

# 具有大零相关区宽度的II型偶长Z-互补对构造方法

陈晓玉<sup>1,2</sup>, 孙连峰<sup>1,2</sup>, 张钊涵<sup>1,2</sup>

(1. 燕山大学信息科学与工程学院, 河北 秦皇岛 066004;

2. 燕山大学河北省信息传输与信号处理重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

**摘要:** 利用交织技术提出了II型偶长Z-互补对的构造方法, 提出了以Golay互补对及其互补偶为基础序列的交织结构基本框架, 并给出了该框架需要满足的必要条件, 以使所得Z-互补对可以具有较大的零相关区宽度。所构造的Z-互补对的主要参数形式为 $((2k+1)N, (2k+1)N-k)$ -ZCP, 其中 $N$ 为所选Golay互补对的长度。所构造的Z-互补对虽然不能覆盖所有偶数长度, 但其零相关区宽度可以达到或接近II型偶长二进制Z-互补对的理论上界, 且具有较小的峰均包络功率比, 其值小于或等于4, 应用到多载波扩频系统中可以消除更多的异步干扰和减小非线性失真。

**关键词:** 格雷互补对; 偶长Z-互补对; 零相关区; 峰均包络功率比

**中图分类号:** TN911.2

**文献标志码:** A

**DOI:** 10.11959/j.issn.1000-436x.2023121

## Construction method of type-II even-length Z-complementary pair with large zero correlation zone width

CHEN Xiaoyu<sup>1,2</sup>, SUN Lianfeng<sup>1,2</sup>, ZHANG Yihan<sup>1,2</sup>

1. School of Information Science & Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Hebei Province Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

**Abstract:** The construction method of Type-II even-length Z-complementary pair (ZCP) was proposed by using the interleaving technique. The basic framework of interleaving structure with Golay complementary pair (GCP) and its mate as the basic sequences was proposed. Furthermore, the necessary conditions were given for the framework in order that the resulting ZCP could have large zero correlation zone (ZCZ) width. The main parameter form of the constructed ZCP was  $((2k+1)N, (2k+1)N-k)$ -ZCP, where  $N$  was the length of the chosen GCP. Although not all even lengths can be covered, the constructed ZCP has the ZCZ width that can achieve or approach the upper bound of Type-II even-length binary ZCP, and has small peak-to-mean envelope power ratio whose value is less than or equal to 4. The resultant sequences can be applied to multi-carrier spread spectrum system to eliminate more asynchronous interference and reduce nonlinear distortion.

**Keywords:** Golay complementary pair, even-length Z-complementary pair, zero correlation zone, peak-to-mean envelope power ratio

## 0 引言

格雷互补对 (GCP, Golay complementary pair) [1]

由于具有理想的非周期自相关函数和 (AACS, aperiodic autocorrelation sum) 已被广泛应用于信道估计[2]、雷达波形设计[3]、异步多载波码分多址

收稿日期: 2023-04-19; 修回日期: 2023-06-05

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62241110); 河北省自然科学基金资助项目 (No.F2021203078); 河北省高等学校科学技术研究基金资助项目 (No.ZD2022026); 河北省重点实验室基金资助项目 (No.202250701010046)

**Foundation Items:** The National Natural Science Foundation of China (No.62241110), The Natural Science Foundation of Hebei Province (No.F2021203078), Science and Technology Project of Hebei Province Higher Education (No.ZD2022026), The Key Laboratory Project of Hebei Province(No.202250701010046)

(AMC-CDMA, asynchronous multi-carrier code division multiple access) 系统的干扰消除<sup>[4]</sup>等领域。然而, 二进制 GCP 的长度受限于  $2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$  形式, 其中,  $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $\gamma$  是非负整数<sup>[5]</sup>。

