

## 高误码率下基于随机抽取的LDPC码校验矩阵重建

王忠勇<sup>1</sup>, 李正豪<sup>1</sup>, 巩克现<sup>1</sup>, 孙鹏<sup>1</sup>, 李清涛<sup>2</sup>

(1. 郑州大学电气与信息工程学院, 河南 郑州 450001; 2. 61818 部队, 湖北 武汉 430000)

**摘要:** 为改善高误码率下LDPC码稀疏校验矩阵重建算法的性能, 提出了接收码字个数充足和不充足条件下容错能力较强的校验矩阵开集识别算法。首先, 通过多次随机抽取码字的部分比特构建新的码字空间, 在较低维度下利用高斯消元法求解对偶向量并还原出校验向量; 其次, 利用该校验向量, 采用“剔除错误码字”或“翻转最低不可靠位”的方法不断提高接收数据内无误码码组的比例进行迭代处理。仿真结果表明, 所提算法在不同误码率、不同码长、不同码率、不同码字个数下均优于对比算法。对于IEEE 802.11n协议下的(648,324)LDPC码, 当接收码字个数充足时, 所提算法在误码率为0.003的条件下, 其校验矩阵重建率能达到95%以上; 当接收码字个数不足(码字个数为450)时, 所提算法在误码率为0.0015的条件下, 其校验矩阵重建率能达到90%以上。

**关键词:** LDPC; 稀疏校验矩阵; 高斯消元; 剔除错误码字; 对数似然比

**中图分类号:** TN92

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2023062

## Reconstruction of LDPC code check matrix based on random extraction at high bit error rate

WANG Zhongyong<sup>1</sup>, LI Zhenghao<sup>1</sup>, GONG Kexian<sup>1</sup>, SUN Peng<sup>1</sup>, LI Qingtao<sup>2</sup>

1. School of Electrical and Information Engineering, Zhengzhou University, Zhengzhou 450001, China

2. 61818 Forces, Wuhan 430000, China

**Abstract:** In order to improve the performance of the sparse check matrix reconstruction algorithm of LDPC codes at high BER, an open set recognition algorithm of the check matrix with strong fault tolerance under the condition of sufficient and insufficient number of received code words was proposed. Firstly, a new code word space was constructed by randomly extracting part bits of the code words for many times. Gaussian elimination method was used to solve the dual vector and restore the check vector in a lower dimension. Secondly, using the check vector, the proportion of error-free code groups in the received data was continuously increased by using the methods of “eliminating error code words” or “flipping the lowest unreliable bits” for iterative processing. Simulation results show that the proposed algorithm is superior to comparison algorithm under different bit error rates, different code lengths, different code rates and different number of code words. For (648,324) LDPC codes in IEEE 802.11n protocol, when the number of received code words is sufficient, the reconstruction rate of check matrix can reach more than 95% under the condition of bit error rate of 0.003. When the number of received code words is insufficient (the number of code words is 450), the reconstruction rate of check matrix can reach more than 90% under the condition of bit error rate of 0.0015.

**Keywords:** LDPC, sparse check matrix, Gaussian elimination, eliminate error code word, log-likelihood ratio

收稿日期: 2022-10-25; 修回日期: 2023-01-31

通信作者: 巩克现, ggkx@163.com

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61901417); 河南省科技攻关基金资助项目 (No.212102210173, No.212102210566); 国家重点研发计划基金资助项目 (No.2019QY0302)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.61901417), Henan Science and Technology Research Project (No.212102210173, No.212102210566), The National Key Research and Development Program of China (No.2019QY0302)

## 0 引言

信道编码识别问题是近年来的研究热点。其识别的核心问题是如何利用解调后得到的编码序列找到其中可能存在的约束关系，进而确定编码类型及编码参数。目前，针对卷积码<sup>[1-2]</sup>、分组码<sup>[3-5]</sup>、Turbo 码<sup>[6-9]</sup>等信道编码类型的参数识别研究都达到了较好的识别效果，但针对 LDPC (low density parity check) 码的参数识别研究效果仍不理想。

LDPC 码是一种由校验矩阵定义的分组码，具有码长较长、校验矩阵稀疏、性能逼近香农限的特点<sup>[10]</sup>。对于 LDPC 码识别研究而言，由于其码长较长，往往会使传统的分析方法（如矩阵分析、Walsh-Hadamard 变换<sup>[11-12]</sup>等）计算复杂度太高，导致其方法失效，因此 LDPC 码的参数识别研究一直是该领域的一个难点。特别地，当接收信号经过盲解调后，得到的编码数据中可能存在大量的误码，因此要求其识别算法还应具有较强的容错能力，故针对 LDPC 码的识别研究具有重要的理论意义和实际意义。

从已公开发表的论文来看，对于 LDPC 码的识别研究大部分集中于闭集识别，开集识别的研究相对较少且识别效果不佳。闭集识别<sup>[13]</sup>是已知部分先验信息，通过该信息获取发送方采用的编码参数集合，然后从该集合中寻找发送方所使用的编码类型与参数。开集识别<sup>[13]</sup>是在事先没有先验信息的条件下，对解调序列进行编码类型与参数识别分析。

针对闭集识别，Xia 等<sup>[14]</sup>引入后验概率对数似然比 (LLR, log-likelihood ratio)，遍历闭集中所有的校验矩阵，通过分析 LLR 的优势统计问题，求解出对应 LLR 值最大的稀疏校验矩阵。Wu 等<sup>[15]</sup>提出了基于余弦符合度的闭集识别方法，该方法将软信息的校验约束关系应用于余弦变换，计算复杂度大大降低，且可以计算码字与所有奇偶校验关系满足的概率，并对 LDPC 码进行分类，闭集识别性能较好。刘仁鑫等<sup>[16]</sup>在余弦符合度基础上，通过分析正确校验矩阵与错误校验矩阵下余弦检验函数统计特性不同的事实，将 2 种情况下的余弦比作为编码器的判决依据，在低信噪比下识别性能有所提高。

针对开集识别，大部分的研究成果均以接收码字数充足为前提。包昕等<sup>[17]</sup>通过对构造的码字矩阵进行列高斯消元获取对偶向量，并从求解的对偶向量中根据最小错误判决准则筛选出有效校验向

