

## 基于卫星移动 MIMO 系统的天线相关性性能分析

林源<sup>1,2</sup>, 何元智<sup>2</sup>, 王敬超<sup>2</sup>, 韩寒<sup>1,2</sup>

(1. 解放军理工大学通信工程学院, 江苏 南京 210007; 2. 中国电子设备系统工程公司, 北京 100141)

**摘要:** 研究了卫星移动 MIMO 系统中, 上、下行信道存在阴影衰落和空间相关条件下的系统性能, 利用围线积分、留数定理及特殊函数积分等方法推导了系统中断概率(OP), 平均符号错误概率(SER)的闭合表达式。利用 Monte-Carlo 仿真分析了系统在不同相关系数、天线数目及调制方式下的性能表现。仿真结果表明, 尽管阴影衰落和空间相关性降低了系统性能, 但与单天线系统相比, 卫星移动 MIMO 系统的 OP 及 SER 改善明显。

**关键词:** 卫星通信; MIMO; 天线相关性; 阴影莱斯衰落

中图分类号: TN929.5

文献标识码: A

文章编号: 1000-436X(2014)10-0059-08

## Performance analysis of antenna correlation on land mobile satellite based MIMO systems

LIN Yuan<sup>1,2</sup>, HE Yuan-zhi<sup>2</sup>, WANG Jing-chao<sup>2</sup>, HAN Han<sup>1,2</sup>

(1. College of Communication Engineering, PLA University of Science and Technology, Nanjing 210007, China;

2. Institute of China Electronic System Engineering Corporation, Beijing 100141, China)

**Abstract:** The joint effect of spatial correlation and shadowing of channels on the performance of land mobile satellite MIMO system was analyzed. With the help of contour integral, residue theorem and integral of special functions, closed-form approximations of the outage probability (OP) and the average symbol error rate (SER) were derived. The Monte Carlo simulations results were illustrated through several examples in order to assess the impact of correlation coefficient, the number of antenna and different modulation mode on the performance. It shows that although channel correlation and shadowing degrade system gain, significant performance gains can be obtained by multi-satellite MIMO systems compared to relevant single-input single-output (SISO) ones.

**Key words:** satellite communication; MIMO; antenna correlation; shadowed Rician

### 1 引言

多输入多输出(MIMO)技术作为现代数字通信系统一项突破性技术, 在不消耗额外的频谱和功率资源前提下, 可有效提升系统分集增益, 提高传输速率<sup>[1]</sup>。多项地面无线通信标准(如 IEEE 802.11n, 802.16e, 802.16m, 802.20, 802.22, LTE, DVB-T2 等)均已采用或计划采用该技术。鉴于 MIMO 系统在地面系统中的广泛应用, 近年来, 越来越多的学者开始研究该技术在卫星通信网络中应用的可能性<sup>[2]</sup>。

欧洲航天局(ESA)也相应开展了针对 MIMO 技术在卫星应用的一系列研究<sup>[3~5]</sup>。

由于卫星系统和地面系统应用场景的不同, 使得卫星 MIMO 具有与地面系统不同的信道特征。在卫星移动通信系统中, 一方面, 与地面系统一样, 由于用户的移动性, 使得星地链路传播环境和几何关系非静态, 在城市环境中, 低仰角传播条件下, 当直射分量被完全遮蔽时, 甚至会导致由多径现象产生的非直射信号(NLOS)通信成为可能。另一方面, 对于直射信号(LOS)而言,

收稿日期: 2014-07-04; 修回日期: 2014-09-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61231011, 61032004, 91338201); 国家高技术发展计划(“863”计划)基金资助项目(2012AA121605)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (61231011, 61032004, 91338201); The National High Technology Research and Development Program of China(863 Program)(2012AA121605)

由于卫星侧缺乏有效的散射体，使得移动终端难以获得完全独立的信号分量，接收信号的空间相关性会对系统的中断概率、平均误码率等性能造成影响<sup>[6]</sup>。

在地面系统中，MIMO 技术在中继传输中的应用，近年来得到广泛关注。文献[7]分析了在中继网络中使用多天线可获得显著性能增益。波束成形作为一项可获得完全分集增益的技术，在多天线网络中被广泛采用。其中，最大比值合并(MRC)技术与最大比值发送(MRT)技术，也称作接收和发送波束成形，可最大化接收信噪比(SNR)，在双跳 MIMO 中继网络中应用广泛<sup>[8,9]</sup>。其中，文献[10]和文献[11]分别分析了双跳放大转发(AF)系统在独立的 Rayleigh 信道分布和 Nakagami-*m* 信道分布条件下的中断概率和误码率性能表现。文献[12]将文献[10]的研究延伸到存在信道相关性的情况。

在卫星移动通信系统中，文献[13~15]指出在卫星通信系统中，采用 MIMO 技术可有效提升系统的分集和复用性能。其中，采用多天线技术来提升系统容量的经验和分析模型分别由文献[13]和文献[14]提出。将 MIMO 技术应用于卫星中继网络，可有效提升系统的分集和复用增益。文献[15]分析了采用 MIMO 技术的卫星移动通信系统的中断概率和平均符号错误率性能。然而这些文章都没有考虑信道相关性对系统性能的影响。文献[16]分析了存在信道相关性的条件下，卫星移动 MIMO 系统的性能表现，其分析场景考虑了卫星下行信道与地面中继网络的混合信道，且假设卫星发送端各个信道相互独立，当卫星天线相距较近时，这种假设是不成立的。

本文考虑 2 个卫星移动终端之间的通信，将卫星上、下行信道建模成受阴影遮蔽的 Rician 信道模型<sup>[16]</sup>。并分析了存在卫星天线相关性及信道阴影衰落条件下的卫星移动 MIMO 系统性能。利用围线积分、留数定理、二项式展开及特殊积分求解等方式获得了系统中断概率及平均符号错误率的闭合表达式。Monte-Carlo 仿真验证了分析结果的正确性。