针对该问题, Fan 等<sup>[6]</sup>提出了 Z-互补对 (ZCP, Z-complementary pair) 的概念。ZCP 的 AACCS 在某一特定区域内等于零, 这一特定区域被称为零相关区 (ZCZ, zero correlation zone)。根据序列长度的不同, 二进制 ZCP 可以分为两类: 奇长二进制 ZCP (OB-ZCP, odd-length binary Z-complementary pair) 和偶长二进制 ZCP (EB-ZCP, even-length binary Z-complementary pair)。Fan 等<sup>[6]</sup>推测, OB-ZCP 和 EB-ZCP 的最大 ZCZ 宽度分别为  $\frac{N+1}{2}$  和  $N-2$ 。Li 等<sup>[7]</sup>和 Liu 等<sup>[8]</sup>证实了 Fan 等<sup>[6]</sup>的猜想。此外, 根据 ZCZ 区间位置不同, Liu 等<sup>[9]</sup>进一步将 ZCP 分为 I 型 ZCP 和 II 型 ZCP。II 型 ZCP 的 ZCZ 在尾时移附近, 可以广泛应用于宽带无线通信系统中, 消除最小干扰信号时延过大带来的异步干扰<sup>[10]</sup>。

文献[11]首先将二进制 GCP 映射为两条四进制序列, 再对其进行交织进而得到一类长度为  $2 \times 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$  的 Z-最优四进制 II 型偶长 ZCP。文献[12]利用迭代技术, 提出了长度分别为  $2^{k+2}N$ 、 $2N+2$  和  $2^{k+1}N+2^{k+1}$ , ZCZ 宽度分别为  $(2^{k+2}-1)N$ 、 $\frac{3N}{2}+2$  和  $2^{k+1}N+2^{k+1}-\frac{N}{2}$ , 且零相关区外相关函数值较小的 II 型 EB-ZCP。文献[13]利用 Turyn 法构造了长度分别为  $3N$  和  $14N$  的 Z-最优 II 型 EB-ZCP。此外, 文献[13]还利用迭代法构造了一类长为  $2^k N + 2^{k-1}$ 、ZCZ 宽度为  $2^k N + 2^{k-1} - N$  ( $N \in \mathbb{Z}^+, k \geq 2$ ) 的 II 型 EB-ZCP, 该构造方法可以实现除二次幂长度外任意的 II 型 EB-ZCP。Kumar 等<sup>[14]</sup>利用多变量函数提出了一类长度为  $2^m P$ 、ZCZ 宽度为  $2^m P + 1 - P$  ( $m, P \geq 1$ ) 的 II 型 EB-ZCP 直接构造方法, 该方法可以构造任意 II 型 EB-ZCP。但是, 文献[12-14]提出的构造方法只可以得到部分长度 Z-最优 II 型 EB-ZCP, 因此, 现有部分 II 型 EB-ZCP 存在 ZCZ 宽度较小的问题。此外, 现有文献已经证明, ZCP 可以有效地降低多载波系统的峰均包络功率比 (PMEPR, peak-to-mean envelope power ratio)<sup>[9]</sup>。在多载波传输时, 为减小功率放大器的非线性产生的信号失真, 需要提供具有较低 PMEPR 的 ZCP。

针对该问题, 本文利用交织技术构造了具有大 ZCZ 宽度的 II 型 EB-ZCP, 得到的 ZCP 可以达到或接近 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度理论上限。同时证明了所生成的 ZCP 具有较低 PMEPR 值。

### 1 基本概念

**定义 1** 2 个长度为  $N$  的复数序列  $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$  和  $\mathbf{b} = (b_0, b_1, \dots, b_{N-1})$  的非周期互相关函数为

$$\rho_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{N-1-\tau} a_k b_{k+\tau}^*, & 0 \leq \tau \leq N-1 \\ \sum_{k=0}^{N-1+\tau} a_{k-\tau} b_k^*, & -(N-1) \leq \tau \leq -1 \\ 0, & |\tau| \geq N \end{cases} \quad (1)$$

其中,  $b_k^*$  表示  $b_k$  的复数共轭。特别地, 当  $\mathbf{a} = \mathbf{b}$  时,  $\rho_{\mathbf{a}, \mathbf{b}}(\tau)$  为序列  $\mathbf{a}$  的非周期自相关函数, 记为  $\rho_{\mathbf{a}}(\tau)$ 。

**定义 2** 令  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是长度为  $N$  的序列对, 如果  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  满足

$$\rho_{\mathbf{c}}(\tau) + \rho_{\mathbf{d}}(\tau) = 0, \quad N-Z+1 \leq \tau \leq N-1 \quad (2)$$