量，从而完成稀疏校验矩阵的重建，但该方法的容错性有限且所需数据量较大，同时获得的校验矩阵是非稀疏的，需对其进行稀疏化处理才能用来译码获取信息。Liu 等<sup>[18]</sup>提出了一种双向高斯列消元的方法来代替高斯消元法，进而加快了重建校验向量的过程，减小了迭代次数，同时引入和积算法<sup>[19]</sup>利用现有的校验向量对接收码字进行译码纠错，并对纠错后的码字进行迭代处理，最终通过 Canteaut 等<sup>[20]</sup>算法将重建的非稀疏校验向量转换为稀疏校验向量。陈泽亮等<sup>[21]</sup>通过引入 LDPC 反馈迭代译码方法，利用高斯约旦消元寻找汉明重量较小的“相关列”，进而根据校验约束关系获取校验向量，并进行 LDPC 译码纠错，较好地提升了算法的性能。Liu 等<sup>[18]</sup>和陈泽亮等<sup>[21]</sup>提出的 2 种方法在一定程度上提高了校验矩阵的重建率，但由于引入译码模块以及稀疏化模块使算法的复杂度大大提高。吴昭军等<sup>[22]</sup>提出一种新的 LDPC 稀疏校验矩阵重建方法，利用其校验矩阵的稀疏性，针对码字进行随机抽取，降低对偶空间的维度，最终完成稀疏校验矩阵的重建，但当码字数不足时，其识别效果仍然不尽如人意。针对接收码字数较少的情况，于沛东等<sup>[23]</sup>提出了一种寻找小重量码字的识别算法，该算法利用 LDPC 码校验矩阵稀疏的特性，将校验向量的获取锁定在汉明重量较低的向量中并逐一寻找，最终完成稀疏校验矩阵的重建，算法对接收码字的数量、迭代次数进行分析，分别给出了其理论下界以及停止迭代的条件。但该算法需要多次的迭代消元且需对小重量码字逐一寻找，导致计算复杂度较高。目前，识别算法均为对整体码字做高斯消元或采用遍历思想<sup>[23]</sup>来重建校验矩阵。为提高重建率，部分论文采用增加译码模块的方法对码字纠错，但复杂度增加幅度较大。而文献[22]算法提出采用随机抽取的方法，既降低了复杂度，又在一定程度上提升了容错性，但当码字数不足或高误码率时，识别效果仍不尽如人意。

针对以上问题，本文在现有 LDPC 码开集识别方法的基础上，针对接收码字数是否充足提出了容错力较强的开集识别算法。该算法通过随机抽取码字比特位置，降低对偶空间维度，进一步根据接收码字数多少进行相应不同的处理来提高接收数据中无误码码组的比例。当接收码字数较多 ( $N > n$ ) 时，利用迭代已获取的校验向量回校接收的码字，剔除校验不通过的码字（即错误码字），

进而继续迭代识别；当接收码字个数较少 ( $N \leq n$ ) 时，针对其校验不通过的码字，利用比特的对数似然比，寻找其最不可靠的比特位置并将其对应的比特翻转，进而继续迭代识别，最终完成 LDPC 码稀疏校验矩阵的重建。

## 1 问题描述

对于 LDPC 码而言，其识别参数主要包含码长  $n$ 、码组起点和校验矩阵  $\mathbf{H}$  等。在目前的通信系统中，每一帧数据仅包含一个 LDPC 码且数据中含有固定的同步码，利用同步码可以很容易地获取码长和码组起点等参数，故识别的重点是重建校验矩阵  $\mathbf{H}$ 。

在实际通信中，编码后的信息序列需经过信道进行传输，传输中会叠加噪声，导致接收码字中存在大量的误码，从而使校验约束关系遭到破坏，对其识别带来一定的困难。LDPC 码识别的问题模型如图 1 所示。

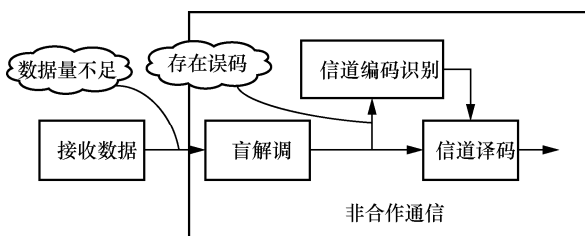


图 1 LDPC 码识别的问题模型

对于非合作通信的接收方而言，接收数据可能会存在数据量不足、数据盲解调后得到的编码数据中存在大量的误码等问题，严重影响信道编码分析识别。因此如何在高误码率的情况下利用接收的码字快速重建其稀疏校验矩阵  $\mathbf{H}$  是 LDPC 识别的重点。

本文讨论二进制下  $(n, k)$  LDPC 码，其中  $n$  为码长， $k$  为信息长。若码字的生成矩阵为  $\mathbf{G}$ ，信息序列为  $\mathbf{m}_i$ ，则码字  $\mathbf{c}_i = \mathbf{m}_i \mathbf{G}$ 。若校验向量为  $\mathbf{h}_j$ ，则与码字  $\mathbf{c}_i$  满足  $\mathbf{c}_i \mathbf{h}_j^T = 0$ ，该式称为校验约束关系。设 LDPC 码的校验矩阵为  $\mathbf{H}$ ，其中  $\mathbf{H}$  的稀疏性表现在每一个行向量的非 0 元素个数远小于  $n$ ，假定它的第  $j$  行为  $\mathbf{h}_j$ ，即有

$$w_j = \text{wt}(\mathbf{h}_j) \ll n, \forall j = 1, \dots, n \quad (1)$$

其中， $\text{wt}(\cdot)$  表示向量  $\mathbf{h}_j$  的汉明重量（即向量中非 0 元素的个数）。在接收码字  $\mathbf{C}_{N \times n}$  无误码的情况下，校验矩阵中每一个稀疏校验向量都应该满足其校验约束关系，即

$$\mathbf{c}_i \mathbf{h}_j^T = 0, \mathbf{c}_i \in \mathbf{C}, \mathbf{h}_j \in \mathbf{H} \quad (2)$$

目前，LDPC 码校验矩阵重建算法均根据上述校验约束关系，利用高斯消元法对码字空间求其对偶空间，从而获取校验向量。其中，高斯消元原理具体介绍如下。

设接收的码字矩阵为  $\mathbf{C}_{N \times n}$ ，对其进行随机行抽取后得到方阵  $\mathbf{C}'_{n \times n}$ ，即

$$\mathbf{C}'_{n \times n} = \begin{bmatrix} c_{1,1} & c_{1,2} & \cdots & c_{1,n} \\ c_{2,1} & c_{2,2} & \cdots & c_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{n,1} & c_{n,2} & \cdots & c_{n,n} \end{bmatrix} \quad (3)$$

其中， $N$  为接收码字个数， $n$  为码长， $c_{i,j}$  为码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  中的码字比特。利用二元域上的高斯消元法对  $\mathbf{C}'_{n \times n}$  进行初等行变换化成上三角矩阵  $\mathbf{L}$ ，即

$$\mathbf{L} = \mathbf{R}_{n \times n} \mathbf{C}'_{n \times n} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{k' \times k'} & \mathbf{B}_{k' \times (n-k')} \\ \mathbf{0}_{(n-k') \times k'} & \mathbf{D}_{(n-k') \times (n-k')} \end{bmatrix} \quad (4)$$

其中， $\mathbf{I}_{k' \times k'}$  为  $k' \times k'$  维的单位矩阵， $\mathbf{0}_{(n-k') \times k'}$  为  $(n-k') \times k'$  维的全 0 矩阵。若  $\mathbf{C}'_{n \times n}$  无误码，则  $\mathbf{D}_{(n-k') \times (n-k')}$  为全 0 矩阵，此时校验向量为  $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{k' \times (n-k')} \\ \mathbf{I}_{(n-k') \times (n-k')} \end{bmatrix}$  中的所有列向量；若  $\mathbf{C}'_{n \times n}$  含有误码，部分线性关系被破坏，高斯消元时会带来误码扩散，此时  $\mathbf{D}_{(n-k') \times (n-k')}$  为稀疏矩阵，校验向量为  $\begin{bmatrix} \mathbf{B}_{k' \times (n-k')} \\ \mathbf{D}_{(n-k') \times (n-k')} \end{bmatrix}$  中部分向量。

