

基于散射自由程随机重采样的光量子定位方法

周牧^{1,2}, 张靖^{1,2}, 王勇^{1,2}, 杨小龙^{1,2}, 李玲霞^{1,2}

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 移动通信教育部工程研究中心, 重庆 400065)

摘要: 为了解决量子信号受散射环境干扰, 导致定位误差波动大且定位稳健性差的问题, 提出了一种基于散射自由程随机重采样的光量子定位方法。基于蒙特卡罗思想建立散射模型, 结合环境信息和符合计数结果构建散射自由程矩阵。对散射自由程序列进行重采样, 计算不同光源各时间分组下相对距离误差, 以此动态选择光源, 并实现对目标物体的位置估计。实验结果表明, 所提方法定位误差为厘米级, 且定位误差在 0.12 m 内的置信概率达 90.57%。

关键词: 量子定位; 散射自由程; 符合计数; 随机重采样; 光源选择

中图分类号: TN929.1

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2023053

Optical quantum positioning method based on random resampling of scattering free path

ZHOU Mu^{1,2}, ZHANG Jing^{1,2}, WANG Yong^{1,2}, YANG Xiaolong^{1,2}, LI Lingxia^{1,2}

1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

2. Engineering Research Center of Mobile Communications, Ministry of Education, Chongqing 400065, China

Abstract: To solve the problem that the quantum signal was disturbed by the scattering environment, which lead to large fluctuation of the positioning error and poor positioning robustness, an optical quantum positioning method based on random resampling of the scattering free path was proposed. The scattering model was established based on the Monte Carlo theory, and the scattering free path matrix was constructed by combining the environment information and coincidence counting results. The scattering free program was resampled, and the relative distance error of different light sources in different time groups was calculated. Based on that, the light sources were dynamically selected, and the position of the target object was estimated. Experimental results show that the positioning error of the proposed method can achieve the centimeter level, and the confidence probability of the positioning error within 0.12 m is 90.57%.

Keywords: quantum positioning, scattering free path, coincidence counting, random resampling, light source selection

0 引言

量子信息技术是基于量子物理学的新一代信息科学技术, 通过对微观粒子进行精确的量子操

控, 能够突破经典信息技术的物理极限, 将引领下一次信息革命。量子定位系统 (QPS, quantum positioning system) 作为量子信息技术中的重要内容, 利用量子纠缠态^[1-2]和压缩态^[3-4]特性对目标物体进

收稿日期: 2022-07-28; 修回日期: 2022-10-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62101085); 重庆市自然科学基金资助项目 (No.CSTB2022NSCQ-MSX0895); 重庆市教委科学技术研究基金资助项目 (No.KJZD-K202000605); 重庆市技术创新与应用发展专项基金资助项目 (No.S2022-02N); 重庆市研究生科研创新基金资助项目 (No.CYS21295); 重邮信通青创团队支持计划基金资助项目 (No.SCIE-QN-2022-06)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.62101085), The Chongqing Natural Science Foundation Project (No.CSTB2022NSCQ-MSX0895), The Science and Technology Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (No.KJZD-K202000605), The Special Project of Chongqing Technology Innovation and Application Development (No.S2022-02N), The Postgraduate Scientific Research and Innovation Project of Chongqing (No.CYS21295), The Youth Innovation Group Support Program of ICE Discipline of CQUPT (No.SCIE-QN-2022-06)

行定位，打破了人们在传统信息传输和编码方面形成的思维定式，可有效解决无线定位系统保密性较差以及由于信号带宽和功率限制而导致定位精度受限于散粒噪声极限^[5]的问题。

Giovanetti 等^[6]提出量子定位的思想，通过“光子发射-目标接收-目标反射-光子探测”的测距过程，从理论上证明了单脉冲的光子数压缩和多通道间脉冲的频率纠缠可有效提高定位精度，即采用 M 个通道间频率纠缠的脉冲且将 N 个频率纠缠的光子压缩在单脉冲中，可使测距精度提升 \sqrt{MN} 倍；Bahder 等^[7]将光量子纠缠脉冲测距方法应用于星基定位，提出了干涉式 QPS 的思想，其由 6 颗卫星两两构成 3 对基线并利用到达时间差来实现距离解算，仿真结果表明，当光学时延的标准差为 1 μm 时，定位精度可达 1 cm。李永放等^[8]将宽频带脉冲激光作用于非线性晶体，通过 II 型自发参量下转换（SPDC, spontaneous parametric down conversion）过程产生纠缠光子对，并利用纠缠光子对的光谱特征分析了脉冲宽度对 QPS 定位精度的影响，仿真结果表明，随着脉冲宽度的增加，纠缠光子对的相干性降低，进而导致定位精度下降。

QPS 利用量子信号对目标物体进行定位，而量子信号在自由空间中传输时不可避免地受到大气湍流、雾霾、尘埃等外界环境干扰，进而影响定位精度。刘涛等^[9]分析了降雨、降雪和雾霾天气对量子信号在自由空间中传输的影响，仿真结果表明，对于波长为 3 800 nm 的量子信号，大雨天气下信号传输距离约为 4.3 km，而在重度雾霾和大

雪天气下信号传输距离仅为 0.28 km 和 0.26 km。丛爽等^[10]考虑到纠缠光穿过大气电离层和对流层时产生的传输距离误差，将相对定位的思想应用于 QPS，提出了一种抗大气干扰的量子定位方案，仿真结果表明，其在一定程度上降低了大气环境干扰并取得厘米级定位精度。聂敏等^[11]分析了降雨天气导致的光子数变化对 QPS 定位误差的影响，讨论了降雨强度、传输距离等因素与最优光子数之间的数学关系，提出了一种抗降雨干扰的 QPS 诱骗态自适应调整策略，仿真结果表明，当降雨强度为 10 mm/h 且传输距离为 10 km 时，该策略能将 QPS 定位误差由 13.81 cm 减小至 1.13 cm。总体上看，现有研究主要关注量子信号在传输过程中受到的影响，但不同光源发出的量子信号受散射环境干扰的影响随时间和传输路径的变化也在发生改变，进而导致 QPS 定位误差波动大且定位稳健性差^[12]。为此，本文提出了一种基于散射自由程随机重采样的光子定位方法，其系统框架如图 1 所示。首先，基于蒙特卡罗思想建立散射模型，并通过散射自由程模拟光子在散射环境中的传输距离，给出光源与目标物体之间的传输距离以及单光子探测器探测到的光子数的数学表达式；其次，基于环境信息对纠缠光子对时间脉冲序列进行分组，对各分组中纠缠光子对时间脉冲序列进行符合计数以构建散射自由程矩阵，通过对散射自由程序列进行重采样处理，计算不同光源各时间分组下的相对距离误差并进行动态光源选择；最后，建立关于光源位置坐标、散射自由程序列和目标物体位置坐标的三边定位