则称序列对  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是 ZCZ 宽度为  $Z$  的 II 型 ZCP, 表示为  $(N, Z)$ -ZCP。如果  $Z = N$ , 则称  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是 GCP。

**引理 1**<sup>[9]</sup> 如果  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是长度为  $N$ 、ZCZ 宽度为  $Z$  的 II 型 EB-ZCP, 则

$$Z \leq N-1 \quad (3)$$

当式(3)取等号时, 称  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  达到 Z-最优, 且称  $Z = N-1$  为 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度理论上限。

**定义 3** 令序列对  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  是长度为  $N$  的 GCP, 如果序列对  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  满足

$$\rho_{\mathbf{a}, \mathbf{c}}(\tau) + \rho_{\mathbf{b}, \mathbf{d}}(\tau) = 0, \quad 0 \leq \tau \leq N-1 \quad (4)$$

则称  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  为  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  的互补偶。

目前, 研究者主要使用级联法、迭代法、交织法等方法构造 II 型 ZCP。交织法中以构造四进制 II 型 ZCP 为主, 例如, 文献[11]和文献[15]联合映射法和交织法构造了 Z-最优四进制 II 型 ZCP。

**定义 4**<sup>[15]</sup> 对于长度为  $N$  的序列  $\mathbf{g}_i = (g_i(0), g_i(1), \dots, g_i(N-1))$ ,  $0 \leq i \leq n-1$ , 定义其交织序列  $I[\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{n-1}]$  为

$$\begin{aligned}
 I[\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{n-1}] &= (g_0(0), g_1(0), \dots, g_{n-1}(0), \\
 &g_0(1), g_1(1), \dots, g_{n-1}(1), \dots, \\
 &g_0(N-1), g_1(N-1), \dots, g_{n-1}(N-1)) \quad (5)
 \end{aligned}$$

引理 2<sup>[15]</sup> 对于长度为  $nN$  的交织序列  $I[\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{n-1}]$ , 其 AACs 为

$$\rho_{I[\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{n-1}]}(n\tau_0 + \tau_1) = \begin{cases} \sum_{k=0}^{n-1} \rho_{\mathbf{g}_k}(\tau_0), & 0 \leq \tau_0 \leq N-1, \tau_1 = 0 \\ \sum_{k=0}^{n-1-\tau_1} \rho_{\mathbf{g}_k, \mathbf{g}_{k+\tau_1}}(\tau_0) + \sum_{k=n-\tau_1}^{n-1} \rho_{\mathbf{g}_k, \mathbf{g}_{(k+\tau_1) \bmod n}}(\tau_0 + 1), & 0 \leq \tau_0 \leq N-2, 1 \leq \tau_1 \leq n-1 \\ \sum_{k=0}^{n-1-\tau_1} \rho_{\mathbf{g}_k, \mathbf{g}_{k+\tau_1}}(\tau_0), \tau_0 = N-1, 1 \leq \tau_1 \leq n-1 \end{cases} \quad (6)$$

关于 II 型 EB-ZCP, 利用交织技术来构造的方法尚未见报道。基于引理 2, 本文进一步分析交织次序对相关函数的影响, 提出可以生成具有大零相关区宽度的 II 型 EB-ZCP 的交织方法。

## 2 II 型 EB-ZCP 的构造

本节以交织技术为基础, 提出了具有大 ZCZ 宽度的 II 型 EB-ZCP 的构造方法。首先, 给出了一类构造 II 型 EB-ZCP 的交织结构基本框架, 同时为保证此结构得到的 ZCP 具有大零相关区宽度, 给出了此交织结构需要满足的必要条件。然后, 以该框架为基础, 通过对交织的 GCP 添加乘法系数的限制, 分别构造了长度为  $2N$ 、 $3N$  和  $5N$  的 II 型 EB-ZCP。最后, 为了获取更大长度的 II 型 EB-ZCP, 分别给出了一种具体 GCP 乘法系数下的长度为  $7N$  和  $9N$  的 II 型 EB-ZCP 的构造方法。

定理 1 设  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  具有如下交织结构

$$\begin{cases} \mathbf{e} = I[\mathbf{g}_0, \mathbf{g}_1, \dots, \mathbf{g}_{2k}] \\ \mathbf{f} = I[\mathbf{h}_0, \mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_{2k}] \end{cases} \quad (7)$$