文献[22]算法利用 LDPC 码校验矩阵的稀疏性，通过随机抽取码字比特构建新的码字空间，在较低维度下利用高斯消元法求解对偶向量并还原出校验向量。

由文献[22]算法可知，对码字比特进行随机抽取后，需要对  $N$  个码字迭代抽取  $s$  行构建成方阵，并进行高斯消元获取校验向量，其中抽取组合共有  $C_N^s$  种。当接收码字个数  $N$  较少或误码率较高时，抽取组合的情况减少，且每次抽取得到的码字矩阵与上次抽取得到的码字矩阵差异较小，抽取到错误比特的概率大大增加，若不提高接收数据内无误码码组的比例，则每次进行高斯消元都可能因误码导致其不能得到新增校验向量。

从上述分析可知，在接收码字个数不足或者误码率较高的情况下，目前针对 LDPC 码校验矩阵重建算法的研究均不能达到较好的效果。

## 2 算法改进

针对上述问题，本文在文献[22]算法的基础上，根据接收码字个数是否充足，分别采用不同的方法来提高接收数据内无误码码组的比例，进而提高校验矩阵的重建率。当接收码字个数充足 ( $N > n$ ) 时，采用“剔除错误码字”的方法；当接收码字个数不足 ( $N \leq n$ ) 时，采用“翻转最低不可靠位”的方法。

### 2.1 剔除错误码字

无误码情况下，当随机抽取的码字比特位置包含  $\mathbf{H}$  中部分校验向量的完整校验位时，利用文献[22]算法求解，可获得  $r'$  ( $r' \leq n - k$ ) 个稀疏校验向量  $\mathbf{h}'$ 。此时用求解出来的所有稀疏校验向量对整个码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  进行校验，根据  $\mathbf{C}\mathbf{h}'^T = \mathbf{0}$  可知，所有校验向量的码字校验通过个数均为  $N$ 。

当码字中存在误码时，对随机抽取比特构成的新码字进行高斯消元可能会因校验位含有误码带来误码扩散，导致不能得到稀疏校验向量。但当错误的比特不在稀疏校验向量的校验位时，文献[22]算法依旧能够求解出  $r'$  ( $r' \leq n - k$ ) 个稀疏校验向量  $\mathbf{h}'$ 。此时用任意一个  $\mathbf{h}'$  对其整个码字  $\mathbf{C}$  进行校验，根据其校验结果可得，码字校验通过个数小于  $N$ 。定义

$$c_i = \sum_{k=1}^{r'} \text{mod} \left( \left( \sum_{j: h_{k,j}=1} c_{i,j} \right), 2 \right), i=1, 2, \dots, N \quad (5)$$

其中， $c_i$  表示第  $i$  个码字在  $r'$  个稀疏校验向量下的校验结果，则错误码字索引的集合为

$$\mathbf{O}_{\text{err}} = \{i, c_i > 0, i=1, 2, \dots, N\} \quad (6)$$

根据式(6)得到的集合对码字矩阵  $\mathbf{C}$  中索引相对应的码字进行剔除，然后对保留的码字进行迭代处理，以期获取更多的校验向量，从而完成校验矩阵的重建。

该方法会对码字进行删除，故需要一定数量的码字。假定接收码字矩阵为  $\mathbf{C}_{N \times n}$ ，信道的误码率为  $p_e$ ，则可得误码字率（或称误帧率） $p_f$  为

$$p_f = 1 - (1 - p_e)^n \quad (7)$$

由式(7)可知，当误码率较高时，错误码字占比可能较大，进行删除后会导致剩余码字个数不足以支撑码字随机行抽取，或删除后码字个数较少导致其进行行迭代时，抽取的码字始终保持一致，进而不能获取更多的校验向量。例如，IEEE 802.11n 协议中的 (648,324)LDPC 码，当接收的码字个数

$N = 648$  且误码率  $p_e = 0.002$  时，根据式(7)可以计算出误码字率  $p_f = 1 - (1 - p_e)^n = 0.7267$ ，故理论错误码字个数  $N_{\text{err}} = Np_f \approx 470$ ，此时识别效果可能不佳。因此，当码字个数较少时，采用下面介绍的翻转最低不可靠位的方法。

### 2.2 翻转最低不可靠位

由于该算法利用比特的对数似然比，下面先给出对数似然比的完整定义和部分性质。

**定义 1** GF(2)域上的随机变量  $X$  和实数域上的随机变量  $Y$ ，在  $Y$  的条件下，定义  $X$  的后验对数似然比  $\text{Lr}(X|Y)$  为

$$\text{Lr}(X|Y) = \ln \frac{\Pr(X=0|Y)}{\Pr(X=1|Y)} \quad (8)$$

根据贝叶斯理论， $\text{Lr}(X|Y)$  可进行如下变换

$$\begin{aligned} \text{Lr}(X|Y) &= \ln \frac{\Pr(X=0|Y)}{\Pr(X=1|Y)} = \\ &= \ln \frac{\Pr(Y|X=0)}{\Pr(Y|X=1)} + \ln \frac{\Pr(X=0)}{\Pr(X=1)} = \\ &= \text{Lr}(Y|X) + \text{Lr}(X) \end{aligned} \quad (9)$$

特别地，当随机变量  $X$  等概率分布时， $\text{Lr}(X)=0$ ，此时  $\text{Lr}(X|Y)=\text{Lr}(Y|X)$ 。

假定接收到的软判决序列为  $\mathbf{r}_i = (r_{i,1}, r_{i,2}, \dots, r_{i,n})$ ，对于信道编码而言，发送比特  $c_{i,j}$  为 0 或 1 的概率几乎相等，此时  $\text{Lr}(c_{i,j})=0$ ，则有  $\text{Lr}(c_{i,j}|r_{i,j}) = \text{Lr}(r_{i,j}|c_{i,j})$ 。本文算法假定在噪声功率为  $\sigma^2$  的 AWGN 信道模型下，调制方式为 BPSK，故接收到的软判决序列  $\mathbf{r}_i$  相对应的似然概率 LLR 有如下结论成立。

$$\begin{aligned} \text{Lr}(r_{i,j}|c_{i,j}) &= \ln \Pr(r_{i,j}|c_{i,j}=0) - \\ \ln \Pr(r_{i,j}|c_{i,j}=1) &= \frac{2r_{i,j}}{\sigma^2} \end{aligned} \quad (10)$$

当接收码字个数较少时，本文所提出的“剔除错误码字”相比文献[22]算法重建率较低，针对该问题，在“剔除错误码字”的基础上，利用对数似然比的绝对值代表比特可靠度的思想，将校验不通过的码字剔除更换为寻找最低不可靠比特，并将该稀疏校验向量下校验节点可靠度最低的比特进行翻转后对码字进行保留。

假定接收码字矩阵为  $\mathbf{C}_{N \times n}$ ，其相对应的比特对

数似然比矩阵记为  $\mathbf{Lr}_{N \times n}$ 。设获取的一个稀疏校验向量为  $\mathbf{h}'$ ，其稀疏校验向量码重为  $w_h$ ，则  $\mathbf{h}' = \{\mathbf{h}'_j = 1 | J \subset [1, 2, \dots, n]\}$ ，其中， $J$  表示  $\{1, 2, \dots, n\}$  中  $w_h$  个互不重复的校验比特位置。