## 2 系统模型

本文考虑采用 AF 方式的卫星移动 MIMO 双跳系统，这里将透明转发卫星当成中继，将上下行传输分别看作一跳。系统场景如图 1 所示。

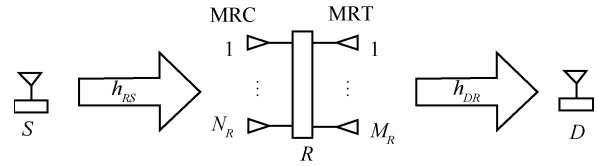


图 1 系统模型

其中 2 个地面移动终端通过卫星多天线进行通信。发送移动终端 S 和接收移动终端 D 均为单天线，卫星中继端 R 有  $N_R$  根接收天线和  $M_R$  根发送天线，R 采用 MRC 接收和 MAT 发送。假设系统采用半双工传输模式，端到端发送需占用 2 个时隙。则卫星接收信号为

$$y_R = \sqrt{P_S} \mathbf{w}_R^H \mathbf{h}_{RS} S + \mathbf{n}_R \quad (1)$$

其中， $P_S$  为发送信号功率， $\mathbf{w}_R \in C^{N_R \times M_R}$  为卫星接收端的波束成形矢量， $S$  为发送信号，且满足  $E\{|S|^2\} = 1$ ， $\mathbf{h}_{RS} \in C^{N_R \times 1}$  为发送端到卫星端的信道系数。 $\mathbf{n}_R \in C^{N_R \times 1}$  为卫星端接收到的噪声矢量，满足  $E[\mathbf{n}_R \mathbf{n}_R^H] = \delta^2 \mathbf{I}_{N_R}$ 。接收端接收到的信号为

$$y_D = \mathbf{h}_{DR} (\sqrt{P_S} \mathbf{w}_R^H \mathbf{h}_{RS} S + \mathbf{n}_R) + n_D \quad (2)$$

其中， $\mathbf{h}_{DR} \in C^{1 \times M_R}$  为卫星端到接收端的信道系数， $n_D$  为接收端噪声，满足  $E[|n_D|^2] = \delta^2$ 。当卫星采用 MRC 接收和 MAT 发送时，最优的  $\mathbf{w}_R \in C^{N_R \times M_R}$  由文献[17]给出

$$\mathbf{w}_R^H = \sqrt{\frac{P_R}{P_S \|\mathbf{h}_{RS}\|^4 \|\mathbf{h}_{DR}\|^2 + \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \|\mathbf{h}_{DR}\|^2 \delta^2}} \mathbf{h}_{DR}^H \mathbf{h}_{RS}^H \quad (3)$$

此时的端到端信噪比(SNR)为

$$\gamma = \frac{\frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2}{\frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 + \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2 + 1} \quad (4)$$

当卫星端噪声可忽略时，最优  $\mathbf{w}_R$  可简化为

$$\mathbf{w}_R^H = \sqrt{\frac{P_R}{P_S \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \|\mathbf{h}_{DR}\|^2}} \mathbf{h}_{DR}^H \mathbf{h}_{RS}^H \quad (5)$$

此时端到端 SNR 为

$$\gamma = \frac{\frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2}{\frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 + \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2} \quad (6)$$

综上，定义端到端 SNR 为

$$\begin{aligned} \gamma &= \frac{\frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2}{\frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 + \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2 + C} \\ &= \frac{\overline{\gamma_1} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \overline{\gamma_2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2}{\overline{\gamma_1} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 + \overline{\gamma_2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2 + C} \\ &= \frac{\overline{\gamma_1 \gamma_2}}{\overline{\gamma_1} + \overline{\gamma_2} + C} \end{aligned} \quad (7)$$

其中,  $\overline{\gamma_1} \triangleq \overline{\gamma_1} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2 \triangleq \frac{P_S}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2$ ,  $\overline{\gamma_2} \triangleq \overline{\gamma_2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2 \triangleq \frac{P_R}{\delta^2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2$ .  $C=1$  为考虑卫星端接收端噪声的情况,  $C=0$  为忽略卫星端噪声的情况。

### 3 信道模型

以上行链路为例, 上行信道主要包含随机阴影衰落的 LOS 信号分量及多径分量, 可借鉴文献[18], 将上行信道建模为相关阴影 Rician 衰落模型。其中随机阴影衰落的 LOS 分量建模为 Nakagami- $m$  分布, 参数  $m$  反应了阴影衰落的严重程度。该模型易于数学处理, 且与卫星移动信道测量数据及经典的 Loo 模型吻合良好<sup>[16,18]</sup>。与传统的 Nakagami- $m$  分布中  $0.5 \leq m < \infty$  不同, 在卫星系统中,  $m$  可以取到零, 即  $0 \leq m < \infty$ , 当  $m=0$  时, LOS 信号被完全遮挡, 信道退化为 Rayleigh 信道。同时由于多径分量的去相关距离小于 LOS 分量, 因此, 在这里只考虑 LOS 分量的空间相关性。

综上, 令  $\mathbf{h}_{RS} = \overline{\mathbf{h}_{RS}} + \mathbf{h}_{wRS}$ , 其中,  $\overline{\mathbf{h}_{RS}}$  为 LOS 分量, 其元素满足相关的 Nakagami- $m$  分布。 $\overline{\mathbf{h}_{RS}}$  为多径分量, 其元素均值为零, 方差为 1/2 的独立的复高斯随机变量。利用类似文献[16]中的相关模型, 将  $\overline{\mathbf{h}_{RS}} = [h_{k1}]_{k=1,2,\dots,N_R}$  由  $m_1 N_R$  个零均值复高斯随机变量来表示

$$\begin{aligned} (G_k)_n &= \sqrt{\frac{\Omega_k}{m_1}} (\sqrt{1-\rho_1} (X_{k1})_n + \sqrt{\rho_1} (X_{01})_n) + \\ & i \sqrt{\frac{\Omega_k}{m_1}} (\sqrt{1-\rho_1} (Y_{k1})_n + \sqrt{\rho_1} (Y_{01})_n) \\ & k=1,2,\dots,N_R, n=1,2,\dots,m_1 \end{aligned} \quad (8)$$

