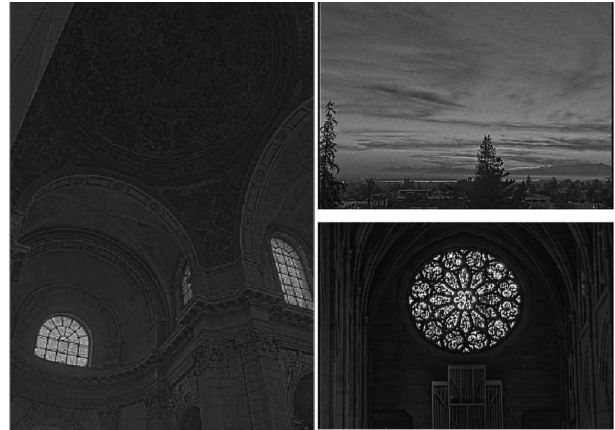
图 5 在 $\alpha=0.75, \beta=0.6$ 条件下, 本文算法得到的 LDRI

图 4 和图 5 分别是梯度域衰减算法和本文算法在 $\alpha=0.75, \beta=0.6$ 条件下得到的 LDRI。从图 4 可知, 梯度域衰减算法得到的 LDRI 整体较为模糊, 图像的整体清晰度较低, 而且在高对比度的图像边缘存在较为严重的伪边缘现象。与图 4 相比本文算法得到 LDRI 的清晰度有较为明显的改善, 伪边缘得到明显的抑制。综上所述, 当选取合适的权重参数时, 本文算法得到的 LDRI 视觉效果优于梯度域衰减算法。

图 6 是分别通过直接显示方法、MSR 算法^[13]、Bilateral 算法^[14]、Photoreceptor 算法^[15]、Drago 算法^[16]以及本文算法对真实场景 studio 进行色阶映射后得到的 LDRI。由图 6 可知, MSR 算法得到的 LDRI 在明暗对比比较高的区域存在明显的重影现象, 例如, 图 6(b)中窗框的边缘部分。Bilateral 算法对于重影现象抑制作用较为明显, 但是生成的 LDRI 的对比度较低, 图像的视觉效果低于 MSR 算法。Photoreceptor 算法得到的 LDRI 对于光线比较暗的区域的视觉效果较差, 例如如图 6 (d) 中木质书架上的纹理无法用肉眼分辨。Drago 算法生成的 LDRI 比 Photoreceptor 算法的视觉效果略高, 但是 LDRI 的暗区域的图像质量提高不明显。本文算法具有明

显的抑制光晕的能力,生成 LDRI 的明暗对比较为合适,图像细节、纹理较为清晰。

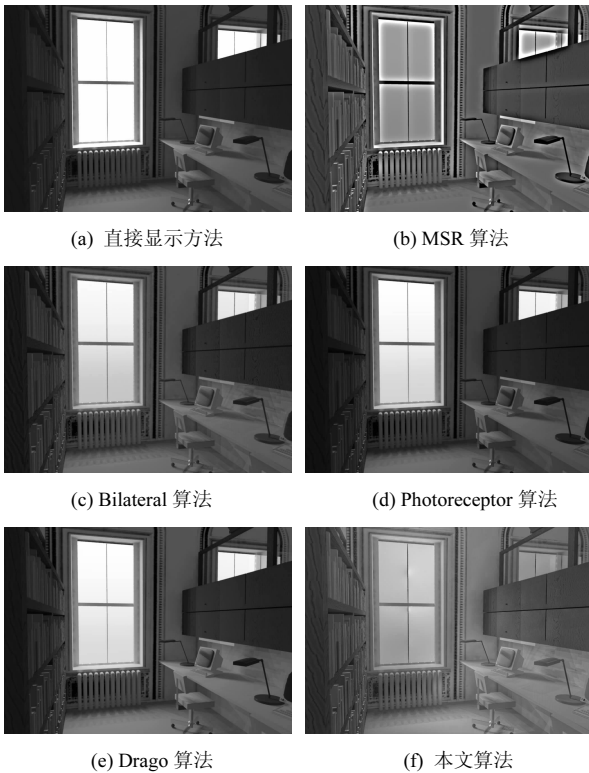


图 6 色阶映射方法得到的 LDRI

4.2 评价指标

本文从 2 个方面评价本文算法的有效性,通过比较改进前后,变分模型收敛所需的迭代次数,验证了 Gibbs 采样能够有效地加快最速下降法的收敛速度;分别在清晰度、相似度、保真度 3 方面对 LDRI 的图像质量进行评价,验证了变分模型的能够得到视觉效果较高的 LDRI。其中本文算法采用的权重参数为 $\alpha = 0.75$, $\beta = 0.5$ 。