由剔除错误码字方法，可求得其错误码字索引为

$$\mathbf{O}_{\text{err}} = \{i, c_i > 0, i = 1, 2, \dots, N\} \quad (11)$$

根据式(11)中错误码字的索引，对码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  中错误码字  $\mathbf{C}_i$  检测其相应的比特可靠度  $|\mathbf{Lr}_i|$ ，在  $J$  中寻找  $|\mathbf{Lr}_i|$  最小的位置并将错误码字  $\mathbf{C}_i$  相应位置的比特进行翻转。即

$$\mathbf{C}_{i,v} = \mathbf{C}_{i,v} \oplus 1 \quad (12)$$

$$v = \min_x \{|\mathbf{Lr}_{i,j}|\}_{j \in J} \quad (13)$$

其中， $v$  表示该错误码字  $\mathbf{C}_i$  在当前校验向量  $\mathbf{h}'$  中校验比特  $J$  中可靠度最小的位置坐标。

本文算法在接收码字个数不足时利用对数似然比绝对值表示比特可靠度的思想，对校验不通过的码字寻找校验比特可靠度最低的位置，将其比特  $c_{i,j}$  翻转同时令  $\mathbf{Lr}_{i,j} = 1$ 。随后对更新后的码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  进行迭代处理。通过已获得的稀疏校验向量对迭代中不通过的码字进行最低不可靠位比特翻转，能不断提高接收码字中无误码码组的比例。例如，IEEE 802.11n 协议中的 (648,324) LDPC 码稀疏校验矩阵中校验向量最大码重为  $w_h = 8$ ，当接收的码字数  $N = 648$  且误码率  $p_e = 0.002$  时，误码字率  $p_f = 0.7267$ 。其中，错误码字中错误一位的概率为  $p_{f_1} = C_n^1 (1 - p_e)^{n-1} p_e \approx 0.36$ ，同理可得，该错误比特为某个校验向量中校验比特的概率为  $p_{f_h} = C_{w_h}^1 (1 - P_e)^{w_h-1} P_e \approx 0.016$ ，则一次迭代中通过重建的一个校验向量翻转校验比特位置中最低不可靠位后误码字率降低约  $P_{f_h}$ （即尚存的误码字率为  $p_f - p_{f_h}$ ），因此随着迭代次数增加，重建校验向量的个数也会随之增加，进而误码字率会随之不断地降低，故通过翻转最低不可靠位可提升稀疏校验矩阵的重建率。

### 2.3 重建算法流程

本文算法根据校验矩阵稀疏性的特点，在文献[22]算法的基础上，通过对已识别的校验向量回校接收码字，获取错误码字索引，并根据接收码字数是否充足分别采用 2 种不同的方法不断提高接收数据内无误码码组的比例，从而提高稀疏

校验矩阵的重建率。

算法实现需要分析抽取次数  $\text{iter}_{\text{column}}$ ，假设 LDPC 码稀疏校验矩阵中，某一稀疏校验向量为  $\mathbf{h}'$ ，对应的校验节点数目为  $w$ ，码字中随机抽取的比特数目为  $s$ ，则对于码长为  $n$  的 LDPC 码来说，抽取  $s$  个位置的样本集合共有  $C_n^s$  种情况，而  $s$  个位置中正好包含  $w$  个校验位共有  $C_{n-w}^{s-w}$  种情况，故一次随机抽取可能包含一个稀疏校验向量完整校验位的概率为

$$P_2 = \frac{C_{n-w}^{s-w}}{C_n^s} \quad (14)$$

假设随机抽取的次数为  $\text{iter}_{\text{column}}$ ，则在  $\text{iter}_{\text{column}}$  次抽取中能够完整包含稀疏校验向量校验节点的次数服从二项式分布，即  $T \sim B(\text{iter}_{\text{column}}, P_2)$ ，当  $\text{iter}_{\text{column}}$  较大时，由棣莫弗-拉普拉斯定理可得

$$\frac{T - \text{iter}_{\text{column}} P_2}{\sqrt{\text{iter}_{\text{column}} P_2 (1 - P_2)}} \sim \mathcal{N}(0, 1) \quad (15)$$

其中， $\mathcal{N}(0, 1)$  表示标准正态分布。

根据正态分布的“ $3\sigma$ ”原则可知，当事件发生的概率大于 0.997 5 时，可将该事件定义为大概率事件，即在随机抽取  $\text{iter}_{\text{column}}$  次过程中，任意  $w$  个位置至少发生一次，则  $\text{iter}_{\text{column}}$  应满足

$$P\left(\frac{T - 1}{\sqrt{\text{iter}_{\text{column}} P_2 (1 - P_2)}} \geq 0\right) \geq 0.9975 \quad (16)$$

通过查询正态分布表，求解式(16)可得最小随机抽取次数为

$$\text{iter}_{\text{column}} = \frac{P_1 + \sqrt{P_1^2 - 4}}{2P_2} \quad (17)$$

$$P_1 = 2 + 2.81^2 (1 - P_2) \quad (18)$$

判决门限  $A$  设定的具体计算步骤可参考文献[22]。

$$A \approx \frac{\mu_0 \sigma_1 + \mu_1 \sigma_0}{\sigma_1 + \sigma_0} \quad (19)$$

$$\mu_0 = 0, \mu_1 = N(2P_h - 1)$$

$$\sigma_0^2 = N, \sigma_1^2 = 4NP_h (1 - P_h) \quad (20)$$

其中， $P_h$  为在信道误码率  $p_e$  下单个码字校验关系仍然成立的概率。假定  $\mathbf{h}_1$  为一次随机比特抽取后进行高斯消元获得的疑似校验向量， $w_h$  为疑似校验向量  $\mathbf{h}_1$  的码重，则

$$P_{h_i} = \sum_{i=0}^{\lfloor \frac{w_{h_i}}{2} \rfloor} C_{w_{h_i}}^{2i} p_e^{2i} (1-p_e)^{w_{h_i}-2i} \quad (21)$$

综上所述, 本文算法步骤如下。

**步骤 1** 初始化参数  $s$ , 列随机抽取次数  $\text{iter}_{\text{column}}$ , 行随机抽取次数  $\text{iter}_{\text{row}}$ , 重建的校验矩阵  $\mathbf{H}_{\text{res}}$ 。设定  $i_1 = 0$ ,  $i_2 = 0$ , 用接收的数据  $\mathbf{r}$  分别构造对数似然比矩阵  $\mathbf{Lr}_{N \times n}$  和码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$ , 其中,  $N$  为码字的个数,  $n$  为码长, 设删除后码字个数为  $N'$ 。

**步骤 2** 确定列随机抽取的最小次数  $(\text{iter}_{\text{column}})_{\min}$ , 保证其随机抽取能够可靠涵盖其校验节点的位置。

**步骤 3** 随机抽取码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  中  $s$  列构造新的码字矩阵  $\mathbf{C}'_{N \times s}$ , 同时  $i_1 = i_1 + 1$ 。

**步骤 4** 随机抽取新码字矩阵  $\mathbf{C}'_{N \times s}$  中的  $s$  行, 构造方阵  $\mathbf{C}''_{s \times s}$ , 利用高斯消元法对方阵  $\mathbf{C}''_{s \times s}$  求对偶空间。

**步骤 5** 若对偶空间  $\mathbf{H}'$  为非 0 空间, 继续下一步; 否则  $i_2 = i_2 + 1$ , 并重复步骤 4, 直到  $i_2 > \text{iter}_{\text{row}}$ 。

**步骤 6** 计算对偶空间  $\mathbf{H}'$  中的所有校验向量  $\mathbf{h}'$  对应的统计量  $t$  (码字校验通过个数与不通过个数之差) 以及最小错误判决门限  $\Lambda$ 。若  $t \geq \Lambda$  且  $\frac{w_{h'}}{n} \leq 0.03$ , 则  $\mathbf{H}_{\text{res}} = [\mathbf{H}_{\text{res}}; \mathbf{h}']$ , 并判断码字个数  $N$  与码长  $n$  的关系, 若  $N > n$ , 转至步骤 7; 否则转至步骤 8。