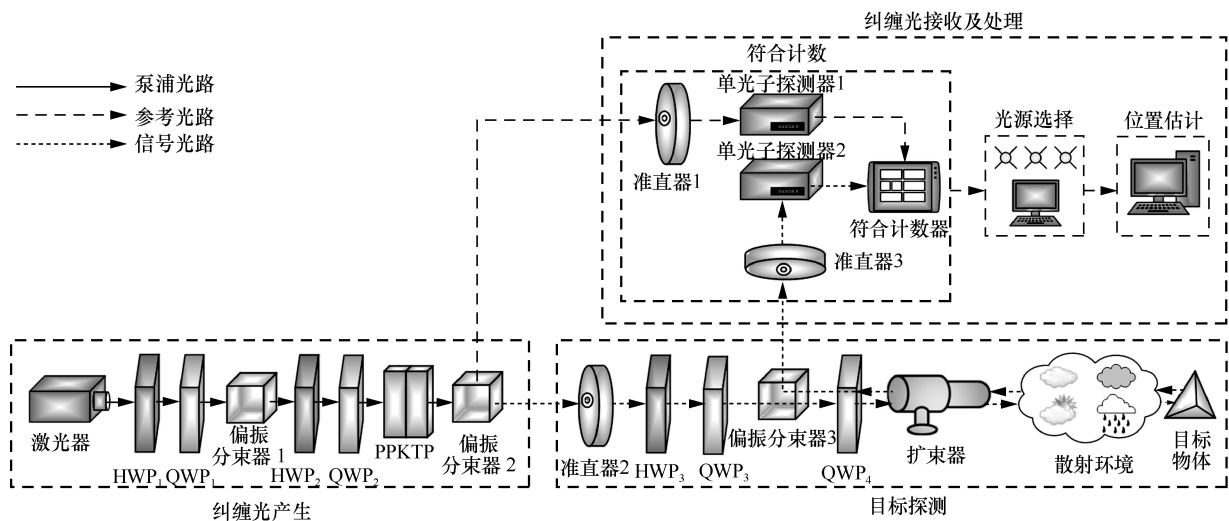


图 1 光子量子定位系统框架

方程, 利用最小二乘法实现对目标物体的位置坐标估计。

1 系统模型

1.1 纠缠光产生与目标探测

本文采用波长为 405 nm 的激光器发射连续泵浦光, 由半波片 (HWP, half-wave plate) 1+四分之一波片 (QWP, quarter-wave plate) 1+偏振分束器 1 产生纯净的水平偏振光, 并经过 HWP₂+QWP₂ 调制为 45°线偏振光。该偏振光入射至周期化磷酸氧钛钾 (PPKTP, periodically poled KTP) 晶体, 通过 SPDC^[13-15]过程产生波长为 810 nm 的纠缠光, 并利用偏振分束器 2 将其分离以得到具有相同光强 I 的信号光和参考光, 且满足

$$I \propto e^{-\Delta k d} d^2 \sin c^2 \left(\frac{\Delta k d}{2} \right) \quad (1)$$

其中, \propto 表示正相关; d 为 PPKTP 晶体长度; c 为光速; Δk 为相位失配量, 且满足

$$\Delta k = k_p - k_i - k_s - \frac{2\pi}{\Lambda} \quad (2)$$

其中, Λ 为极化周期, k_p 为泵浦光波矢, k_i 为参考光波矢, k_s 为信号光波矢, $\frac{2\pi}{\Lambda}$ 为光栅波矢。

参考光由准直器 1 耦合接收并传输至单光子探测器 1, 而信号光则由准直器 2 耦合接收并发送至目标物体。由于信号光到达准直器 2 时偏振态不可预测, 于是需要动态调节 HWP₃+QWP₃, 使偏振分束器 3 尽可能透射水平偏振光。此外, 为了实现目标探测, 利用 QWP₄ 将光的偏振态由水平偏振变换为左旋圆偏振, 并通过扩束器来满足信号光的长距离传输要求, 而光子在自由空间中进行长距离传输时会受到散射环境的影响, 其中一部分光子在传输过程中将发生湮灭。

1.2 纠缠光接收及处理

光子到达单光子探测器时会引发雪崩效应, 进而通过放大器将微弱电流脉冲转换为电压脉冲并输出数字脉冲, 脉冲的前沿位置代表光子到达时间。随着参考光子和信号光子的不断到达, 纠缠光子对时间脉冲序列形成, 即参考光子时间脉冲序列 $\mathbf{CH}_1 = \{t_{11}, \dots, t_{1u}, \dots, t_{1K}\}$ 和信号光子时间脉冲序列 $\mathbf{CH}_2 = \{t_{21}, \dots, t_{2v}, \dots, t_{2K'}\}$, 其中, t_{1u} ($u =$

$1, \dots, K$) 和 t_{2v} ($v = 1, \dots, K'$) 分别表示参考通道和信号通道中第 u 个和第 v 个光子时间脉冲。由于通过 SPDC 过程产生的两路纠缠光子的时间、偏振和能量高度相关, 可利用符合计数方法^[16]对两通道纠缠光子的到达时间差进行估计, 进而实现对目标物体的定位。两通道纠缠光子的符合计数过程如图 2 所示。

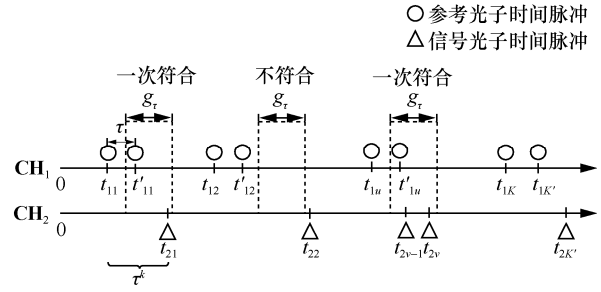


图 2 两通道纠缠光子的符合计数过程

图 2 给出了 3 种典型的光子到达情况, 其中, 当同一个符合门宽 g_r 内符合光子数大于 1 时, 认为仅有一次符合。将 \mathbf{CH}_1 延迟 τ , 并计算延迟后的参考光子时间脉冲序列 $\mathbf{CH}'_1 = \{t'_{11}, \dots, t'_{1u}, \dots, t'_{1K}\}$ 与 \mathbf{CH}_2 之间的符合计数值, 当 $|t_{1u} + \tau - t_{2v}| < g_r$ 时, 符合计数值 $n(\tau)$ 加 1。此外, 当 $g_r \ll \tau_c$ (其中, τ_c 为光场相干时间) 时, 二阶关联函数 $G^{(2)}(\tau)$ 与 $n(\tau)$ 满足如下关系^[17]。

$$G^{(2)}(\tau) = \frac{n(\tau) - Tg_r(R_1 + \gamma_1)(R_2 + \gamma_2) + Tg_r R_1 R_2}{Tg_r R_1 R_2} \quad (3)$$

其中, T 为总采样时间, R_1 和 R_2 分别为单光子探测器 1 和单光子探测器 2 的光子计数率, γ_1 和 γ_2 分别为单光子探测器 1 和单光子探测器 2 的暗计数率。根据符合计数理论^[16], 有 $G^{(2)}(\tau^k) = \max(G^{(2)}(\tau))$, τ^k 为两通道纠缠光子的到达时间差。在实际情况下, 由于环境中存在多种散射粒子, 光子在传输过程中会与其发生碰撞进而导致符合计数值存在时间误差 τ_{noise} , 其中, $\tau_{\text{noise}} = \tau^k - \tau^0$, τ^0 为无碰撞时两通道纠缠光子的到达时间差。于是, 第 a 个光源与目标物体之间光子的传输距离 l_a ($a = 1, \dots, A$) 可表示为

$$l_a = l_a^0 + n_a \quad (4)$$

其中, A 为光源数, l_a^0 为第 a 个光源与目标物体之间的直线距离, n_a 为第 a 个光源发出的光子在散射环境中传输时存在的距离误差。

为了减小上述距离误差, 本文提出了一种基于

散射自由程随机重采样的光源选择方法。首先, 根据信号光子时间脉冲序列中包含的环境信息, 对接收的纠缠光子对时间脉冲序列进行分组, 利用不同光源各时间分组下的符合计数值得到散射自由程, 并模拟光子在散射环境中的传输距离以构造散射自由程矩阵; 其次, 设置各光源的散射自由程序列权重, 利用随机重采样算法筛选并复制大权重粒子; 最后, 以各光源的最小散射自由程为标准计算其他时间分组相对该标准的距离误差, 并在各时间分组下动态选择具有最小相对距离误差的光源进行定位。