当  $\mathbf{g}_i = m_i \mathbf{a}$  时,  $\mathbf{h}_i = m_i \mathbf{b}$ ; 当  $\mathbf{g}_i = m_i \mathbf{c}$  时,  $\mathbf{h}_i = m_i \mathbf{d}$ 。其中,  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  是长度为  $N$  的 GCP,  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  的互补偶,  $i = 0, 1, 2, \dots, k-1$ ,  $m_i \in \{1, -1\}$ 。

在式 (7) 所示的交织结构下,  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  构成  $((2k+1)N, (2k+1)N-k)$ -ZCP 的必要条件如下。

条件 1: 若  $\mathbf{g}_i = m_i \mathbf{a}$ , 则  $\mathbf{g}_{2k-i} = m_{2k-i} \mathbf{c}$ 。

条件 2: 若  $\mathbf{g}_i = m_i \mathbf{c}$ , 则  $\mathbf{g}_{2k-i} = m_{2k-i} \mathbf{a}$ 。

证明 详见附录 1。

定理 1 所提交织结构需要满足的条件是 II 型

EB-ZCP 可以具有大零相关区宽度的关键, 同时交织 GCP 的乘法系数也决定了 II 型 EB-ZCP 的相关性, 定理 2 和定理 3 给出了三类 II 型 EB-ZCP 的具体构造方法。

定理 2 令  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  是长度为  $N$  的 GCP,  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  的互补偶。利用交织技术构造序列对  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{f}_1)$  和  $(\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2)$  分别为

$$\begin{cases} \mathbf{e}_1 = I[m_0 \mathbf{a} & m_1 \mathbf{a}] \\ \mathbf{f}_1 = I[m_0 \mathbf{b} & m_1 \mathbf{b}] \end{cases} \quad (8)$$

$$\begin{cases} \mathbf{e}_2 = I[m_0 \mathbf{a} & m_1 \mathbf{x} & m_2 \mathbf{c}] \\ \mathbf{f}_2 = I[m_0 \mathbf{b} & m_1 \mathbf{y} & m_2 \mathbf{d}] \end{cases} \quad (9)$$

其中,  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$  或  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{c}, \mathbf{d})$ ,  $\{m_0, m_1, m_2\} \in \{1, -1\}$ 。则序列对  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{f}_1)$  和  $(\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2)$  分别为 Z-最优的  $(2N, 2N-1)$ -ZCP 和  $(3N, 3N-1)$ -ZCP。

证明 详见附录 2。

定理 3 令  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  是长度为  $N$  的 GCP,  $(\mathbf{c}, \mathbf{d})$  是  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  的互补偶。利用交织技术构造序列对  $(\mathbf{e}_3, \mathbf{f}_3)$  为

构造 1

$$\begin{cases} \mathbf{e}_3 = I[m_0 \mathbf{a} & m_1 \mathbf{a} & m_2 \mathbf{x} & m_3 \mathbf{c} & m_4 \mathbf{c}] \\ \mathbf{f}_3 = I[m_0 \mathbf{b} & m_1 \mathbf{b} & m_2 \mathbf{y} & m_3 \mathbf{d} & m_4 \mathbf{d}] \end{cases} \quad (10)$$

其中,  $\{m_0, m_1, m_2, m_3, m_4\} \in \{1, -1\}$ 。构造 1 满足以下任一条件

1)  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$  或  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{c}, \mathbf{d})$ , 且  $m_0 m_1 m_3 m_4 = -1$ 。

2)  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$ , 且  $m_0 m_2 = -1$ 。

3)  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{c}, \mathbf{d})$ , 且  $m_2 m_4 = -1$ 。

构造 2

$$\begin{cases} \mathbf{e}_3 = I[m_0 \mathbf{a} & m_1 \mathbf{c} & m_2 \mathbf{x} & m_3 \mathbf{a} & m_4 \mathbf{c}] \\ \mathbf{f}_3 = I[m_0 \mathbf{b} & m_1 \mathbf{d} & m_2 \mathbf{y} & m_3 \mathbf{b} & m_4 \mathbf{d}] \end{cases} \quad (11)$$