4.2.1 基于 Gibbs 采样的最速下降法的性能

为了在相同的条件下比较传统的最速下降法与引入 Gibbs 采样后改进算法的收敛速度,将最速下降法得到的迭代停止条件设定为生成图像的动态范围为 100:1,这个动态范围可以保证主流的显示设备就能够正常的显示 LDRI。表 1 对比了 4 幅 HDRI 在最速下降法改进前后,算法收敛所需要的迭代次数。

从表 1 可以看出,在相同的收敛条件下改进后各算法所需的迭代次数小于改进前所需的迭代次数,改进后所需的迭代次数大致是改进前所需的迭代次数的一半左右,因此 Gibbs 采样能够有

效地提高最速下降法的收敛速度。图 7 是通过最速下降法求解图像 rosette 对应的变分模型的最优解的动态范围曲线,其中,坐标轴的横坐标表示最速下降法的迭代次数,纵坐标是以 10 为底动态范围的对数值。

表 1 变分模型收敛的迭代次数

图像名称	改进前	改进后
church	23	11
sunset	18	9
rosette	24	11
studio	15	8

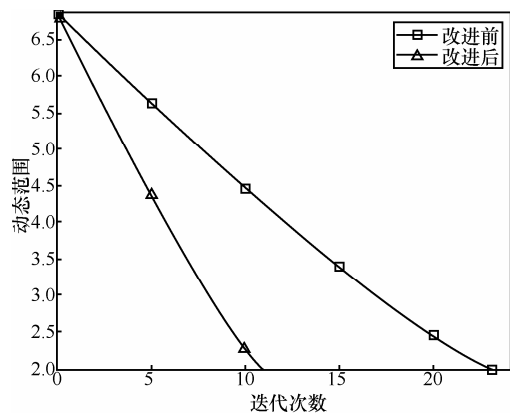


图 7 图像 rosette 的动态范围曲线

由图 7 可知,原始图像动态范围的对数值约为 6.87:1,迭代终止的条件是动态范围的对数值为 2:1,即可正常显示动态范围。随着迭代次数的增加,图像的动态范围逐渐减少,改进后的最速下降法的动态范围下降的幅度大于改进前的幅度,改进后最速下降法的动态范围达到可显示动态范围需要的迭代次数小于改进前所需的迭代次数。

4.2.2 图像质量评价指标

实验部分从 2 个方面分别评价色阶映射算法的性能。一方面,采用文献[17]提出的图像结构相似系数(MSSIM)用于测量 LDRI 与 HDRI 的相似程度。由于 MSSIM 包括 3 个相似度量度,分别是对比度相似度、亮度相似度、结构相似度,HDRI 与 LDRI 在亮度相似度量度方面的差异较大,因此这里将亮度相似度的权重系数由文献[17]中的默认值 1 改为 0.3,从而减小了亮度相似度在整个相似度量度中所占的比例。另一方面,采用文献[18]提出的基于 CSF 特性的无参考图像清晰度评价方法(CFSNRS)对色阶映射算法得到的 LDRI 的图像

质量进行单独评价。由于 CFSNRS 无法有效地评价由光晕引起的非线性失真问题，因此实验部分采用文献[19]提出的对非线性失真具有较高灵敏度的视觉信息保真度系数（VIF）对 CFSNRS 进行补充。表 2 是各算法得到的 LDRI 图像质量的评价指标。

表 2 图像 studio 的图像质量评价系数

算法名称	MSSIM	CFSNRS	VIF
直接显示	0.953	0.425	0.387
MSR	0.834	0.792	0.568
Bilateral	0.771	0.645	0.544
Photoreceptor	0.795	0.501	0.625
Drago	0.801	0.587	0.687
梯度衰减	0.878	0.784	0.656
本文算法	0.899	0.802	0.865

从表 2 可以看出，由于直接显示方法在亮度、对比度、结构信息方面与原始 HDRI 差异度最小，所以直接显示方法的 MSSIM 较高，但是直接显示图像的动态范围超出了显示器能够接受的动态范围，因此输出图像的视觉效果较差。虽然本文算法的 MSSIM 小于直接显示方法，但是相比于其他色阶映射算法，本文算法得到的 LDRI 与原始 HDRI 具有较高的相似度。另外，MSR 方法梯度衰减方法以及本文算法的 CFSNRS 值较高说明这 3 种色阶映射方法能够有效地提高 LDRI 的图像清晰度，但是从图 5 和图 6(d)可以直观地看出，MSR 算法和梯度衰减算法存在由伪边缘以及非线性失真造成的灰度畸变，这种缺陷对于人眼的视觉冲击较为严重，LDRI 整体的视觉效果下降。从 VIF 方面看，MSR 方法以及梯度衰减算法的 VIF 值与本文算法的 VIF 值差距较大说明本文算法对于非线性失真的抑制效果较为明显，生成的 LDRI 能够在有效地抑制伪边缘的条件下，有效地提高可显图像的图像质量，增强了 LDRI 的整体视觉效果。