由第 a 个光源的符合计数峰值对应的时延 τ_a^k 计算得到 $l_a = \frac{c\tau_a^k}{2}$, 并根据光源位置坐标 (x_a, y_a) ($a=1, \dots, A$), 利用最小二乘法估计出目标物体的位置坐标 (x^0, y^0) 。

2 光子定位方法

2.1 散射模型构建

在光子定位过程中, 由于环境中存在多种散射粒子, 光子在传输时会与散射粒子发生碰撞, 导致光子的传输路径发生变化。本文以单次散射模型为基础, 基于蒙特卡罗思想, 利用随机数来模拟光子与散射粒子的碰撞过程。光子散射传播模型如图 3 所示。

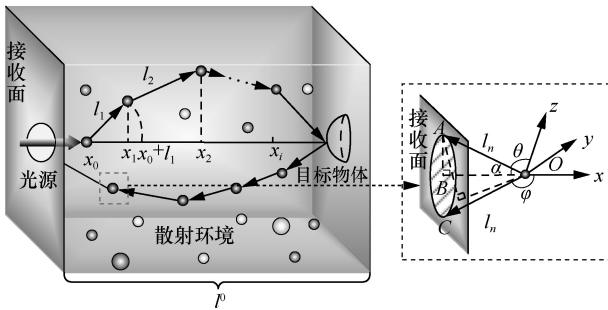


图 3 光子散射传播模型

由于不同类型的散射粒子的消光系数不同 (即对光子的影响程度不同), 本文将环境中的散射粒子抽象为大小不一的球形粒子 (粒子的灰度差异刻画了不同的消光系数), 如图 3 所示。粒子的横坐标 x_i ($i=1, \dots, n$) 表示光子在传输过程中的第 i 个碰撞点位置, 其中, n 为碰撞点总数, 散射自由程 l_i 表示光子在第 $i-1$ 个碰撞点与第 i 个碰撞点之间未与其他散射粒子碰撞而自由移动的距离, 其值与第 $i-1$ 个碰撞点处的残存光子数 $N(x_{i-1})$ 和环境介质

有关。显然, 相邻粒子连成的路径即光子在散射环境中的传输路径。

令第 $i-1$ 个碰撞点处的 $N(x_{i-1})$ 个残存光子在之后长度为 dl_i 的路程上平均碰撞 $\frac{N(x_{i-1})dl_i}{\bar{\lambda}}$ 次, 其中, 平均自由程 $\bar{\lambda}$ 的倒数 $\frac{1}{\bar{\lambda}}$ 表示单位长度内光子的平均碰撞次数, 其值由环境散射粒子的性质和状态决定。根据麦克斯韦平均自由程公式^[18] $\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{\omega}} = \frac{1}{\sqrt{2k\pi D^2}}$, 其

中, \bar{v} 为光子的平均速率, $\bar{\omega}$ 为光子的平均碰撞频率, D 为光子直径, k 为以直径 D 为半径、光子传输路径为母线的单位曲折圆柱体内的粒子数, 可得

$$-dN = N(x_{i-1}) - N(x_{i-1} + dl_i) = \sqrt{2Nk\pi D^2} dl_i \quad (5)$$

由于每次碰撞后光子数会发生变化, 可将前一个碰撞点位置作为下一次碰撞的初始位置。基于此, 对式(5)进行积分, 光子从第 $i-1$ 个碰撞点到第 i 个碰撞点所经历的自由程 l_i 满足如下关系。

$$\int_{N(x_{i-1})}^{N(x_{i-1}+l_i)} -dN = \int_0^{l_i} \sqrt{2Nk\pi D^2} dl_i \quad (6)$$

于是, 光子在传输过程中发生 n 次碰撞时的总自由程 l^n (即光源与目标物体之间光子的传输距离) 可表示为

$$l^n = \sum_{i=1}^n \frac{-\ln\left(\frac{N(x_{i-1}+l_i)}{N(x_{i-1})}\right)}{\sqrt{2k\pi D^2}} \quad (7)$$

若光子在传输过程中未与粒子发生碰撞, 则该理想条件下有 $x_i = x_{i-1} + l_i$ 。此时, 光子的总自由程为光源与目标物体之间的直线距离, 即

$$l^0 = \frac{-\ln\left(\frac{N(x_n)}{N(x_0)}\right)}{\sqrt{2k\pi D^2}}。然而, 由于实际环境中光子的$$

传输方向因碰撞而不断发生改变, 因此 $x_i + l_{i+1} \geq x_{i+1}$ 。于是, 光子在传输时产生的距离误差 n_i 可表示为

$$n_i = l^n - l^0 = \frac{-\ln\left(\prod_{i=1}^n \frac{N(x_{i-1}+l_i)}{N(x_{i-1})}\right) + \ln\left(\frac{N(x_n)}{N(x_0)}\right)}{\sqrt{2k\pi D^2}} = \frac{\ln\left(\frac{N(x_0)}{N(x_0+l_1)} \frac{N(x_1)}{N(x_1+l_2)} \dots \frac{N(x_{n-1})}{N(x_{n-1}+l_n)} \frac{N(x_n)}{N(x_0)}\right)}{\sqrt{2k\pi D^2}} \geq 0 \quad (8)$$

在图 3 中，斜线阴影部分为以最后一个碰撞点 O 为球心、半径为 l_n 的球面与接收面的相交截面，即光子最终到达接收面所形成的靶面（面积为 S_o ）， A 和 C 为最后一次散射路径与靶面的交点，且 $OC = OA = l_n$ ，则 A 点坐标为

$$(x_A, y_A, z_A) = (l_n \sin \theta \cos \varphi, l_n \sin \theta \sin \varphi, l_n \cos \theta) \quad (9)$$

其中， l_n 为光子到达接收面前最后一次碰撞（碰撞点为 O ）所经历的散射自由程， $\theta \in [0, \pi]$ 为极角，

$\varphi \in \left[\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right]$ 为方位角。此时，反向延长 x 轴交靶面于 B ，可得 $OB \perp AB$ 且 $OB = |y_A|$ 。故 S_o 可表示为

$$S_o = \pi l_n^2 (\sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta) \quad (10)$$

故单光子探测器探测到的光子数 K 为

$$K = pN(x_0 + l^n) = \frac{S_{in} N \left(x_0 + \sum_{i=1}^n \frac{\ln \left(\frac{N(x_{i-1} + l_i)}{N(x_{i-1})} \right)}{\sqrt{2k\pi D^2}} \right)}{\pi l_n^2 (\sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta)} \quad (11)$$