其中,  $\{m_0, m_1, m_2, m_3, m_4\} \in \{1, -1\}$ 。构造 2 满足条件  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{a}, \mathbf{b})$  或  $(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = (\mathbf{c}, \mathbf{d})$ , 且  $m_0 m_1 m_3 m_4 = -1$ , 则序列对  $(\mathbf{e}_3, \mathbf{f}_3)$  为  $(5N, 5N-2)$ -ZCP。

证明 详见附录 3。

为了获得更多长度的 ZCP, 可以通过增加交织序列来实现, 此时所需乘法系数会增加, 基于定理 1 的构造框架, 利用乘法系数的不同组合方式来实现更大长度的 II 型 EB-ZCP 的构造。为了得到长度为  $7N$  和  $9N$  的大零相关区宽度 II 型 EB-ZCP, 推论 1 和推论 2 分别给出了一类具体的交织结构和相应的乘法系数, 从而实现了  $(7N, 7N-3)$ -ZCP 和  $(9N, 9N-4)$ -ZCP 的构造。

**推论 1** 令  $(a, b)$  是长度为  $N$  的 GCP,  $(c, d)$  是  $(a, b)$  的互补偶。利用交织技术构造序列对  $(e_4, f_4)$  为

$$\begin{cases} e_4 = I[a \ c \ a \ c \ c \ a \ -c] \\ f_4 = I[b \ d \ b \ d \ d \ b \ -d] \end{cases} \quad (12)$$

则序列对  $(e_4, f_4)$  为  $(7N, 7N - 3) - ZCP$ 。

**推论 2** 令  $(a, b)$  是长度为  $N$  的 GCP,  $(c, d)$  是  $(a, b)$  的互补偶。利用交织技术构造序列对  $(e_5, f_5)$  为

$$\begin{cases} e_5 = I[-a \ c \ c \ -a \ -c \ c \ a \ a \ c] \\ f_5 = I[-b \ d \ d \ -b \ -d \ d \ b \ b \ d] \end{cases} \quad (13)$$

则序列对  $(e_5, f_5)$  为  $(9N, 9N - 4) - ZCP$ 。

推论 1 和推论 2 的证明与定理 3 的证明过程类似, 这里不再赘述。

### 3 PMEPR 的分析

对于多载波通信系统, 具有低 PMEPR 值的序列是至关重要的, 它可以提高功率放大器的效率, 避免信号的非线性失真, 从而提升通信系统的整体性能。

设一个多载波系统有  $N$  个子载波, 令长度为  $N$  的序列  $a = (a_0, a_1, \dots, a_{N-1})$  为多载波波形信号的实部, 则

$$S_a(t) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k e^{2\pi i(f_c + k\Delta f)t}, 0 \leq t \leq \frac{1}{\Delta f} \quad (14)$$

进一步可得

$$|S_a(t)|^2 = \rho_a(0) + 2 \sum_{\tau=1}^{N-1} \text{Re} \{ \rho_a(\tau) e^{2\pi i \Delta f \tau t} \}, 0 \leq t \leq \frac{1}{\Delta f} \quad (15)$$

其中,  $f_c$  为载波频率,  $\Delta f$  为子载波间距,  $\text{Re}\{x\}$  为复值  $x$  的实部。

对于序列  $a$ , 其多载波波形信号 PMEPR 为<sup>[9]</sup>

$$\text{PMEPR}(a) = \frac{1}{N} \sup_{0 \leq t \leq \frac{1}{\Delta f}} |S_a(t)|^2 \quad (16)$$

对于序列对  $(a, b)$ , 其具体 PMEPR 定义为

$$\text{PMEPR}(a, b) = \max \{ \text{PMEPR}(a), \text{PMEPR}(b) \}$$

此外, 通过式(14)和式(15)可得<sup>[16]</sup>

$$|S_a(t)|^2 + |S_b(t)|^2 \leq 2N + 2 \sum_{\tau=1}^{N-1} |(\rho_a(\tau) + \rho_b(\tau))| \quad (17)$$

$$\text{PMEPR}(a, b) \leq 2 + \frac{2}{N} \sum_{\tau=1}^{N-1} |\rho_a(\tau) + \rho_b(\tau)| \quad (18)$$