5 结束语

本文在梯度域构造了一个具有凸函数性质的变分模型，该变分模型在压缩动态范围的同时，保证 LDRI 与 HDRI 的图像细节、边缘信息的一致性。通过 Gibbs 采样提高了最速下降法的收敛速度。最后通过改进的最速下降法得到变分模型的最优解，即为可显示的低动态范围图像。实验结果表明本文算法能够有效地压缩动态范围，变分模型能够有效

地保持原始 HDRI 的细节信息，生成的 LDRI 层次感较强、视觉效果较好，改进的最速下降法够有效地保证算法的实时性。

附录 A 最优迭代步长表达式推导过程

假设 Ω 是图像的原始边界， $\bar{\Omega}$ 是复制边界之后得到的新的图像边界。将式 (5) 代入式 (8) 中得到

$$\frac{\partial F[\mathbf{u}^{(k)} - \mu^{(k)}\mathbf{W}]}{\partial \mu^{(k)}} = \iint_{\Omega} (\alpha(u_{x,y}^{(k)} - \mu^{(k)}W_{x,y})W_{x,y} + \beta \nabla(u_{x,y}^{(k)} - \mu^{(k)}W_{x,y} - h_{x,y}) \nabla W_{x,y}) dx dy = 0 \quad (A1)$$

整理式 (A1) 得到 k 次迭代的最优迭代步长为

$$\mu^{(k)} = \frac{\iint_{\Omega} (\alpha u_{x,y}^{(k)} W_{x,y} + \beta \nabla(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) \nabla W_{x,y}) dx dy}{\iint_{\Omega} (\alpha W_{x,y}^2 + \beta \nabla W_{x,y} \nabla W_{x,y}) dx dy} \quad (A2)$$

根据分部积分法则，式 (A2) 分子的右侧部分可以表示为

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (\nabla(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) \nabla W_{x,y}) dx dy \\ &= \iint_{\Omega} (\operatorname{div}\{\nabla[(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y})W_{x,y}]\}) dx dy - \\ & \iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy \end{aligned} \quad (A3)$$

根据格林公式，式 (A3) 左侧第一项可以转化为在 $\partial\bar{\Omega}$ 上的曲线积分

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (\operatorname{div}\{\nabla[(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y})W_{x,y}]\}) dx dy \\ &= \oint_{\partial\bar{\Omega}} W_{x,y} \left(-\frac{\partial(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y})}{\partial y} dx + \frac{\partial(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y})}{\partial x} dy \right) \end{aligned} \quad (A4)$$

由于变分模型在边界 $\bar{\Omega}$ 上满足 $W_{x,y} = 0$ 的边界条件，所以式 (A3) 可以化简为

$$\iint_{\Omega} (\nabla(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) \nabla W_{x,y}) dx dy = - \iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy \quad (A5)$$

将式 (A5) 右侧部分的二重积分拆成 2 个部分，即原始图像的平面积分区域 Ω 和边界复制之后的图像边界 $\bar{\Omega}$ ，公式如下

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy \\ &= \iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy + \\ & \oint_{\partial\bar{\Omega}} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy \end{aligned} \quad (A6)$$

因为在边界 $\partial\bar{\Omega}$ 上变分模型满足 $W_{x,y} = 0$ 的边界条件，所以式 (A6) 转化为

$$\iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy = \iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy \quad (A7)$$

将式 (A7) 代入式 (A3) 中得到

$$\iint_{\Omega} (\nabla(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) \nabla W_{x,y}) dx dy = \iint_{\Omega} \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y}) W_{x,y} dx dy \quad (A8)$$

再将式 (A8) 代入到式 (A2) 中得到

$$\mu^{(k)} = \frac{\iint_{\Omega} (\alpha u_{x,y}^{(k)} - \beta \Delta(u_{x,y}^{(k)} - h_{x,y})) W_{x,y} dx dy}{\iint_{\Omega} (\alpha |W_{x,y}|^2 + \beta |\nabla W_{x,y}|^2) dx dy} \quad (\text{A9})$$

将式 (6) 代入式 (A8) 的分子部分可以得到 $\mu^{(k)}$ 最终的表达式

$$\mu^{(k)} = \frac{\iint_{\Omega} |W_{x,y}|^2 dx dy}{\iint_{\Omega} (\alpha |W_{x,y}|^2 + \beta |\nabla W_{x,y}|^2) dx dy} \quad (\text{A10})$$