其中， $N(x_0 + l^n)$ 为光束到达接收面时的残存光子数， p 为光子被单光子探测器探测到的概率， S_{in} 为单光子探测器的光敏面积。

由于光子每次散射的方向和散射自由程均存在随机性，因此本文基于蒙特卡罗思想利用随机数来模拟光子散射过程，即定义随机数 $\varepsilon_i = \frac{N(x_{i-1} + l_i)}{N(x_{i-1})}$ 和 $\varepsilon_r = \frac{N(x_n)}{N(x_0)}$ 分别模拟光子在散射条件和理想条件下的散射自由程^[19]，其中， $\varepsilon_i, \varepsilon_r \in (0, 1]$ 。在光子传输过程中，粒子的吸收作用

使部分光子发生湮灭，且随着传输距离的增大，光子发生湮灭概率增加，残存光子数减少。利用消光系数 μ_e （即光在传输单位距离时的相对衰减率）来刻画光子在不同环境中的平均自由程，但不同类型的粒子的消光系数有所不同，其值由环境介质中每种类型粒子对应的消光系数及其在环境介质中的混合比确定^[20]，即

$$\mu_e = \sum_{j=1}^J \mu_j x_j \quad (12)$$

其中， J 为粒子类型总数； μ_j 为第 j 种类型粒子的消光系数； x_j 为第 j 种类型粒子在环境介质中所占的体积比，且 $\sum_{j=1}^J x_j = 1$ 。

基于上述讨论，光源与目标物体之间光子的传输距离 l 以及单光子探测器探测到的光子数 K 可分别简化为

$$l = \frac{\sum_{i=1}^n -\ln \varepsilon_i}{\sum_{j=1}^J \mu_j x_j} \quad (13)$$

$$K = \frac{S_{in} N \left(x_0 + \frac{\sum_{i=1}^n -\ln \varepsilon_i}{\sum_{j=1}^J \mu_j x_j} \right)}{\pi l_n^2 (\sin^2 \theta \sin^2 \varphi + \cos^2 \theta)} \quad (14)$$

2.2 基于散射自由程随机重采样的光源选择

利用单光子探测器和符合计数器对两通道纠缠光子对时间脉冲序列进行接收和计算后，针对纠缠光子在散射环境中传输时引入的距离误差，本文提出一种基于散射自由程随机重采样的光源选择方法，方法流程如图 4 所示。

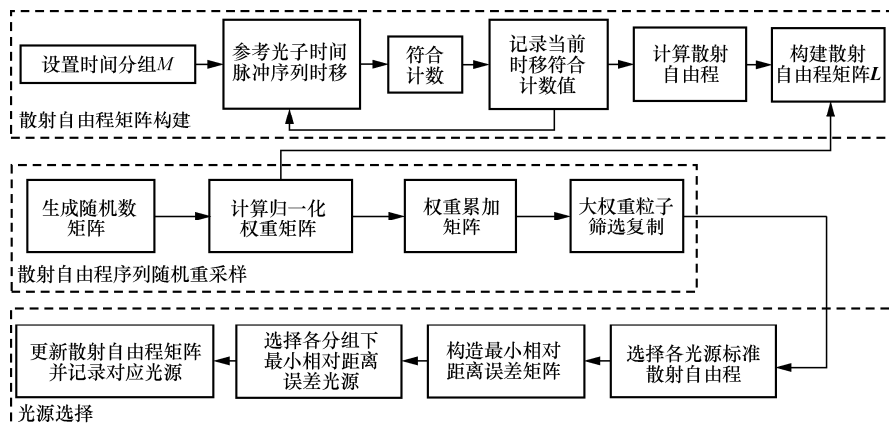


图 4 光源选择方法流程

2.2.1 散射自由程矩阵构建

不失一般性,在时间段 $(0,T]$ 分别截取等长(序列长度为 K)的参考光子时间脉冲序列 $\mathbf{CH}_1 = \{t_{11}, \dots, t_{1u}, \dots, t_{1K}\}$ 和信号光子时间脉冲序列 $\mathbf{CH}_2 = \{t_{21}, \dots, t_{2v}, \dots, t_{2K}\}$ 。为了刻画该时间段内每个光源受环境影响的程度,将时间段 $(0,T]$ 划分为 M 个时间分组(TG, time grouping),第 m ($m=1, \dots, M$)个时间分组可表示为

$$\text{TG}_m = \left(\frac{(m-1)T}{M}, \frac{mT}{M} \right) \quad (15)$$

其中,分组数 $M = \lfloor \frac{K}{p} \rfloor$, $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整, p 为时间段 $(0,T]$ 内湮灭的光子数。

对不同光源每个时间分组中的时间脉冲序列进行符合计数,并根据符合计数峰值对应的时延值,计算得到第 a 个光源第 m 个时间分组下的散射自由程 $l_{a,m}$ ($a=1, \dots, A; m=1, \dots, M$),进而构建

$$\text{散射自由程矩阵 } \mathbf{L} = \begin{bmatrix} l_{1,1} & \dots & l_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{A,1} & \dots & l_{A,M} \end{bmatrix}。$$

2.2.2 散射自由程序列随机重采样

对于每个光源,将得到的散射自由程序列 $\{l_{a,1}, \dots, l_{a,M}\}$ ($a \in \{1, \dots, A\}$)进行随机重采样^[21]。具体而言,首先,按每行元素(其值服从 $(0,1)$ 均匀分布的随机数)取值从小到大排列构造 $A \times M$ 随机

$$\text{数矩阵 } \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_{1,1} & \dots & u_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{A,1} & \dots & u_{A,M} \end{bmatrix}; \text{ 然后,将散射自由程}$$

矩阵 \mathbf{L} 变换为归一化权重矩阵

$$\mathbf{W}^* = \begin{bmatrix} w_{1,1}^* & \dots & w_{1,M}^* \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{A,1}^* & \dots & w_{A,M}^* \end{bmatrix}, \text{ 其中, } w_{a,m}^* = \left(l_{a,m} \sum_{j=1}^M \frac{1}{l_{a,j}} \right)^{-1};$$

$$\text{接着,构造权重累加矩阵 } \mathbf{W}^{\text{cum}} = \begin{bmatrix} w_{1,1}^{\text{cum}} & \dots & w_{1,M}^{\text{cum}} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ w_{A,1}^{\text{cum}} & \dots & w_{A,M}^{\text{cum}} \end{bmatrix},$$

其中, $w_{a,m}^{\text{cum}} = \sum_{i=a,j=1}^m w_{i,j}^*$;最后,筛选出大权重粒子并对其进行复制,同时根据粒子权重将散射自由程

$$\text{矩阵更新为 } \tilde{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \tilde{l}_{1,1} & \dots & \tilde{l}_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{l}_{A,1} & \dots & \tilde{l}_{A,M} \end{bmatrix}, \text{ 其中, 有}$$

$$\tilde{l}_{a,m} = \begin{cases} l_{a,m}, & m \neq 1 \text{ 且 } w_{a,m}^{\text{cum}} \geq u_{a,m} \\ \tilde{l}_{a,m-1}, & m \neq 1 \text{ 且 } w_{a,m}^{\text{cum}} < u_{a,m} \\ l_{a,1}, & m = 1 \end{cases} \quad (16)$$