如果  $(a, b)$  是长度为  $N$  的序列对, 则  $(a, b)$  的 PMEPR 界限满足式(18)。因此, 利用式(18)计算定理 2 中  $(e_1, f_1)$  和定理 3 中  $(e_3, f_3)$  的 PMEPR 界限分别为

$$\text{PMEPR}(e_1, f_1) \leq 2 + \frac{2}{2N} \sum_{\tau=1}^{2N-1} |\rho_{e_1}(\tau) + \rho_{f_1}(\tau)| = 4 \quad (19)$$

$$\text{PMEPR}(e_3, f_3) \leq 2 + \frac{2}{5N} \sum_{\tau=1}^{5N-1} |\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau)| = 3.6 \quad (20)$$

定理 2 中  $(e_2, f_2)$ 、推论 1 中  $(e_4, f_4)$  和推论 2 中  $(e_5, f_5)$  的 PMEPR 界限的计算过程类似, 这里不再赘述。

表 1 给出了本文所构造的 5 类 II 型 EB-ZCP 的 PMEPR 界限。从表 1 可以看出, 本文所提构造方法生成的 II 型 EB-ZCP 具有较低 PMEPR 值。通过式(16)计算本文所得部分 II 型 EB-ZCP 的具体 PMEPR, 并在表 2 中列出。根据上文理论推导和表 2 中的数据可得, 本文所得 II 型 EB-ZCP 的 PMEPR 均满足表 1 所示的 PMEPR 界限。

表 1 本文所构造的 5 类 II 型 EB-ZCP 的 PMEPR 界限

类型	ZCP 长度	ZCZ 宽度	PMEPR 界限
定理 2	$2N$	$2N - 1$	4
定理 2	$3N$	$3N - 1$	3.33
定理 3	$5N$	$5N - 2$	3.6
推论 1	$7N$	$7N - 3$	3.71
推论 2	$9N$	$9N - 4$	3.77

表 2

本文所得部分 II 型 EB-ZCP 的具体 PMEPR

GCP 的长度 $N$	$(e_2, f_2)$ 的 PMEPR 值 (定理 2 式(9))	$(e_3, f_3)$ 的 PMEPR 值 (定理 3)	$(e_4, f_4)$ 的 PMEPR 值 (推论 1 式(12))	$(e_5, f_5)$ 的 PMEPR 值 (推论 2 式(13))
2	(2.692 8, 2.245 9)	(1.991 6, 3.600 0)	(1.693 1, 2.571 4)	(2.486 7, 2.338 3)
4	(2.575 2, 3.024 9)	(2.657 3, 3.424 4)	(3.526 2, 3.571 4)	(2.399 9, 2.451 1)
8	(2.808 1, 3.066 8)	(3.600 0, 3.363 1)	(3.383 0, 3.227 1)	(2.537 9, 2.507 3)
10	(3.333 3, 2.852 2)	(3.547 7, 3.412 4)	(2.800 0, 3.558 5)	(2.561 2, 2.661 7)
16	(3.296 1, 3.197 8)	(3.456 5, 3.418 1)	(3.571 4, 3.447 6)	(2.596 5, 2.609 9)

### 4 构造方法比较

表 3 对现有 II 型 EB-ZCP 的构造方法与本文所提构造方法的具体参数进行了比较。文献[12]通过构造两类零相关区外相关函数值较小的 II 型 EB-ZCP 作为种子序列，与迭代法相结合，提出了 II 型 EB-ZCP 的构造方法，其零相关区外相关函数值较小。此构造方法可得到部分长度 Z-最优 II 型 EB-ZCP。文献[13]中的定理 3 以 ZCP 为初始序列，使用 Turyn 法得到了长度分别为  $3N$ 、 $14N$  的 Z-最优 II 型 EB-ZCP。文献[13]中定理 2 通过迭代技术，提出了一类 II 型 EB-ZCP 的构造方法，该方法可以生成除 2 次幂长度外的任意偶长 ZCP，当  $N=1$  时，该方法可以生成长度为  $3 \times 2^{k-1}$ 、ZCZ 宽度为  $3 \times 2^{k-1} - 1$  的 Z-最优 II 型 EB-ZCP。文献[14]利用多变量函数，提出了一种 II 型 EB-ZCP 的直接构造方法，该方法可以得到任意偶长 ZCP，当  $P=2$  时，该方法可以生成长度为  $2^{m+1}$ 、ZCZ 宽度为  $2^{m+1} - 1$  的 Z-最优 II 型 EB-ZCP。通过以上分析可得，虽然现有构造方法可以生成任意偶长 II 型 ZCP，但是其 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度只能在某些长度下达到其理论上界，部分现有 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度较小。