其中,  $i = \sqrt{-1}$ ,  $0 \leq \rho_1 < 1$  为相关系数,  $(X_{k1})_n$ 、 $(Y_{k1})_n$ 、 $(X_{k0})_n$  和  $(Y_{k0})_n$  为零均值, 方差为 1/2 的独立高斯随机变量。对任意  $k, u \in \{0,1,\dots,N_R\}$ ,  $n, v \in \{1,2,\dots,m_1\}$  有

$$\begin{aligned} E[(X_{k1})_n (Y_{u1})_v] &= 0 \\ E[(X_{k1})_n (X_{u1})_v] &= E[(Y_{k1})_n (Y_{u1})_v] \\ &= \frac{1}{2} \delta(k-u) \delta(n-v) \end{aligned} \quad (9)$$

其中,  $\delta(\cdot)$  为 Kronecker delta 函数。任意 2 个随机变量  $(G_k)_n$  与  $(G_u)_v$  之间的互相关系数由式(10)确定。

$$\begin{aligned} \rho_{kn,uv} &= \frac{E[(G_k)_n (G_u)_v^*]}{\sqrt{E[|(G_k)_n|^2] E[|(G_u)_v|^2]}} \\ &= \begin{cases} \rho_1, & k \neq u, n = v \\ 0, & n \neq v \end{cases} \end{aligned} \quad (10)$$

令  $R_k^2 = \sum_{n=1}^{m_1} |(G_k)_n|^2$ , 对任意给定的  $k$ ,  $(G_k)_n$  满足复高斯分布  $(G_k)_n \sim C(0, \Omega_k / 2m_1)$  且相互独立。 $R_k^2$

为  $2m_1$  个独立高斯随机变量的和, 满足  $\chi^2$  分布,  $R_k^2 \sim \chi_{2m_1}^2(0, \Omega_k / 2m_1)$ 。因此,  $R_k$  为 Nakagami- $m$  随机变量, 其均方值为  $E[R_k^2] = \Omega_k$ 。由式(9)可知,  $R_k^2$  与  $R_k^2$  ( $k \neq u$ ) 之间的互相关系数为

$$\rho_{R_k^2, R_u^2} = \frac{E[R_k^2 R_u^2]}{E[R_k^4] E[R_u^4]} = \rho_1^2, \quad k \neq u \quad (11)$$

$R_k$  与  $R_k$  之间的相关系数  $\rho_{R_k, R_u}$  与  $\rho_{R_k^2, R_u^2}$  之间的计算公式为<sup>[19]</sup>

$$\rho_{R_k, R_u} = \frac{\Gamma^2\left(m_1 + \frac{1}{2}\right) \left[ {}_2F_1\left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}; m_1; \rho_{R_k^2, R_u^2}\right) - 1 \right]}{\Gamma(m_1) \Gamma(m_1 + 1) - \Gamma^2\left(m_1 + \frac{1}{2}\right)} \quad (12)$$

其中,  ${}_2F_1(\cdot; \cdot; \cdot)$  为高斯超几何函数。令  $h_{k1} = R_k$ ,  $k=1,2,\dots,N_R$ , 则  $\overline{\mathbf{h}_{RS}}$  构建完毕。下行链路  $\overline{\mathbf{h}_{DR}}$  的构建方式与之类似。

### 4 信道输出 SNR 统计特征

本节推导信道输出 SNR 的统计特征。分别推导  $\overline{\gamma_1} \triangleq \overline{\gamma_1} \|\mathbf{h}_{RS}\|^2$  和  $\overline{\gamma_2} \triangleq \overline{\gamma_2} \|\mathbf{h}_{DR}\|^2$  的累积分布函数 (CDF)。以 S-R 链路为例, 已知  $\mathbf{h}_{RS} = \overline{\mathbf{h}_{RS}} + \mathbf{h}_{wRS}$ , 给定  $\overline{\mathbf{h}_{RS}}$ ,  $\|\mathbf{h}_{RS}\|^2$  服从非中心  $\chi^2$  分布  $\chi_{2N_R}^2(T, \frac{1}{2})$ , 其中,  $T^2 = \|\overline{\mathbf{h}_{RS}}\|^2 = \sum_{k=1}^{N_R} |h_{k1}|^2 = \sum_{k=1}^{N_R} \sum_{n=1}^{m_1} |(G_k)_n|^2$ , 则  $\|\mathbf{h}_{RS}\|^2$  的条件 CDF 为<sup>[20]</sup>

$$F_{\|\mathbf{h}_{RS}\|^2/T}(x/t) = 1 - Q_{N_R}(\sqrt{2t}, \sqrt{2x}) \quad (13)$$

其中,  $Q_N(\cdot, \cdot)$  为阶数  $N$  的归一化 Marcum- $Q$  函数, 则  $\gamma_1 \triangleq \bar{\gamma}_1 \|\mathbf{h}_{RS}\|^2$  的条件 CDF 为

$$F_{\gamma_1/T}(y/t) = 1 - Q_{N_R}(\sqrt{2t}, \sqrt{\frac{2y}{\gamma_1}}) \quad (14)$$

要计算  $\gamma_1$  的非条件 CDF, 首先需计算  $T$  的概率密度函数(PDF)。在此, 令  $Y = T^2$ , 由文献[16]可知, 给定  $(X_{01})_n$  和  $(Y_{01})_n$ ,  $Y \sim \chi_{2m_{N_R}}(S, \lambda^2)$ , 其中

$$\begin{cases} S = \sqrt{\rho_1 \Omega_1 R / m_1} \\ R = \sum_{k=1}^{N_R} \sum_{n=1}^{m_1} [(X_{01})_n^2 + (Y_{01})_n^2] \\ \lambda^2 = (1 - \rho_1) \Omega_1 / 2m_1 \end{cases} \quad (15)$$

且  $Y = T^2$ , 则给定  $R$ ,  $T$  的条件 PDF 为<sup>[20]</sup>

$$f_{T/R}(t/r) = \frac{t^{m_{N_R}}}{\lambda^2 \left( \sqrt{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1} r} \right)^{m_{N_R}-1}} e^{-\frac{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1} r + t^2}{2\lambda^2}} \cdot I_{m_{N_R}-1} \left( \frac{t \sqrt{\rho_1 \Omega_1 r}}{\lambda^2 \sqrt{m_1}} \right) \quad (16)$$