2.2.3 光源选择

在利用随机重采样方法对大权重粒子进行筛选与复制后,进一步对得到的散射自由程序列 $\{\tilde{l}_{1,m}, \dots, \tilde{l}_{A,m}\}$ ($m \in \{1, \dots, M\}$)进行筛选,选择数值最小的散射自由程为标准散射自由程,计算各时间分组下的相对距离误差并选择具有最小相对距离误差的光源用于定位。

具体而言,首先,选择各光源的最小散射自由程 $\{\tilde{l}_1^s, \dots, \tilde{l}_A^s\}$,其中, $\tilde{l}_a^s = \min\{\tilde{l}_{a,1}, \dots, \tilde{l}_{a,M}\}$,计算其他时间分组下的相对距离误差 $\delta \tilde{l}_{a,m} = \tilde{l}_{a,m} - \tilde{l}_a^s$,并

$$\text{构造相对距离误差矩阵 } \delta \tilde{\mathbf{L}} = \begin{bmatrix} \delta \tilde{l}_{1,1} & \dots & \delta \tilde{l}_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta \tilde{l}_{A,1} & \dots & \delta \tilde{l}_{A,M} \end{bmatrix}; \text{ 然}$$

后,将每个时间分组下的相对距离误差按从小到大排序,并选择前 B ($B \leq A$)个光源构造最小相对距离误差矩阵 $\delta \mathbf{L}'$ 为

$$\delta \mathbf{L}' = \begin{bmatrix} \delta \tilde{l}'_{1,1} & \dots & \delta \tilde{l}'_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta \tilde{l}'_{B,1} & \dots & \delta \tilde{l}'_{B,M} \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中, $\delta \tilde{l}'_{1,m} \leq \dots \leq \delta \tilde{l}'_{B,m} \leq \min\{\delta \tilde{l}'_{B+1,m}, \dots, \delta \tilde{l}'_{A,m}\}$ 。故对应更新后的散射自由程矩阵为

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} l'_{1,1} & \dots & l'_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l'_{B,1} & \dots & l'_{B,M} \end{bmatrix}。$$

最后,将当前时间分组下选择光源的相对距离

$$\text{误差矩阵 } \delta \tilde{\mathbf{L}}'' = \begin{bmatrix} \delta \tilde{l}''_{1,1} & \dots & \delta \tilde{l}''_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \delta \tilde{l}''_{B,1} & \dots & \delta \tilde{l}''_{B,M} \end{bmatrix} \text{ 进行更新, 其中,}$$

$$\delta \tilde{l}''_{b,m} = \begin{cases} \delta \tilde{l}''_{b,m-1}, & m \neq 1 \text{ 且 } \delta \tilde{l}''_{b,m} \geq \delta \tilde{l}''_{b,m-1} \\ \delta \tilde{l}''_{b,m}, & m \neq 1 \text{ 且 } \delta \tilde{l}''_{b,m} < \delta \tilde{l}''_{b,m-1} \\ \delta \tilde{l}'_{b,1}, & m = 1 \end{cases}。 \text{ 再根据式(18)}$$

更新散射自由程矩阵 $\mathbf{L}'' = \begin{bmatrix} l''_{1,1} & \cdots & l''_{1,M} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ l''_{B,1} & \cdots & l''_{B,M} \end{bmatrix}$ ，并记录对

应的光源，即

$$l''_{b,m} = \begin{cases} l''_{b,m-1}, & m \neq 1 \text{ 且 } \delta \tilde{l}''_{b,m} \geq \delta \tilde{l}''_{b,m-1} \\ l''_{b,m}, & m \neq 1 \text{ 且 } \delta \tilde{l}''_{b,m} < \delta \tilde{l}''_{b,m-1} \\ l''_{b,1}, & m=1 \end{cases} \quad (18)$$

2.3 目标位置估计

令第 m 个时间分组下选择的 B 个光源的位置坐标为 $(x_{1,m}, y_{1,m}), \dots, (x_{B,m}, y_{B,m})$ ，以及该时间分组下更新后的散射自由程序列为 $\{l''_{1,m}, \dots, l''_{B,m}\}$ ($m \in \{1, \dots, M\}$)，构造方程组对目标物体的位置进行估计，如式(19)所示。

$$\begin{cases} \sqrt{(x_{1,m} - x_m^0)^2 + (y_{1,m} - y_m^0)^2} = l''_{1,m} \\ \sqrt{(x_{2,m} - x_m^0)^2 + (y_{2,m} - y_m^0)^2} = l''_{2,m} \\ \vdots \\ \sqrt{(x_{B,m} - x_m^0)^2 + (y_{B,m} - y_m^0)^2} = l''_{B,m} \end{cases} \quad (19)$$

对更新后的散射自由程序列进行遍历，并利用最小二乘法估计得到各个时间分组下的目标物体位置坐标序列 $\{(x_1^0, y_1^0), \dots, (x_M^0, y_M^0)\}$ ，其中， (x_m^0, y_m^0) ($m \in \{1, \dots, M\}$) 表示第 m 个时间分组下目标物体的位置坐标。由于本文方法在估计目标物体位置坐标时需要判断当前时间分组下选择的光源的相对距离误差是否小于前一时间分组下光源选择后的相对距离误差，并在当前时间分组下选择具有最小相对距离误差的光源用于定位，故第 M 个时间分组下光源选择后的估计位置坐标 (x_M^0, y_M^0) 即目标物体位置的最终估计结果。

3 实验结果与分析

本文在 $1110 \text{ cm} \times 1600 \text{ cm}$ 暗室环境中搭建光子定位实验平台对目标物体进行定位，光源与目标物体位置如图5所示。对每个光源处得到的纠缠光子对时间脉冲序列重复采样 50 次且单次采样时间为 5 s，一次采样时间为一个时间分组。针对单光子探测器接收到的纠缠光子对时间脉冲序列进行符合计数得到散射自由程，并利用式(15)构建散射自由程矩阵。选择 50 个服从均匀分布的随机数，

针对相同光源中各分组构建的散射自由程序列进行随机重采样，以更新光源与目标物体之间的距离。最后，选择具有最小相对距离误差的光源，并利用最小二乘法对目标物体进行定位。

根据大气辐射传输软件 APT2100 模拟的大气参数^[22]得到不同环境下粒子的消光系数，同时将 PPKTP 温度控制在 $27 \pm 0.02^\circ \text{C}$ 以获得最大相位匹配效率，实验参数如表1所示。

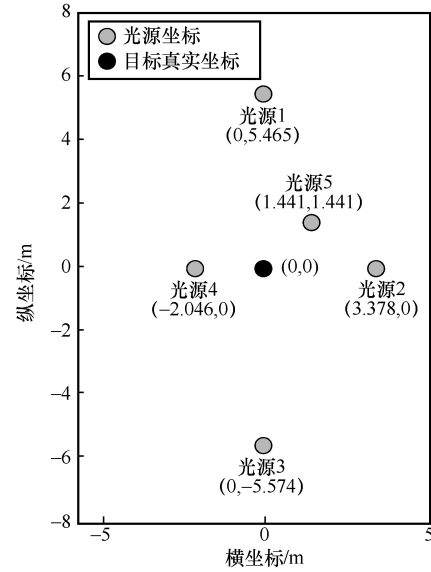


图5 光源与目标物体位置

表1 实验参数

参数	取值
消光系数 / km^{-1}	2.058
激光器功率/mW	40
非线性晶体尺寸	$1 \text{ mm} \times 2 \text{ mm} \times 20 \text{ mm}$
温度控制器精度	0.01°C
同步与符合模块时间测量范围/ms	≥ 1
单光子探测器死时间/ns	≤ 20
单光子探测器暗计数频率/Hz	< 500
单光子探测器饱和计数频率/MHz	35
单光子探测器探测效率	$> 60\%$
单光子时间分辨率/ps	350