**步骤 7** 若此次迭代中  $\mathbf{H}_{\text{res}}$  有新增校验向量, 则利用  $\mathbf{H}_{\text{res}}$  中新增的  $\mathbf{h}'$  对原始码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  进行校验并剔除错误码字, 同时码字矩阵更新为  $\mathbf{C}'_{N' \times n}$ , 重复步骤 3; 否则  $i_2 = i_2 + 1$ , 并重复步骤 4, 直到  $i_2 > \text{iter}_{\text{row}}$ 。

**步骤 8** 若此次迭代中  $\mathbf{H}_{\text{res}}$  有新增校验向量, 则利用  $\mathbf{H}_{\text{res}}$  中新增的  $\mathbf{h}'$  对原始码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  进行校验, 并将错误码字中校验比特可靠度  $|\mathbf{Lr}_{i,j}|$  最低对应的比特进行翻转, 同时更新对数似然比矩阵  $\mathbf{Lr}_{N \times n}$  和码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$ , 重复步骤 3; 否则  $i_2 = i_2 + 1$ , 并重复步骤 4, 直到  $i_2 > \text{iter}_{\text{row}}$ 。

**步骤 9** 判断  $i_1 > (\text{iter}_{\text{column}})_{\min}$  是否成立, 若成立, 则输出  $\mathbf{H}_{\text{res}}$ ; 若不成立, 则转至步骤 3, 直到  $i_1 > (\text{iter}_{\text{column}})_{\min}$ 。

## 2.4 复杂度分析

传统算法通常针对整个码字矩阵进行高斯消

元, 且求解出的校验向量还需进行  $P$  阶稀疏化处理, 故其最大计算复杂度为  $O\left(\text{iter}_{\text{row}} n^3 + n \sum_{i=2}^P C_{n-k}^i\right)$ ,

由于  $P$  的取值一般较大, 故传统算法复杂度较高。

文献[22]算法通过对接收码字矩阵  $\mathbf{C}_{N \times n}$  进行随机列抽取、随机行抽取构建方阵  $\mathbf{C}''_{s \times s}$ , 并进行高斯消元, 其中,  $\text{iter}_{\text{column}}$  为列抽取次数,  $\text{iter}_{\text{row}}$  为行抽取次数,  $s$  为随机抽取的列数, 故文献[22]算法最大计算量为  $O(\text{iter}_{\text{column}} \text{iter}_{\text{row}} s^3)$ 。

本文算法在文献[22]算法基础上, 通过一次迭代得到的校验向量, 在下次迭代时利用该校验向量提高接收码字中无误码码组的比例, 从而提高一次迭代求解校验向量的概率, 加快迭代收敛速度, 故本文算法在任何情况下, 迭代次数均不大于文献[22]算法。本文算法提出的“删除错误码字”和“翻转最低不可靠位”的计算复杂度与迭代次数相关, 每次迭代增加的计算复杂度远小于该次迭代中高斯消元的复杂度  $O(s^3)$ , 可忽略不计。故本文算法复杂度在任何情况下均不大于文献[22]算法, 且在最不利的情况下与文献[22]算法相同, 但通用性优于传统方法。

## 3 仿真实验及性能分析

本节仿真实验以 IEEE 802.11n 标准协议下 LDPC 码为例展开算法测试, 首先验证算法对稀疏矩阵的重建效果, 其次分别在不同迭代消元次数、不同码字个数、不同码长、不同码率、不同抽取次数情况下, 与文献[22]算法重建性能进行对比。

本节实验采用 IEEE 802.11n 协议中定义的 (648,324) LDPC 码, 设接收码字个数为 3 000 (码字个数充足), 误码率为 0.003, 行迭代次数为 20 次, 校验向量最大码重为 10, 其重建结果如图 2 所示。其中, 横坐标为当前码字的码长, 纵坐标为校验向量排序后的位置, 图 2(a)为 IEEE 802.11n 协议下定义的真实稀疏校验矩阵, 图 2(b)为文献[22]算法重建的稀疏校验矩阵 (排序后), 图 2(c)为本文算法重建的稀疏校验矩阵 (排序后)。

通过分析图 2 可得, 当误码率为 0.003 时, 本文算法能够重建出的稀疏校验向量个数为 312 个, 即重建率达到了 96.3%, 而利用文献[22]算法仅能得到 95 个稀疏校验向量, 即重建率为 29.32%。这表明本文算法在误码率较高时具有良好的性能, 能够更好地应用于高误码率下的 LDPC 码识别。

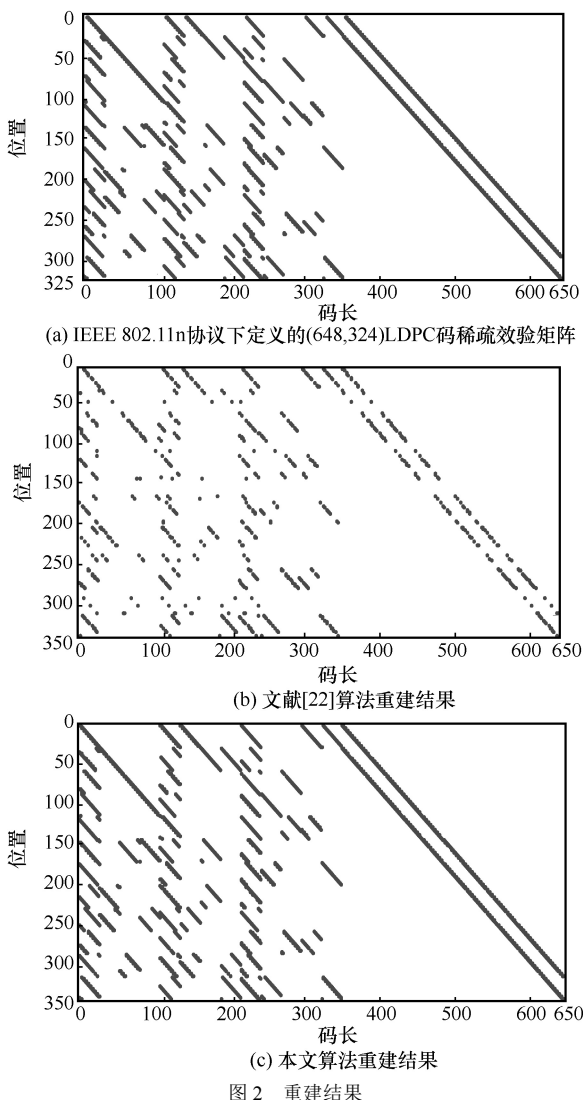


图 2 重建结果

### 3.1 不同迭代次数下的性能对比

本节实验采用 IEEE 802.11n 协议中定义的 (648,324) LDPC 码, 设接收码字个数为 3 000 (码字数充足), 误码率范围为 0.000 5~0.005 5, 行迭代次数分别为 5、10、20 次, 校验向量最大码重为 10, 统计不同迭代次数在不同误码率的情况下本文算法与文献[22]算法稀疏校验矩阵的重建率, 其中, 重建率表示重建的稀疏校验向量个数与真实稀疏校验向量个数的比例 (下文中重建率均为此含义), 仿真结果如图 3 所示