又  $R \sim \chi_{2m_{N_R}} \left( 0, \frac{1}{2} \right)$ , 可求得  $T$  的非条件 PDF 为

$$\begin{aligned} f_T(t) &= \int_0^\infty f_{T/R}(t/r) f_R(r) dr \\ &= \int_0^\infty \frac{t^{m_{N_R}}}{\lambda^2 \left( \sqrt{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1} r} \right)^{m_{N_R}-1}} e^{-\frac{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1} r + t^2}{2\lambda^2}} \cdot I_{m_{N_R}-1} \left( \frac{t \sqrt{\rho_1 \Omega_1 r}}{\lambda^2 \sqrt{m_1}} \right) r^{m_{N_R}-1} e^{-r} dr \end{aligned} \quad (17)$$

则  $\gamma_1$  的非条件 CDF 为

$$\begin{aligned} F_{\gamma_1}(y) &= \int_0^\infty F_{\gamma_1/T}(y/t) f_T(t) dt \\ &= \int_0^\infty \frac{\left[ 1 - Q_{N_R} \left( \sqrt{2t}, \sqrt{\frac{2y}{\gamma_1}} \right) \right] t^{m_{N_R}}}{\lambda^2 \left( \sqrt{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1} r} \right)^{m_{N_R}-1}} e^{-\frac{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1} r + t^2}{2\lambda^2}} \cdot I_{m_{N_R}-1} \left( \frac{t \sqrt{\rho_1 \Omega_1 r}}{\lambda^2 \sqrt{m_1}} \right) r^{m_{N_R}-1} e^{-r} dr dt \end{aligned} \quad (18)$$

又  $Q_M(x, y) = \frac{e^{-\frac{y^2}{2}}}{2\pi j} \oint_\phi \frac{e^{\frac{x^2}{2} \left( \frac{1}{z} - 1 \right) + \frac{y^2 z}{2}}}{z^M (1-z)} dz$ <sup>[21]</sup>, 其中,  $\phi$  为半径  $0 < r < 1$  的围线, 则式(18)可进一步化为

$$F_{\gamma_1}(y) = 1 - \int_0^\infty \oint_\phi \frac{r^{m_{N_R}-1} e^{-\left( 1 + \frac{\rho_1 \Omega_1}{2\lambda^2 m_1} \right) r} e^{-\frac{y(1-z)}{\gamma_1}}}{\Gamma(m_{N_R}) 2\pi j z^{N_R} (1-z)} \cdot \int_0^\infty \frac{t^{m_{N_R}} e^{-r^2 \left( \frac{1}{2\lambda^2} \frac{1}{z} + 1 \right)}}{\lambda^2 \left( \sqrt{\rho_1 \frac{\Omega_1}{m_1}} r \right)^{m_{N_R}-1}} I_{m_{N_R}-1} \left( \frac{t \sqrt{\rho_1 \Omega_1 r}}{\lambda^2 \sqrt{m_1}} \right) dt dr dz \quad (19)$$

根据文献[22]中的公式(10.43.23), 式(19)可积分简化为

$$F_{\gamma_1}(y) = 1 - \int_0^\infty \oint_\phi \frac{r^{m_{N_R}-1} e^{-\left( 1 + \frac{\rho_1 \Omega_1}{2\lambda^2 m_1} \right) r}}{\Gamma(m_{N_R}) 2\pi j (1-z)} \cdot \frac{e^{-\frac{y(1-z)}{\gamma_1}} z^{N_R(m_1-1)} e^{\frac{c_1 r z}{z-\theta_1}}}{(1+2\lambda^2)^{m_{N_R}} (z-\theta_1)^{m_{N_R}}} dz dr \quad (20)$$

其中,  $c_1 = \rho_1 m_1 / (1 - \rho_1) (m_1 + (1 - \rho_1) \Omega_1)$ ,  $\theta_1 = (1 - \rho_1) \Omega_1 / m_1 + (1 - \rho_1) \Omega_1$ 。将  $\lambda^2$  代入式(20), 并将  $\exp(yz/\bar{\gamma}_1 + c_1 r z / z - \theta_1)$  泰勒展开到  $M_1$  项, 并二项式展开, 可得

$$F_{\gamma_1}(y) = 1 - \int_0^\infty \frac{r^{(m_{N_R}-1+i-q)}}{\Gamma(m_{N_R})} \left( \frac{m_1}{m_1 + (1 - \rho_1) \Omega_1} \right)^{m_{N_R}} \cdot e^{-\frac{y}{\gamma_1} r} e^{-\frac{1}{(1-\rho_1)} r} \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{q=0}^i \frac{1}{q!(i-q)!} \left( \frac{y}{\gamma_1} \right)^q (c_1)^{i-q} \mu_{iq} dr \quad (21)$$

其中,  $\mu_{iq} = \frac{1}{2\pi j} \oint_\phi \frac{z^{i+N_R(m_1-1)}}{(1-z)(z-\theta_1)^{m_{N_R}+i-q}} dz$ , 该围线积分可以用留数定理求得

$$\begin{aligned} \mu_{iq} &= \lim_{z \rightarrow \theta_1} \frac{1}{(m_{N_R} + i - q - 1)!} \frac{d^{m_{N_R} + i - q - 1}}{dz^{m_{N_R} + i - q - 1}} \left( \frac{z^{i+N_R(m_1-1)}}{1-z} \right) \\ &= \sum_{h=0}^{m_{N_R} + i - q - 1} \binom{i + N_R(m_1 - 1)}{h} \frac{\theta_1^{i+N_R(m_1-1)-h}}{(1-\theta_1)^{m_{N_R} + i - q - h}} \end{aligned} \quad (22)$$

根据文献[23]中的公式(3.351.3), 式(21)可进一步解得

$$F_{\gamma_1}(y) = 1 - \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{q=0}^i A(i, q) y^q e^{-\frac{y}{\gamma_1}} \quad (23)$$