参考文献:

- [1] 杨克虎, 姬靖, 郭建军等. 高动态范围图像和色阶映射算子[J]. 自动化学报, 2009, 35(2): 114-122.
YANG K H, JI J, GUO J J, *et al.* High dynamic range images and tone mapping operator[J]. Acta Automatica Sinica, 2009, 35(2): 114-122.
- [2] 王作省, 邹少芳, 王章野. 高动态图像色调映射技术新进展[J]. 计算机应用研究, 2010, 27(7): 2421-2424.
WANG Z S, ZOU S F, WANG Z Y. Recent tone mapping techniques for high dynamic range images[J]. Application Research of Computers, 2010, 27(7): 2421-2424.
- [3] 赵蓝飞, 席志红. 基于 Mean Shift 的光晕抑制算法[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(7): 1558-1563.
ZHAO L F, XI Z H. Halo inhibition algorithm based on mean shift filter[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(7): 1558-1563.
- [4] FATTAL R, LISEHINSKI D, WERMAN M. Gradient domain high dynamic range compression[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 249-256.
- [5] AUBERT G, VESE L. A variational method in image recovery[J]. SIAM Journal of Numerical Analysis, 1997, 34(5): 1948-1979.
- [6] BERTSEKAS D. Non-Linear Programming[M]. Belmont: Athena Scientific, 1999.
- [7] BOYD P, VANDENBERGHE L. Convex Optimization[M]. New York: Cambridge University Press, 2004.
- [8] DAI Y H, YUAN Y. A nonlinear conjugate gradient method with a strong global convergence property[J]. SIAM Journal of Optimization, 1999, 10(1): 177-182.
- [9] 袁亚湘, 孙文瑜. 最优化理论与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2001.
YUAN Y X, SUN W Y. Theory and Methods of Optimization[M]. Beijing: Science Press, 2001.
- [10] KOZUMI H, KOBAYASHI G. Gibbs sampling methods for Bayesian quantile regression[J]. Journal of Statistical Computation and Simulation, 2011, 81(11): 1565-1578.
- [11] MEERSCHAERT M M, TADJERAN C. Finite difference approximations for fractional advection-dispersion flow equations[J]. Journal Computational and Applied Mathematics, 2004, 172(1): 65-77.
- [12] 席志红, 赵蓝飞. 基于格林函数的动态范围压缩算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2014, 26(4): 581-589.
XI Z H, ZHAO L F. Dynamic range compression algorithm based on Green's function[J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2014, 26(4): 581-589.
- [13] JOBSON D J, RAHMAN Z, WOODDELL G A. Properties and performance of the center/surround retinex[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1997, 6(3): 451-462.
- [14] DURAND F, DORSEY J. Fast bilateral filtering for the display of high dynamic range images[J]. ACM Transactions on Graphics, 2002, 21(3): 257-266.
- [15] DRAGO F, MYZSKOWSKI K, ANNEN T, *et al.* Adaptive logarithmic mapping for displaying high contrast scenes[J]. Computer Graphics Forum, 2003, 22(3): 419-426.
- [16] REINHARD E, DEVLIN K. Dynamic range reduction inspired by photoreceptor physiology[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2005, 11(1): 13-24.
- [17] WANG Z, BOVIK A C, SHEIKH H R. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2004, 13(4): 600-612.
- [18] 范媛媛, 沈湘衡, 桑英军. 基于对比度敏感度的无参考图像清晰度评价[J]. 光学精密工程, 2011, 19(10): 2485-2493.
FAN Y Y, SHEN X H, SANG Y J. No reference image sharpness assessment based on contrast sensitivity[J]. Optics and Precision Engineering, 2011, 19(10): 2485-2493.
- [19] SHEIKH H R, BOVIK A C. Image information and visual quality[J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2006, 15(2): 430-444.

作者简介:



席志红 (1965-), 女, 黑龙江哈尔滨人, 博士, 哈尔滨工程大学教授, 主要研究方向为数字图像处理、嵌入式系统设计、信号与信息处理等。



赵蓝飞 [通信作者] (1985-), 男, 满族, 黑龙江哈尔滨人, 哈尔滨工程大学博士生, 主要研究方向为数字图像处理、嵌入式系统设计、模式识别等。E-mail: zlf82563144@163.com。



张驰 (1978-), 男, 黑龙江哈尔滨人, 硕士, 哈尔滨工程大学讲师, 主要研究方向为电路系统、现代数字通信系统、数字信号处理。



张忠民 (1972-), 男, 回族, 黑龙江克东人, 哈尔滨工程大学副教授, 主要研究方向为模式识别、嵌入式系统设计、电路系统。