由图 3 可知, 对于 2 种算法, 增加迭代次数均能有效提高稀疏校验矩阵重建率。其原因在于当迭代次数增加时, 抽取码字中校验位无误码的概率随之增加, 此时利用高斯消元求解出校验向量的概率也随之增加。本文算法在不同迭代次数下, 稀疏校验矩阵重建率均在文献[22]算法之上, 且误码率在

0.002 5 条件下稀疏校验矩阵的重建率也能达到 100%, 相比文献[22]算法其重建性能提升约 60%。

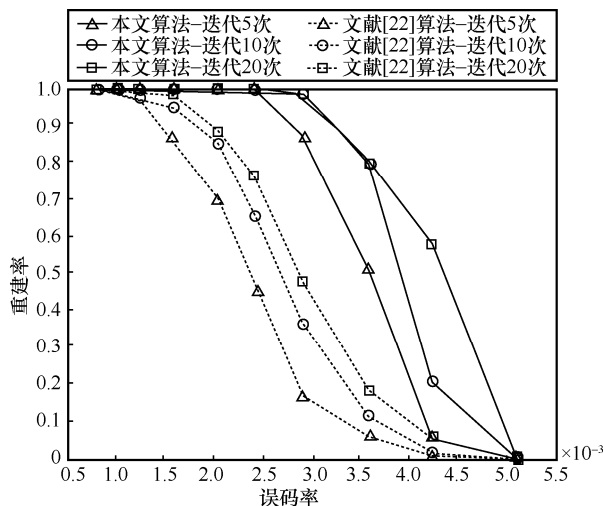


图 3 不同迭代次数在不同误码率下的重建率对比

### 3.2 不同码字数下性能对比

采用 IEEE 802.11n 标准协议下 (648,324) LDPC 码, 设信道误码率为 0.001 4, 高斯消元迭代次数为 10 次, 接收的 LDPC 码字数范围为 498~1 100, 取值间隔为 50, 统计在不同码字数下本文算法 (码字数充足) 与文献[22]算法稀疏校验矩阵的重建率, 仿真结果如图 4 所示。

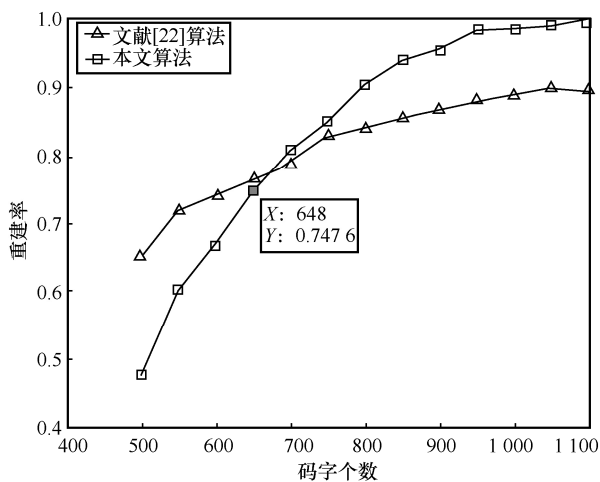


图 4 不同码字数下重建率对比

由图 4 可知, 对于 2 种算法, 增加码字数均能有效提高稀疏校验矩阵重建率。其原因在于接收码字数增加, 满足同一校验关系的码字也会随之增加, 在迭代消元时, 随机抽取到这类码字的可能性就会增大, 此时满足该校验关系的校验位均为正确比特, 故抽取到码字中校验位无误码的概率也随之增加, 进而求解出校验向量的可能性也随之提升, 从而重建率有

所提高。但当码字个数较少 ( $N \leq n$ ) 时, 本文算法 (码字个数充足) 相比文献[22]算法重建率较低, 与 2.1 节推导一致, 因此采用翻转最低不可靠位的方法, 在相同条件下再次进行仿真, 设置其码字个数为 324~648, 间隔为 50, 统计在不同码字个数下本文算法 (码字个数不足) 与文献[22]算法稀疏校验矩阵的重建率, 仿真结果如图 5 所示。

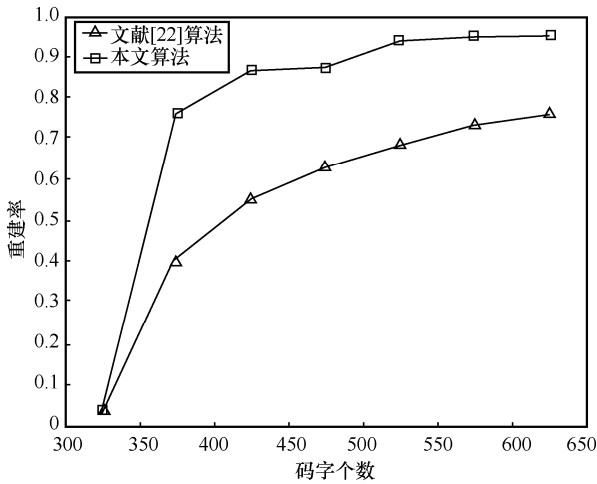


图 5 不同码字个数下重建率对比 (码字个数不足)

由图 5 可知, 采用翻转最低不可靠位的方法能够在码字个数不足时提高校验矩阵的重建率, 且在误码率为 0.001 4 的条件下, 即使码字个数严重不足, 本文算法的重建率依旧能达到 80% 左右。

### 3.3 不同码长下性能对比

本节实验采用 IEEE 802.11n 协议下的 LDPC 码, 设码率为  $\frac{1}{2}$ , 码字个数为 3 000, 行迭代次数为 20 次, 码长分别为 648、1 296、1 944, 信道误码率范围为 0.000 5~0.005 5, 统计不同码长在不同误码率下本文算法 (码字个数充足) 与文献[22]算法稀疏校验矩阵的重建率, 仿真结果如图 6 所示。

从图 6 可以看出, 码长越长, 在相同误码率情况下, 校验矩阵的重建率越低, 原因是当码长增加时, 随机抽取码字比特个数也相应增加, 误比特个数也随之上升, 此时参与高斯消元会导致其误码扩散情况严重, 从而重建率急剧降低。仿真结果表明, 在误码率为 0.003 5 的条件下, 针对码长为 648、码率为  $\frac{1}{2}$  的 LDPC 码, 本文算法相比文献[22]算法重建率提升约 50%。

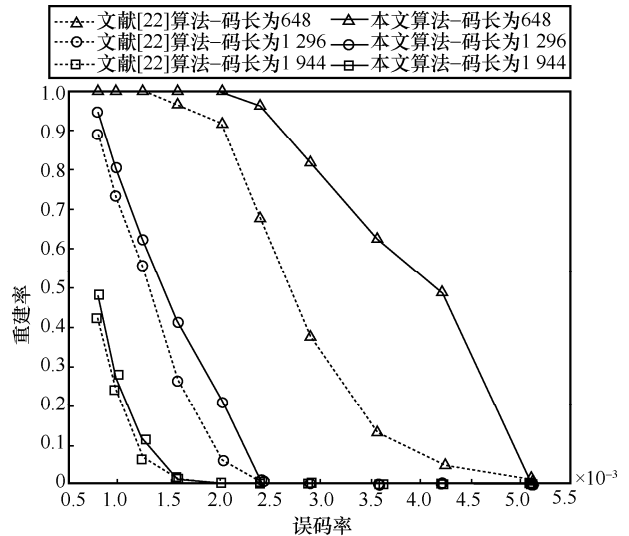


图 6 不同码长下重建率对比

### 3.4 不同码率下性能对比

本节实验采用 IEEE 802.11n 协议下的 LDPC 码, 设码长为 648, 码字个数为 3 000, 行迭代次数为 20 次, 码率分别为  $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{3}{4}$ , 信道误码率范围为 0.000 5~0.005 5, 统计不同码率在不同误码率下本文算法 (码字个数充足) 与文献[22]算法稀疏校验矩阵的重建率, 结果如图 7 所示。