3.1 不同探测光子数下的符合计数值

图6比较了当单光子探测器探测到的光子数 K 分别为 1×10^4 、 1×10^5 、 5×10^5 、 1×10^6 和 2×10^6 时的光源1和光源2的符合计数结果。由图6可知，符合计数值近似服从高斯分布，对于不同光源，符合计数峰值及峰值对应的纠缠光子到达时间差不同。

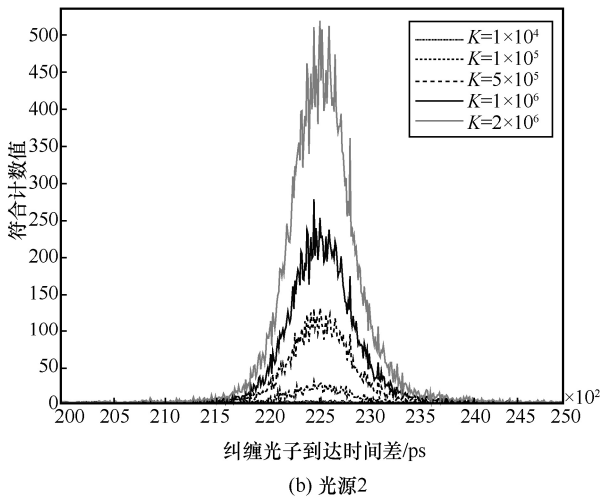
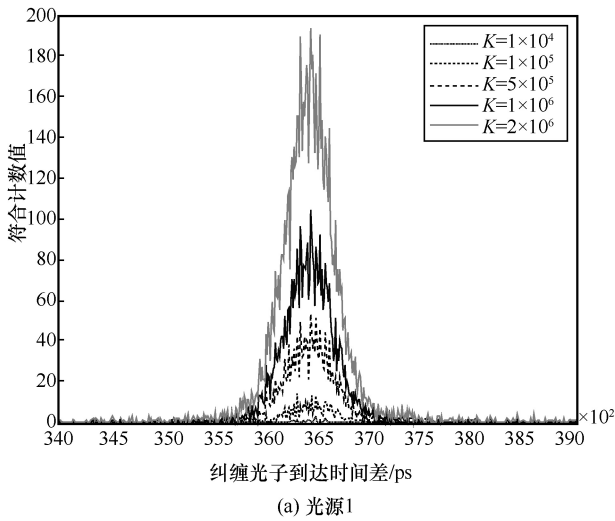


图6 不同探测光子数对符合计数值的影响

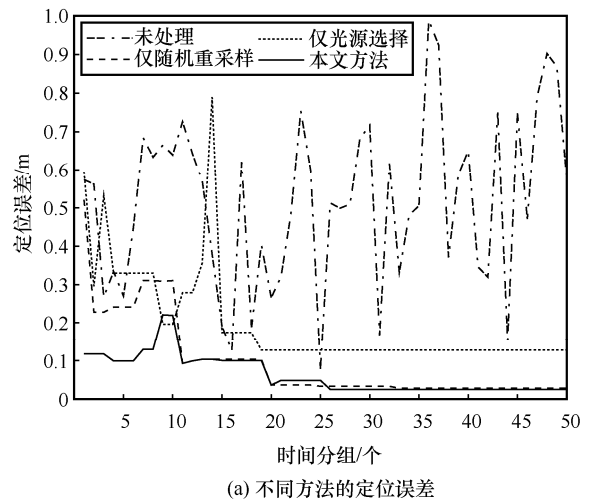
表2显示了不同探测光子数 K 下的符合计数峰值，以 $K=1 \times 10^6$ 为例，光源1~光源5的符合计数峰值分别为105、277、372、746和949，峰值对应的纠缠光子到达时间差分别为36 430 ps、22 520 ps、37 070 ps、13 640 ps和13 590 ps。此外，对于给定的光源，随着探测光子数的增加，符合计数峰值增大，以光源1为例，当探测光子数从 1×10^4 增加到 2×10^6 时，符合计数峰值从4增大到194。

表2 不同探测光子数下的符合计数峰值

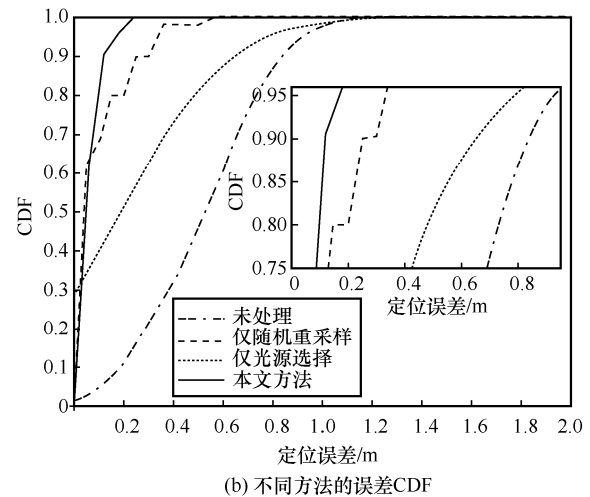
光源序号	符合计数峰值				
	$K=1 \times 10^4$	$K=1 \times 10^5$	$K=5 \times 10^5$	$K=1 \times 10^6$	$K=2 \times 10^6$
1	4	15	54	105	194
2	6	30	130	277	519
3	8	50	191	372	725
4	15	76	383	746	1 563
5	14	93	494	949	1 856

3.2 不同方法的定位误差及误差累积分布函数

图7比较了当光源组合为3、4和5，时间分组数 $M=50$ 时，利用未处理的原始数据、仅经散射自由程随机重采样处理数据（简称仅随机重采样）、仅经光源选择处理数据（简称仅光源选择）和本文方法处理数据的定位误差及定位误差累积分布函数(CDF, cumulative distribution function)。由图7(a)可知，随着时间的增加，仅随机重采样、仅光源选择和本文方法的定位误差逐渐趋于稳定，分别达到0.033 m和0.127 m和0.025 m。本文方法最终的定位误差最小但需要较长时间收敛，其主要原因在于本文方法需要根据前一时间分组下的光源选择情况确定当前分组的光源选择。由图7(b)可知，本文方法的定位误差在0.12 m内的置信概率为90.57%，明显高于其他3种方法的置信概率，未处理、仅随机重采样、仅光源选择分别为9.83%、80.05%和45.21%。