其中,

$$A(i, q) = \frac{(m_1 N_R - 1 + i - q)! (c_1)^{i-q} \mu_{iq}}{\Gamma(m_1 N_R) (m_1 + (1 - \rho_1) \Omega_1)^{m_1 N_R}} \cdot \frac{m_1^{m_1 N_R}}{q!(i-q)!(1-\rho_1)^{-m_1 N_R - i + q} \gamma_1^{-q}} \quad (24)$$

同理, 下行信道也服从相关阴影 Rician 衰落模型。可解得  $\gamma_2$  的 CDF 为

$$F_{\gamma_2}(y) = 1 - \sum_{u=0}^{M_2} \sum_{v=0}^u B(u, v) y^u e^{-\frac{y}{\gamma_2}} \quad (25)$$

其中,

$$B(u, v) = \frac{(m_2 M_R - 1 + u - v)! (c_2)^{u-v} \mu_{uv}}{\Gamma(m_2 M_R) (m_2 + (1 - \rho_2) \Omega_2)^{m_2 M_R}} \cdot \frac{m_2^{m_2 M_R}}{v!(u-v)!(1-\rho_2)^{-m_2 M_R - u + v} \gamma_2^{-v}} \quad (26)$$

### 5 中断概率

中断概率是衡量系统性能的重要指标之一, 定义为端到端 SNR  $\gamma$  低于指定门限  $\gamma_{th}$  的概率, 可由式(27)计算

$$P(\gamma < \gamma_{th}) = 1 - \int_0^\infty \left( 1 - F_{\gamma_1} \left( \frac{\gamma_{th}(\omega + \gamma_{th} + C)}{\omega} \right) \right) f_{\gamma_2}(\omega + \gamma_{th}) d\omega \quad (27)$$

由式(25)求导可得  $\gamma_2$  的 PDF 为

$$f_{\gamma_2}(y) = \sum_{u=0}^{M_2} \sum_{v=0}^u B(u, v) \left( \frac{y^v e^{-\frac{y}{\gamma_2}}}{\gamma_2} - v y^{v-1} e^{-\frac{y}{\gamma_2}} \right) \quad (28)$$

将式(28)代入式(27)可得

$$P(\gamma < \gamma_{th}) = 1 - \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{q=0}^i \sum_{u=0}^{M_2} \sum_{v=0}^u B(u, v) A(i, q) \cdot \int_0^\infty \left[ \left( \gamma_{th} + \frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C)}{\omega} \right)^q e^{-\left( \frac{\gamma_{th}}{\gamma_1} + \frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C)}{\omega \gamma_1} \right)} \cdot \left( \frac{(\omega + \gamma_{th})^v e^{-\frac{\omega + \gamma_{th}}{\gamma_2}}}{\gamma_2} - v(\omega + \gamma_{th})^{v-1} e^{-\frac{\omega + \gamma_{th}}{\gamma_2}} \right) \right] d\omega \quad (29)$$

将式(29)积分中的各项二项式展开, 根据文献[23]中的式(3.471.9)求解并化简可得

$$\sum_{p=0}^q \binom{q}{p} 2 \gamma_{th}^q (\gamma_{th} + C)^p e^{-\frac{\gamma_{th}}{\gamma_1}} e^{-\frac{\gamma_{th}}{\gamma_2}}.$$

$$\left[ \frac{1}{\gamma_2} \left( \frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C) \gamma_2}{\gamma_1} \right)^{\frac{v-p+1}{2}} k_{v-p+1} \left( 2 \sqrt{\frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C)}{\gamma_1 \gamma_2}} \right) + \sum_{j=1}^v \frac{v! \gamma_{th}^{\frac{v+j-p-1}{2}}}{(j-1)!(v-j)!} \left( \frac{(\gamma_{th} + C) \gamma_2}{\gamma_1} \right)^{\frac{v-j-p+1}{2}} \cdot k_{v-j-p+1} \left( 2 \sqrt{\frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C)}{\gamma_1 \gamma_2}} \right) \left( \frac{\gamma_{th}}{\gamma_2 j} - 1 \right) \right] \quad (30)$$

其中,  $K_\nu(\cdot)$  为阶数  $\nu$  的第二类改进的 Bessel 函数<sup>[23]</sup>, 将式(30)代入式(29), 可得端到端 SNR  $\gamma$  的中断概率为

$$P(\gamma < \gamma_{th}) = 1 - \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{q=0}^i \sum_{u=0}^{M_2} \sum_{v=0}^u A(i, q) B(u, v) \cdot \sum_{p=0}^q \binom{q}{p} 2 \gamma_{th}^q (\gamma_{th} + C)^p e^{-\frac{\gamma_{th}}{\gamma_1}} e^{-\frac{\gamma_{th}}{\gamma_2}} \cdot \left[ \frac{1}{\gamma_2} \left( \frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C) \gamma_2}{\gamma_1} \right)^{\frac{v-p+1}{2}} k_{v-p+1} \left( 2 \sqrt{\frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C)}{\gamma_1 \gamma_2}} \right) + \sum_{j=1}^v \frac{v! \gamma_{th}^{\frac{v+j-p-1}{2}}}{(j-1)!(v-j)!} \left( \frac{(\gamma_{th} + C) \gamma_2}{\gamma_1} \right)^{\frac{v-j-p+1}{2}} \cdot k_{v-j-p+1} \left( 2 \sqrt{\frac{\gamma_{th}(\gamma_{th} + C)}{\gamma_1 \gamma_2}} \right) \left( \frac{\gamma_{th}}{\gamma_2 j} - 1 \right) \right] \quad (31)$$