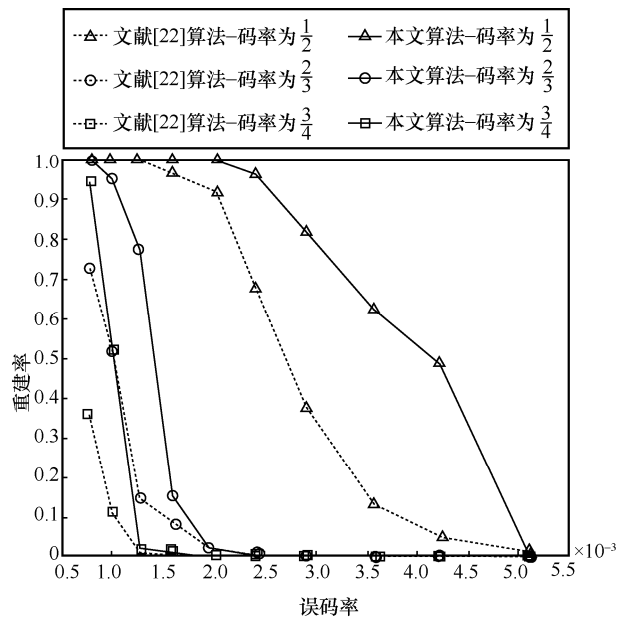


图 7 不同码率下重建率对比

由图 7 可以看出, 码率越高, 在相同误码率情况下, 校验矩阵的重建率越低, 其主要原因是当码率增加时, 稀疏校验向量的汉明重量也随之增加,

即校验比特位置个数增加,从而导致每次抽取时抽取到一个校验向量完整校验位的概率降低。其次,当码重增加时,疑似校验向量的误判率也随之增加,最终导致其高码率下的识别率降低。仿真结果表明,在误码率为 0.003 5 的条件下,针对码长为 648、码率为  $\frac{1}{2}$  的 LDPC 码,本文算法相比文献[22]算法重建率提升约 70%。

### 3.5 不同列抽取次数下性能对比

本节实验采用 IEEE 802.11n 协议下的 LDPC 码,设码长为 648,码率为  $\frac{1}{2}$ ,码字个数为 3 000,行迭代次数为 20 次,校验向量最大码重为 8,由 2.3 节理论知识可计算出最小列抽取次数为  $(\text{iter}_{\text{column}})_{\min} = 2 611$ ,本次实验列抽取次数范围为  $\left[\frac{(\text{iter}_{\text{column}})_{\min}}{2}, \left\lceil \frac{3(\text{iter}_{\text{column}})_{\min}}{2} \right\rceil\right]$ ,步进值为  $\frac{(\text{iter}_{\text{column}})_{\min}}{9}$ ,信道误码率为 0.002 2,统计在不同列抽取次数下本文算法(码字个数充足)与文献[22]算法重建校验向量的个数,结果如图 8 所示。

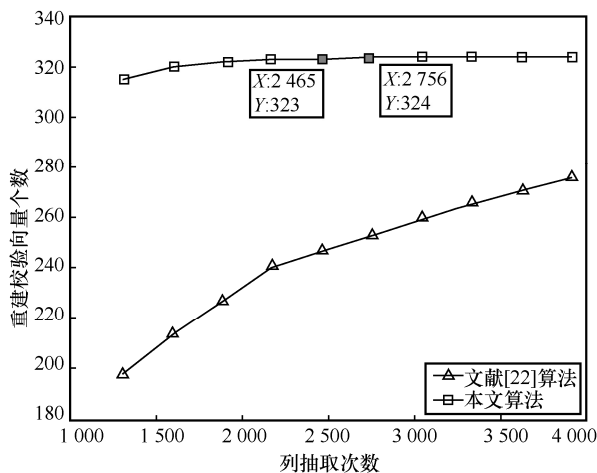


图 8 不同列抽取次数下重建校验向量个数对比

由图 8 可以看出,本文算法在相同列抽取次数下重建的校验向量个数均在文献[22]算法之上,且列抽取次数  $\text{iter}_{\text{column}} = 2 756$  时本文算法能够完整地重建校验空间的基,进一步验证了本文算法在 2.3 节推导的最小抽取次数。仿真结果表明,在误码率为 0.002 2 的条件下,当列抽取次数为理论推导的  $(\text{iter}_{\text{column}})_{\min} = 2 611$  时,本文算法重建的校验向量个数比文献[22]算法增加约 70 个,提升了约 22%。

## 4 结束语

在接收码字个数充足 ( $N > n$ ) 和码字个数不足 ( $N \leq n$ ) 情况下,本文提出了可直接重建稀疏校验向量的算法。该算法首先通过随机抽取码字比特位置,构建新的码字空间并进行高斯消元求解校验向量;其次,利用迭代已获取的稀疏校验向量,根据接收码字个数的不同,采用“剔除错误码字”或“翻转最低不可靠位”的方法,提高数据中无误码码组的比例并继续迭代,从而重建校验矩阵。仿真结果表明,相对于现有算法,本文算法具有较强的容错能力,且复杂度在可以承受的范围内,可更好地适用于实际环境。

目前,LDPC 码开集识别研究领域的相关算法重建的稀疏校验矩阵并非是当前码字的真实稀疏校验矩阵  $H$ ,而是同一校验空间下不同基的表现形式。同时本文算法在码长和码率较高的情况下,校验向量码重以及抽取参与消元的比特个数相应增加,导致高斯消元时误码扩散严重,从而重建率较低。因此,如何提高码长、码率较大时的重建率可作为下一阶段的研究目标。

本文算法针对其 LDPC 码识别具有良好的效果,根据对偶空间的原理,该算法针对其分组码、卷积码识别也应具有一定的通用性,且相比现有方法复杂度更低、更容易实现,例如,卷积码识别时通常利用 Walsh-Hadamard 含错方程求解,但当其码率较高时,接收码字构建方程的未知数较多,假定其方程的变元量为  $L$ ,此时该方法对计算机内存的需求为  $2^L \times 2^L$ ,故在求解高维校验向量时,该方法在实际中难以应用,而本文算法通过降低对偶空间的维度,同时提高接收数据内无误码码组的比例,使算法复杂度低、含错能力强,且对计算机内存要求不高,故该算法的推广应用可作为下一步的研究内容。

### 参考文献:

[1] 于沛东,彭华,巩克现,等.基于最小二乘代价函数的卷积码盲识别方法[J].电子学报,2018,46(7):1545-1552.  
YU P D, PENG H, GONG K X, et al. Blind recognition of convolutional codes based on least-square cost-function[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(7): 1545-1552.