(a) 不同方法的定位误差



(b) 不同方法的误差CDF

图7 不同方法的定位误差及误差CDF

3.3 不同光源组合下的定位误差

图8比较了未处理、仅随机重采样、仅光源选择和本文方法在不同光源组合下的平均定位误差。由图8可知，相较于未处理的原始数据，仅随机重采样在不同光源组合下的平均定位误差分别减小了0.41 m、0.35 m、1.02 m、0.78 m、0.92 m、0.41 m、0.40 m、0.46 m、0.52 m和0.42 m；由于仅光源选择和本文方法在每个时间分组中需要动态选择光源组合，故两者的平均定位误差（分别为0.20 m和0.06 m）不随光源组合而改变，且与未处理的平均定位误差（即所有光源组合下平均定位误差的均值）相比，分别减小了0.55 m和0.69 m。

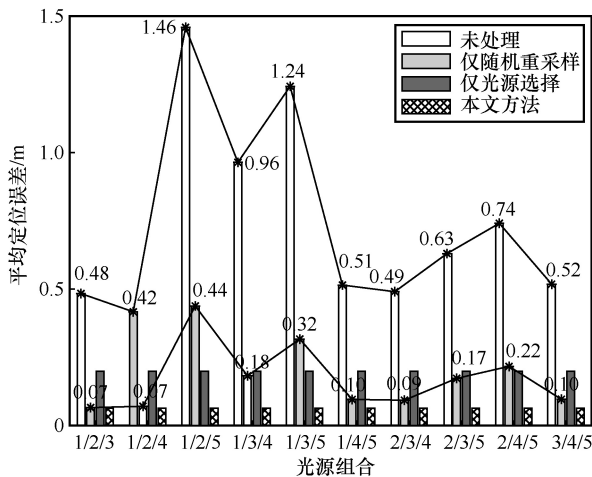


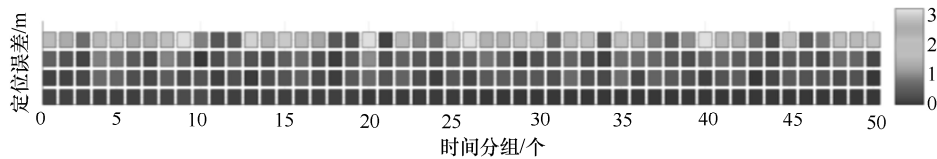
图8 不同光源组合下的平均定位误差

3.4 不同光源选择方法下的定位误差

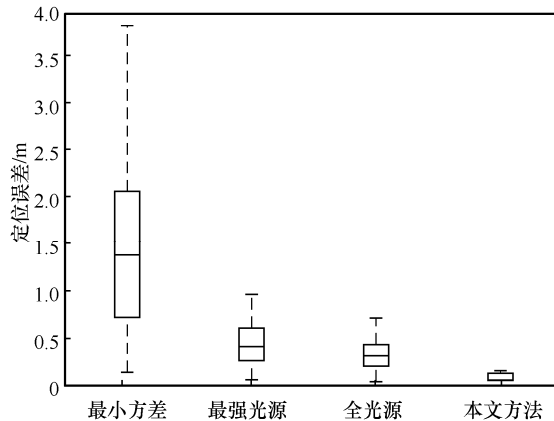
图9比较了不同光源选择方法下的定位误差和定位误差箱线图。在图9(a)中从上往下分别为最小方差（选择具有最小散射自由程方差的光源）^[23]、最强光源（选择具有最小散射自由程均值的光源）^[24]、全光源（选择所有光源）^[23]和本文方法的定位误差。由图9(a)可知，本文方法在50个时间分组中有45个时间分组（即90%的概率）具有最小的定位误差，且该误差随着时间的增加逐渐趋于稳定。此外，由图9(b)可知，本文方法定位误差的中位数为0.025 m，远低于最小方差（1.360 m）、最强光源（0.392 m）和全光源（0.287 m），其主要原因是本文方法在每个时间分组中选择的光源不仅需要参考前一时间分组的光源信息，且动态选择具有最小相对距离误差的光源用于定位。

3.5 不同量子定位方法下的定位误差

图10比较了不同量子定位方法的定位误差。根据文献[25]中的降雨衰减模型，得到不同降雨类型下的定位误差。由图10(a)可知，降雨强度越大，光传输衰减越大，进而导致定位误差越大。而在相同降雨强度下，毛毛雨造成的定位误差大于广布雨和雷暴雨，其原因在于毛毛雨导致光子衰减系数上升较快，而广布雨和雷暴雨对光子衰减系数的影响较平缓。图10(b)给出了文献[11]、文献[25]以及本文方法在降雨类型为毛毛雨时，利用波长为810 nm的光信号在传输距离为5 m时的定位误差CDF。由



(a) 不同光源选择方法下的定位误差



(b) 不同光源选择方法下的定位误差箱线图

图9 不同光源选择方法下的定位误差和定位误差箱线图

图 10(b)可知, 本文方法的定位误差在 0.06 m 内的置信概率为 61.98%, 明显高于其他 2 种方法的 27.98%^[11]和 39.01%^[25], 从而验证了本文方法提升定位精度的有效性。

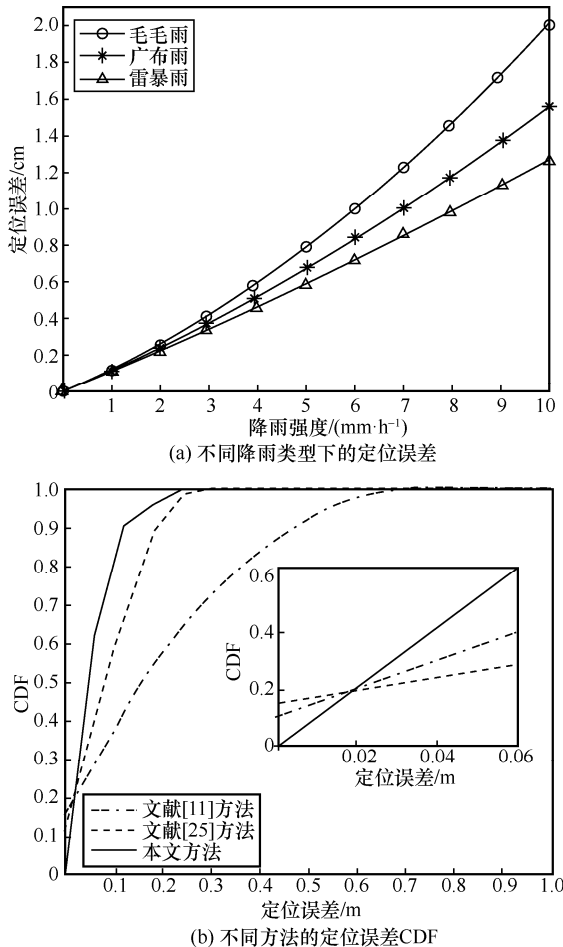


图 10 不同量子定位方法的定位误差

4 结束语

针对不同光源发出的量子信号在传输过程中受散射环境动态干扰而导致定位误差波动大和定位稳健性差的问题, 本文提出了一种基于散射自由程随机重采样的光量子定位方法。基于蒙特卡罗思想建立散射模型, 并根据信号光子时间脉冲序列中包含的环境信息和符合计数结果构建散射自由程矩阵, 在该矩阵进行随机重采样处理后计算各时间分组下的相对距离误差, 选择具有最小相对距离误差的光源用于对目标物体的位置估计。实验结果表明, 相较于现有的光量子定位方法, 所提方法具有更高的定位精度和更好的定位稳健性, 下一步将重点围绕动态目标的量子探测及定位方法展开研究。

参考文献:

- [1] ZHAO F, WANG D, YE L. Relationship between entanglement and coherence in some two-qubit states[J]. International Journal of Theoretical Physics, 2022: doi.org/10.1007/s10773-022-05014-z.
- [2] FORTIN S, LOMBARDI O. Entanglement and indistinguishability in a quantum ontology of properties[J]. Studies in History and Philosophy of Science, 2022, 91: 234-243.
- [3] FAN C R, LU B, FENG X T, et al. Efficient multi-qubit quantum data compression[J]. Quantum Engineering, 2021, 3(2): 1-8.
- [4] LIU K, LI J M, YANG R G, et al. High-fidelity heralded quantum squeezing gate based on entanglement[J]. Optics Express, 2020, 28(16): 23628-23639.
- [5] SPICER D F. Shot noise limits to measurement accuracy and bandwidth in electron-beam testing[J]. Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures, 1986, 4(1): 213-216.
- [6] GIOVANNETTI V, LLOYD S, MACCONE L. Quantum-enhanced positioning and clock synchronization[J]. Nature, 2001, 412(6845): 417-419.
- [7] BAHDER T. Quantum positioning system[C]//Proceedings of Annual Precise Time and Time Interval Meeting. Piscataway: IEEE Press, 2005: 423-427.
- [8] 李永放, 王兆华, 李百宏, 等. 脉冲激光作用下的量子定位实验方案的设计及分析[J]. 光子学报, 2010, 39(10): 1811-1815.
LI Y F, WANG Z H, LI B H, et al. Experimental scheme design and analysis for the quantum spatial positioning with pulse laser[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(10): 1811-1815.
- [9] 刘涛, 朱聪, 孙春阳, 等. 不同天气条件对自由空间量子通信系统性能的影响[J]. 光学学报, 2020, 40(2): 173-180.
LIU T, ZHU C, SUN C Y, et al. Influences of different weather conditions on performance of free-space quantum communication system[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(2): 173-180.
- [10] 丛爽, 吴文燊, 尚伟伟, 等. 削弱大气干扰影响的三种量子测距定位方案[J]. 中国科学技术大学学报, 2020, 50(1): 64-71.
CONG S, WU W S, SHANG W W, et al. Three quantum ranging and positioning schemes to reduce atmospheric interferences[J]. Journal of University of Science and Technology of China, 2020, 50(1): 64-71.
- [11] 聂敏, 高婷, 杨光, 等. 降雨背景下量子定位系统中最优平均光子数自适应策略[J]. 光学学报, 2022, 42(3): 252-259.
NIE M, GAO T, YANG G, et al. Adaptive strategy for optimal average photon number in quantum positioning system under rainfall background[J]. Acta Optica Sinica, 2022, 42(3): 252-259.
- [12] KUSHKI A, PLATANIOTIS K N, VENETSANOPOULOS A N. Kernel-based positioning in wireless local area networks[J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2007, 6(6): 689-705.
- [13] 周政, 安雪碧, 钱泳君, 等. 基于参量下转换的量子纠缠光源仿真模型[J]. 无线电通信技术, 2020, 46(6): 652-657.
ZHOU Z, AN X B, QIAN Y J, et al. Simulation model of type-I quantum entangled light source based on BBO crystal[J]. Radio Communications Technology, 2020, 46(6): 652-657.
- [14] KWIAT P G, MATTLE K, WEINFURTER H, et al. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs[J]. Physical Review Letters, 1995, 75(24): 4337-4341.
- [15] 王武楠, 王海龙, 石岩, 等. 量子纠缠源制备方法[J]. 光通信技术, 2021, 45(11): 45-52.

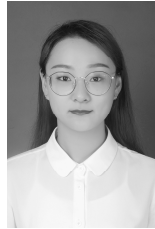
WANG W N, WANG H L, SHI Y, et al. Methods for production of quantum entanglement sources[J]. Optical Communication Technology, 2021, 45(11): 45-52.

- [16] 丛爽, 宋媛媛. 量子定位系统中符合计数与到达时间差的获取[J]. 北京航空航天大学学报, 2020, 46(10): 1834-1843.
CONG S, SONG Y Y. Coincidence counting and acquisition of the time difference of arrival in quantum positioning systems[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2020, 46(10): 1834-1843.
- [17] KWIAT P G, STEINBERG A M, CHIAO R Y. High-visibility interference in a Bell-inequality experiment for energy and time[J]. Physical Review A, Atomic, Molecular, and Optical Physics, 1993, 47(4): R2472-R2475.
- [18] 张炜. 气体分子碰撞频率和平均自由程的推导[J]. 大学物理, 1988, 7(1): 45-46.
ZHANG W. Derivation of collision frequency and average free path of gas molecules[J]. College Physics, 1988, 7(1): 45-46.
- [19] 龚建华. 用蒙特卡罗法计算几何平均自由程[J]. 合肥工业大学学报(自然科学版), 1995, 18(2): 143-147.
GONG J H. Computation of the mean geometric freepath by Monte Carlo's method[J]. Journal of Hefei University of Technology (Natural Science), 1995, 18(2): 143-147.
- [20] MAUGHAN N M, MOODY J W, MILLER D R. Monte Carlo simulation of near-infrared light propagation through homogeneous mixed media[J]. Journal of Biomedical Optics, 2013, 18(10): 1-6.
- [21] CRISAN D, OBANUBI O. Particle filters with random resampling times[J]. Stochastic Processes and Their Applications, 2012, 122(4): 1332-1368.
- [22] 何新, 杨俊才, 贾红辉, 等. 天气对光散射传输影响的仿真分析[J]. 光学技术, 2009, 35(1): 56-59.
HE X, YANG J C, JIA H H, et al. The simulation of influence on optical scattering propagation by weather[J]. Optical Technique, 2009, 35(1): 56-59.
- [23] SONG C J, WANG J, YUAN G. Hidden naive Bayes indoor fingerprinting localization based on best-discriminating AP selection[J]. ISPRS International Journal of Geo-Information, 2016, 5(10): 189-210.
- [24] YOUSSEF M A, AGRAWALA A, UDAYA S A. WLAN location determination via clustering and probability distributions[C]//Proceedings of the First IEEE International Conference on Pervasive Computing and Communications. Piscataway: IEEE Press, 2003: 143-150.
- [25] 王涵, 张涛. 降雨和雾气天气下自由空间光通信性能研究[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(8): 65-69.
WANG H, ZHANG T. Analysis of performance for free-space optical communications with rain or fog weather condition[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(8): 65-69.

[作者简介]



周牧(1984-), 男, 四川自贡人, 博士, 重庆邮电大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线定位与感知、量子精密测量、多源信息融合与机器学习等。



张靖(1998-), 女, 重庆人, 重庆邮电大学硕士生, 主要研究方向为量子定位技术。



王勇(1987-), 男, 云南昭通人, 博士, 重庆邮电大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为毫米波雷达手势识别技术、生命信号检测方法、量子成像与识别技术等。



杨小龙(1987-), 男, 四川安岳人, 博士, 重庆邮电大学讲师、硕士生导师, 主要研究方向为无线感知与定位、量子精密测量、认知无线电技术等。



李玲霞(1976-), 女, 湖北武穴人, 重庆邮电大学高级工程师、硕士生导师, 主要研究方向为未来移动通信理论与技术、宽带无线接入技术等。