其中,  $C=1$  和  $C=0$  分别对应考虑卫星端噪声和不考虑卫星端噪声的情况。

### 6 平均符号错误概率

本节考虑  $C=0$  时, 即不考虑卫星端噪声的情况下的系统平均符号错误(SER)概率, 它也是考虑卫星端噪声情况下, 系统 SER 性能的上边界。对于某些调制方式而言, 平均 SER 可表示为  $P_s = E[aQ(\sqrt{2b\gamma})]$ 。例如: 对于 BPSK 而言,  $a=1, b=1$ , 而对于 M-PAM 而言,  $a=2(M-1)/M, b=3/(M^2-1)$ 。由此, 系统平均 SER 可表示为

$$P_s = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{b}{\pi}} \int_0^\infty \frac{e^{-by}}{\sqrt{y}} F_{\gamma_1}(y) dy = \frac{a}{2} - \frac{a}{2} \sqrt{\frac{b}{\pi}} \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{q=0}^i \sum_{u=0}^{M_2} \sum_{v=0}^u \sum_{p=0}^q A(i, q) B(u, v) \cdot \binom{q}{p} 2 (\gamma_2)^{\frac{v-p-1}{2}} (\gamma_1)^{-\frac{v-p+1}{2}}.$$

$$\underbrace{\int_0^\infty y^{q+v+\frac{1}{2}} e^{-\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + b\right)y} k_{v-p+1} \left(2y \sqrt{\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2}}\right) dy}_{I_1} +$$

$$\sum_{p=0}^q \sum_{j=1}^v \frac{\binom{q}{p} 2v! (\gamma_2)^{\frac{v-j-p+1}{2}} (\gamma_1)^{\frac{-v-j-p+1}{2}}}{(j-1)!(v-j)!} \cdot$$

$$\underbrace{\int_0^\infty y^{v+q-\frac{1}{2}} e^{-\left(\frac{1}{\gamma_1} + \frac{1}{\gamma_2} + b\right)y} k_{v-j-p+1} \left(2y \sqrt{\frac{1}{\gamma_1 \gamma_2}}\right) \left(\frac{y}{\gamma_2 j} - 1\right) dy \dots}_{I_2}$$

(32)

由文献[23]中的公式(6.621.3), 式(32)中的积分  $I_1$  和  $I_2$  可求解得

$$I_1 = \frac{\sqrt{\pi} (4)^{v-p+1} (\overline{\gamma_1 \gamma_2})^{q+\frac{3v-p}{2}+\frac{5}{2}}}{\left(\left(\sqrt{\overline{\gamma_1}} + \sqrt{\overline{\gamma_2}}\right)^2 + b \overline{\gamma_1 \gamma_2}\right)^{q+2v-p+\frac{5}{2}}} \cdot$$

$$\frac{\Gamma\left(q+2v-p+\frac{5}{2}\right) \Gamma\left(q+p+\frac{1}{2}\right)}{\Gamma(q+v+2)} \cdot$$

$${}_2F_1\left(q+2v-p+\frac{5}{2}, v-p+\frac{3}{2}; q+v+2; \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) \quad (33)$$

$$I_2 = \frac{\sqrt{\pi} (4)^{v-p+1-j} (\overline{\gamma_1 \gamma_2})^{q+\frac{3v-p}{2}+\frac{1}{2}+\frac{j}{2}}}{\left(\left(\sqrt{\overline{\gamma_1}} + \sqrt{\overline{\gamma_2}}\right)^2 + b \overline{\gamma_1 \gamma_2}\right)^{q+2v-p+\frac{3}{2}+\frac{j}{2}}} \cdot$$

$$\frac{\Gamma\left(q+2v-p+\frac{3}{2}-j\right) \Gamma\left(q+p-\frac{1}{2}+j\right)}{\Gamma(q+v+1)} \cdot$$

$$\left[ \frac{\left(q+2v-p+\frac{5}{2}-j\right) \left(q+p+\frac{1}{2}+j\right)}{j \overline{\gamma_2} \left(\left(\frac{1}{\sqrt{\overline{\gamma_1}}} + \frac{1}{\sqrt{\overline{\gamma_2}}}\right)^2 + b\right) (q+v+2)} \right] \cdot$$

$${}_2F_1\left(q+2v-p+\frac{5}{2}-j, v-p-j+\frac{3}{2}; q+v+2; \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) -$$

$${}_2F_1\left(q+2v-p+\frac{3}{2}-j, v-p-j+\frac{3}{2}; q+v+1; \frac{\alpha_1}{\alpha_2}\right) \quad (34)$$

其中,  $\alpha_1 = (\sqrt{\overline{\gamma_1}} + \sqrt{\overline{\gamma_2}})^2 - b \overline{\gamma_1 \gamma_2}$ ,  $\alpha_2 = (\sqrt{\overline{\gamma_1}} + \sqrt{\overline{\gamma_2}})^2 + b \overline{\gamma_1 \gamma_2}$ 。

则可进一步求得系统的平均 SER 为

$$P_s = \frac{a}{2} - a \binom{q}{p} \sqrt{\frac{b}{\pi}} \left( \sum_{i=0}^{M_1} \sum_{q=0}^i \sum_{u=0}^{M_2} \sum_{v=0}^u \sum_{p=0}^q \frac{A(i,q) B(u,v)}{(\overline{\gamma_1})^{\frac{v-p+1}{2}} (\overline{\gamma_2})^{\frac{-v-p-1}{2}}} I_1 + \sum_{p=0}^q \sum_{j=1}^v \frac{v! (\overline{\gamma_2})^{\frac{v-j-p+1}{2}} (\overline{\gamma_1})^{\frac{-v-j-p+1}{2}}}{(j-1)!(v-j)!} I_2 \right) \quad (35)$$

其中,  $I_1$  和  $I_2$  分别由式(32)和式(33)给出。

### 7 仿真结果与分析

本节采用分析模型及 Monte-Carlo 仿真对在存在阴影衰落和空间相关性条件下的卫星移动 MIMO 系统性能进行评估分析。仿真中, 假设有限序列展开项的取值  $M_1 = M_2 = 20$ 。