[2] 钟兆根,刘杰,张立民.基于极大极小准则下的(n, k, m)卷积码识别[J].系统工程与电子技术,2019,41(5):1133-1142.  
ZHONG Z G, LIU J, ZHANG L M. Recognition of (n, k, m) convolutional codes based on maximum and minimum criterion[J]. Systems

- Engineering and Electronics, 2019, 41(5): 1133-1142.
- [3] 阔永红, 曾伟涛, 陈健. 基于概率逼近的本原 BCH 码编码参数的盲识别方法[J]. 电子与信息学报, 2014, 36(2): 332-339.  
KUO Y H, ZENG W T, CHEN J. Blind identification of primitive BCH codes parameters based on probability approximation[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2014, 36(2): 332-339.
- [4] 吴昭军, 张立民, 钟兆根, 等. 基于平均余弦符合度下的本原 BCH 码盲识别[J]. 通信学报, 2020, 41(1): 15-24.  
WU Z J, ZHANG L M, ZHONG Z G, et al. Blind recognition of primitive BCH code based on average cosine conformity[J]. Journal on Communications, 2020, 41(1): 15-24.
- [5] 吴昭军, 张立民, 钟兆根, 等. 一种软判决下的 RS 码识别算法[J]. 电子与信息学报, 2020, 42(9): 2150-2157.  
WU Z J, ZHANG L M, ZHONG Z G, et al. Blind recognition of RS codes based on soft decision[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2020, 42(9): 2150-2157.
- [6] 刘骏, 李静, 于沛东. 一种 Turbo 码随机交织器的迭代估计方法[J]. 通信学报, 2015, 36(6): 205-210.  
LIU J, LI J, YU P D. Iterative estimation method for random interleaver of Turbo codes[J]. Journal on Communications, 2015, 36(6): 205-210.
- [7] 胡延平, 张天骐, 白杨柳, 等. 删余型 Turbo 码分量编码器盲识别算法[J]. 信号处理, 2021, 37(11): 2207-2215.  
HU Y P, ZHANG T Q, BAI Y L, et al. A blind recognition algorithm for the component encoder of punctured turbo code[J]. Journal of Signal Processing, 2021, 37(11): 2207-2215.
- [8] 李卓伦, 韩卓茜. 利用多种纠错方式进行优化的 Turbo 码交织器识别[J]. 电子学报, 2021, 49(2): 239-247.  
LI Z L, HAN Z X. An optimization method using multiple error correction for turbo-code interleaver identification[J]. Acta Electronica Sinica, 2021, 49(2): 239-247.
- [9] YU P D, LI J, PENG H. A least square method for parameter estimation of RSC sub-codes of turbo codes[J]. IEEE Communications Letters, 2014, 18(4): 644-647.
- [10] GALLAGER R G. Low-density parity-check codes[M]. Cambridge: MIT Press, 1963.
- [11] 刘健, 王晓君, 周希元. 基于 Walsh-Hadamard 变换的卷积码盲识别[J]. 电子与信息学报, 2010, 32(4): 884-888.  
LIU J, WANG X J, ZHOU X Y. Blind recognition of convolutional coding based on Walsh-Hadamard transform[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2010, 32(4): 884-888.
- [12] WANG F H, HUI X, HUANG Z T. Blind reconstruction of convolutional code based on segmented Walsh-Hadamard transform[J]. Journal of Systems Engineering and Electronics, 2014, 25(5): 748-754.
- [13] 刘倩, 张昊, 宋莹炯, 等. 小样本条件下基于矩阵乘法和秩分析的 LDPC 参数估计方法[J]. 电子学报, 2022, 50(5): 1075-1082.  
LIU Q, ZHANG H, SONG Y J, et al. LDPC parameter estimation by matrices product and rank analysis under the condition of small sampling[J]. Acta Electronica Sinica, 2022, 50(5): 1075-1082.
- [14] XIA T, WU H C. Novel blind identification of LDPC codes using average LLR of syndrome a posteriori probability[C]//Proceedings of 2012 12th International Conference on ITS Telecommunications. Piscataway: IEEE Press, 2013: 12-16.
- [15] WU Z J, ZHANG L M, ZHONG Z G, et al. Blind recognition of LDPC codes over candidate set[J]. IEEE Communications Letters, 2020, 24(1): 11-14.
- [16] 刘仁鑫, 张立民, 钟兆根, 等. 基于最大余弦比的 LDPC 码闭集识别[J]. 信号处理, 2020, 36(8): 1234-1242.  
LIU R X, ZHANG L M, ZHONG Z G, et al. Closed set identification of LDPC codes based on maximum cosine ratio[J]. Journal of Signal Processing, 2020, 36(8): 1234-1242.
- [17] 包昕, 周磊珂, 何可, 等. 误码条件下的 LDPC 码盲识别算法[J]. 西安交通大学学报, 2015, 49(12): 53-58.  
BAO X, ZHOU L K, HE K, et al. A recognition algorithm for LDPC codes of blind in a noisy environment[J]. Journal of Xi'an Jiaotong University, 2015, 49(12): 53-58.
- [18] LIU Q, ZHANG H, SHEN G F, et al. A fast reconstruction of the parity-check matrices of LDPC codes in a noisy environment[J]. Computer Communications, 2021, 176: 163-172.
- [19] OWSLEY P A. LDPC architecture[P]. United States Patent: US7353444, 2005-05-06.
- [20] CANTEAUT A, CHABAUD F. A new algorithm for finding minimum-weight words in a linear code: application to McEliece's cryptosystem and to narrow-sense BCH codes of length 511[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1998, 44(1): 367-378.
- [21] 陈泽亮, 彭华, 巩克现, 等. 误码条件下 LDPC 码参数的盲估计[J]. 电子学报, 2018, 46(3): 652-658.  
CHEN Z L, PENG H, GONG K X, et al. A method for blind recognition of LDPC codes in a noisy environment[J]. Acta Electronica Sinica, 2018, 46(3): 652-658.
- [22] 吴昭军, 张立民, 钟兆根, 等. 高误码率下 LDPC 稀疏校验矩阵重建[J]. 通信学报, 2021, 42(3): 1-10.  
WU Z J, ZHANG L M, ZHONG Z G, et al. Reconstruction of sparse check matrix for LDPC at high bit error rate[J]. Journal on Communications, 2021, 42(3): 1-10.
- [23] 于沛东, 彭华, 巩克现, 等. 基于寻找小重量码字算法的 LDPC 码开集识别[J]. 通信学报, 2017, 38(6): 108-117.  
YU P D, PENG H, GONG K X, et al. LDPC code reconstruction based on algorithm of finding low weight code-words[J]. Journal on Communications, 2017, 38(6): 108-117.

#### [作者简介]



王忠勇 (1965–), 男, 江西遂川人, 博士, 郑州大学教授、博士生导师, 主要研究方向为通信信号处理、嵌入式系统等。

李正豪 (1999–), 男, 河南禹州人, 郑州大学硕士生, 主要研究方向为信道编码识别分析。

巩克现 (1976–), 男, 山东泰安人, 博士, 郑州大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信信号分析与处理、信道编码、无线接入、目标监测及电子对抗等。

孙鹏 (1990–), 男, 河南周口人, 博士, 郑州大学讲师, 主要研究方向为无线通信、消息传递理论、毫米波通信。

李清涛 (1976–), 男, 河南唐河人, 61818 部队高级工程师, 主要研究方向为信号与信息处理。