图 2 分析了系统的中断概率随 SNR 门限  $\gamma_{th}$  变化趋势, 分别考虑了不同天线数目及相关系数条件下的系统性能, 其中,  $m_1 = m_2 = 2$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2 = 3$ ,  $\overline{\gamma}_1 = \overline{\gamma}_2 = 3$ 。对于低相关、高相关和中度相关 3 种情况, 令系统的上行和下行的模型相关系数  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别取 0.1、0.6 和 0.9。相应的天线互相关系数分别为 0.009 5、0.347 0 和 0.799 8。如图 2 所示, 天线数目的增加可有效提升系统中断性能, 而中断概率随着  $\gamma_{th}$  的提高而增加, 在低  $\gamma_{th}$  区域, 相关性增加了系统中断概率, 而在高  $\gamma_{th}$  区域, 相关性改善了系统中断性能。其原因是在高  $\gamma_{th}$  区域, 即相应的低发送 SNR 区域, 发送和接收空间相关性分别降低了发送和接收的分集阶数, 从而便于更有效集中天线功率, 改善系统性能。Monte-Carlo 仿真验证了分析结果的正确性。

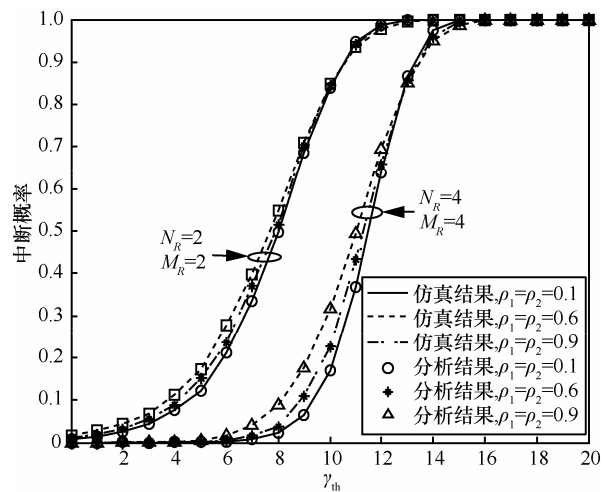


图 2 中断概率随 SNR 门限变化

图 3 分析了系统中断概率随平均 SNR 的变化情况, 系统中断概率随上、下行平均 SNR 的增加而降低, 其中,  $m_1 = m_2 = 2$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2 = 3$ ,  $\gamma_{th} = 10$ ,  $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2$ 。分别考虑  $\rho_1$  和  $\rho_2$  取 0.1 和 0.9 的情况, 可见空间相关性使得系统难以获得完全的多天线性能增益。而增加波束成形的卫星天线数目, 可有效降低系统中断概率, 与单卫星天线相比, 当卫星天线数目分别为 4 和 5, 平均 SNR 为 10 dB, 相关系数为 0.9 时, 系统中断概率分别为单天线时的 5.76% 和 1.92%。

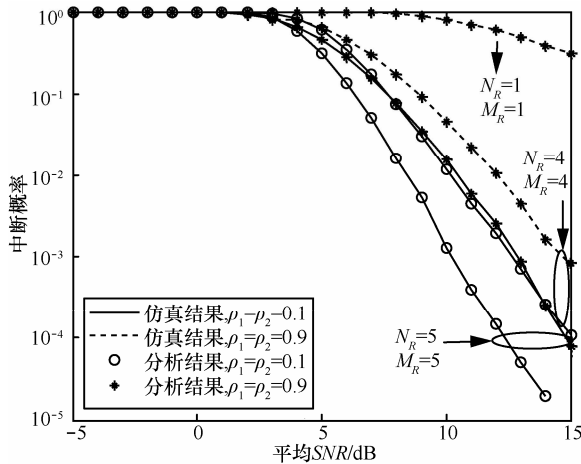


图 3 中断概率平均 SNR 变化

图 4 和图 5 分别考虑了系统采用 BPSK ( $a=1, b=1$ ) 及 4PAM ( $a=1.5, b=0.5$ ) 调制时, SER 随上、下行平均 SNR 的变化情况, 其中,  $m_1 = m_2 = 2$ ,  $\Omega_1 = \Omega_2 = 3$ ,  $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2$ 。Monte-Carlo 仿真验证了分析结果的正确性。如图 4 所示, SER 随平均 SNR 的增加而降低, 考虑  $\rho_1$  和  $\rho_2$  分别取 0.1 和 0.9 的情况。

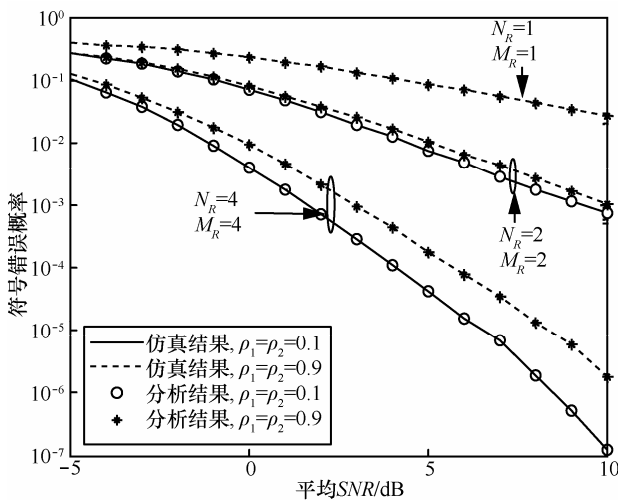


图 4 采用 BPSK 调制时, 符号错误概率随上、下行平均 SNR 变化

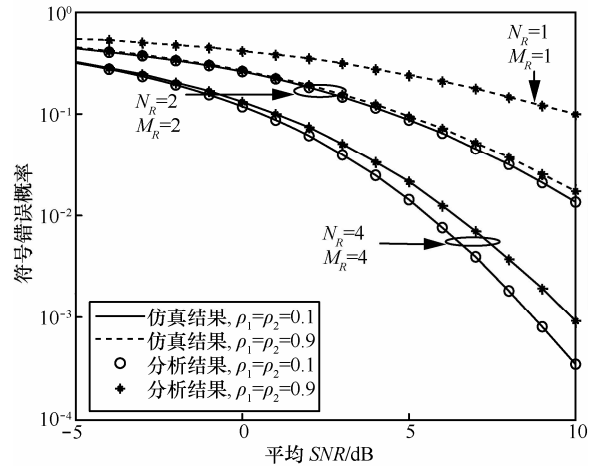


图 5 采用 4PAM 调制时, 符号错误概率随上、下行平均 SNR 变化

由图 4 和图 5 可见, 系统空间相关性越强, SER 性能越差, 且性能差距随天线数目的增加而加大。同样, 通过增加波束成形的卫星天线数目, 可有效降低系统平均符号错误概率, 与单卫星天线相比, 当采用 BPSK 调制, 卫星天线为 2 和 4,  $\rho_1 = \rho_2 = 0.9$ ,  $\bar{\gamma}_1 = \bar{\gamma}_2 = 5$  dB 时, 系统平均 SER 分别为单卫星天线时的 19.7% 和 2.4%。

## 8 结束语

本文研究了卫星移动 MIMO 系统中, 存在信道阴影衰落和天线空间相关条件下的系统中断概率及平均符号错误概率性能, 并获得了相应的闭合表达式。Monte-Carlo 仿真验证了分析结果的正确性。仿真结果表明, 在存在空间相关性条件下, 当 SNR 门限较小时, 系统中断概率随相关性的增加而增大, 而当 SNR 门限较大时, 系统中断概率性能随相关性的增加而减小。此外, 系统空间相关性越强, SER 性能越差, 且性能差距随天线数目的增加而加大。研究表明, 相对于单天线系统而言, 通过波束成形技术, 采用卫星多天线可有效提升系统性能。

## 参考文献:

- [1] PAULRA A J, GORE D A, NABAR R U, et al. An overview of MIMO communications-a key to gigabit wireless[J]. IEEE, 2004, 92(20): 198-218.
- [2] ARAPOGLOU P D, LIOLIS K, BERTINELLI M, et al. MIMO over satellite: a review[J]. IEEE Communications Surveys and Tutorials, 2011, 13(1):
- [3] ESA contract No 18070/04/NL/US. Novel Intra-System Interference Mitigation Techniques and Technologies for Next Generations Broadband Satellite Systems[S]. 2005.

- [4] ESA contract No AO/1-5146/06/NL/JD. MIMO Applicability to Satellite Networks[S]. 2007.
- [5] ESA Contract No 21591/08/NL/AT. MIMO Technology in Satellite Communications for Interference Exploitation and Capacity Enhancement[S]. 2008.
- [6] KING P R. Modeling and Measurement of the Land Mobile Satellite MIMO Radio Propagation Channel[D]. University of Surrey, Guildford, UK, 2007.
- [7] HASNA M O, ALOUINI M S. End-to-end performance of transmission systems with relays over Rayleigh-fading channels[J]. IEEE Transaction on Wireless Communications, 2003, 2(6):1126-1131.
- [8] LO T K Y. Maximum ratio transmission[J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(10):1458-1461.
- [9] SIMON M, ALOUINI M. Digital Communications Over Fading Channels: a Unified Approach to Performance Analysis[M]. New York: John Wiley and Sons, 2000.
- [10] LOUIE R, LI Y, VUCETIC B. Performance analysis of beam forming in two hop amplify and forward relay networks[A]. IEEE International Conference on Communication (IEEE ICC)[C]. Beijing, China, 2008. 4311-4315.
- [11] DANIEL BENEVIDESCOSTA, SONIA AISSA. Cooperative dual-hop relaying systems with beam forming over nakagami- $m$  fading channels[J]. Transaction on Wireless Communications, 2009, 8(8): 3950- 3954.
- [12] LOUIE R H Y, LI Y, SURAWEERA H A. Performance analysis of beamforming in two hop amplify and forward relay networks with antenna correlation[J]. IEEE Transaction on Wireless Communications, 2009, 8(6):3132-3141.
- [13] KING P, STAVROU S. Capacity improvement for a land mobile single satellite MIMO system[J]. IEEE Antennas Wireless Propagation Letters, 2006, 5(1): 98-100.
- [14] ALFANO G, MAIO A D. A theoretical framework for LMS MIMO-communication systems performance analysis[A]. International Waveform Diversity and Design Conference[C]. Pisa, Italy, 2007. 18-22.
- [15] DHUNGANA Y, RAJATHEVA N. Analysis of LMS based dual hop MIMO systems with beamforming[A]. IEEE International Conference on Communication (IEEE ICC)[C]. Kyoto, Japan, 2011. 1-6.
- [16] DHUNGANA Y, RAJATHEVA N, TELLAMBURA C. Performance analysis of antenna correlation on LMS-based dual-hop AF MIMO-system[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2012, 61(8): 3590-3602.
- [17] KIM J B, KIM D. Performance of dual-hop amplify-and-forward beamforming and its equivalent systems in Rayleigh fading channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2010, 58(3):729-732.
- [18] ABDI A, LAU W, ALOUINI M S, KAVEH M. A new simple model for land mobile satellite channels: First and second order statistics[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2003, 2(3):519-528.
- [19] NAKAGAMI M. The  $m$ -distribution: A general formula of intensity distribution of rapid fading in Statistical Methods in Radio Wave Propagation[M]. McGraw Hill Higher Education, 1960.
- [20] PROAKIS J G. Digital Communications[M]. New York: McGraw-Hill, 1995.
- [21] TELLAMBURA C, ANNAMALAI A, BHARGAVA V K. Closed form and infinite series solutions for the MGF of a dual-diversity selection combiner output in bivariate Nakagamifading[J]. IEEE Transactions on Communications, 2003, 51(4):539-542.
- [22] FRANK W, OLVER J. NIST Handbook of Mathematical Functions[M]. Cambridge University Press, 2010.
- [23] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of Integrals, Series, and Products[M]. Academic Press, 2007.

#### 作者简介:



**林源** (1986-), 女, 甘肃兰州人, 解放军理工大学博士生, 主要研究方向为卫星 MIMO、卫星通信、波束成形等。



**何元智** (1974-), 女, 四川自贡人, 解放军理工大学博士生, 主要研究方向为卫星通信、无线通信、卫星网络等。



**王敬超** (1982-), 男, 山东章丘人, 博士, 中国电子设备系统工程公司工程师, 主要研究方向为卫星通信、无线通信、卫星网络等。



**韩寒** (1986-), 男, 山东枣庄人, 解放军理工大学博士生, 主要研究方向为认知无线电、卫星通信、资源调度、任务调度。