本文给出一种交织结构，为 II 型 EB-ZCP 具有大零相关区宽度提供必要条件。并以此为基础，提出了 5 类具有大 ZCZ 宽度的 II 型 EB-ZCP 构造方

法。本文定理 2 可以生成长度分别为  $2N$  和  $3N$  的 Z-最优 II 型 EB-ZCP，其 ZCZ 宽度均达到了理论上界，即  $2N - 1$  和  $3N - 1$ 。本文定理 3、推论 1 和推论 2 可以生成长度分别为  $5N$ 、 $7N$  和  $9N$  的 II 型 EB-ZCP，其 ZCZ 宽度分别为  $5N - 2$ 、 $7N - 3$  和  $9N - 4$ ，即其 ZCZ 宽度均接近 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度理论上界。与现有构造方法相比，所得 II 型 EB-ZCP 虽然不能覆盖所有偶数长度，但其 ZCZ 宽度随  $N$  取值的增大，依然可以接近理论上界。

以本文定理 3 与文献[13]定理 2 相同长度下 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度为例进行对比分析，令本文定理 3 和文献[13]定理 2 所得 II 型 EB-ZCP 的长度相等，即  $5N = 2^k N' + 2^{k-1}$ ，其中， $N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$ ， $N' \in \mathbb{Z}^+$ ，可得  $2^k N' + 2^{k-1} - N' = 5N - N'$ 。因此，当  $N' \geq 2$  时，本文定理 3 所得 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度始终大于或等于文献[13]定理 2 所得 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度。表 4 对部分 ZCZ 宽度满足该条件的 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度进行了比较。从表 4 可以看出，当满足一定条件时，本文所得 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度始终大于或等于文献[13-14]所得 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度。此外，本文所得 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度不随 GCP 长度  $N$  的增大而减小，在表 4 中，当序列长度较大时，ZCZ 宽度依然可以接近理论上界。对于 ZCP 而言，ZCZ 宽度越大，意味着可以消除越多无线通信系统中由于时延大于 ZCZ 宽度引起的异步干扰。

表 3 II 型 EB-ZCP 构造方法比较

文献	ZCP 长度	ZCZ 宽度	参数限制
文献[12]定理 1	$2^{k+2}N$	$(2^{k+2} - 1)N$	$k \geq 1, N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
文献[12]定理 2	$2N + 2$	$\frac{3N}{2} + 2$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
文献[12]定理 3	$2^{k+1}N + 2^{k+1}$	$2^{k+1}N + 2^{k+1} - \frac{N}{2}$	$k \geq 1, N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
文献[13]定理 2	$2^k N + 2^{k-1}$	$2^k N + 2^{k-1} - N$	$N \in \mathbb{Z}^+, k \geq 2$
文献[13]定理 3	$3N$	$3N - 1$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
文献[13]定理 3	$14N$	$14N - 1$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
文献[14]	$2^m P$	$2^m P + 1 - P$	$m, P \geq 1$
本文定理 2	$2N$	$2N - 1$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
本文定理 2	$3N$	$3N - 1$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
本文定理 3	$5N$	$5N - 2$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
本文推论 1	$7N$	$7N - 3$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$
本文推论 2	$9N$	$9N - 4$	$N = 2^\alpha 10^\beta 26^\gamma$

表 4 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度比较

ZCP 长度	文献[13]定理 2	文献[14]	本文定理	理论上界
20	18	16	18	19
28	25	22	25	27
36	32	28	32	35
50	38	26	48	49
70	53	36	67	69
90	68	46	86	89
130	98	66	128	129
182	137	92	179	181
200	188	176	198	199
234	176	118	230	233
260	228	196	258	259
364	319	274	361	363
468	410	352	464	467
500	438	376	498	499
900	788	676	896	899

### 5 结束语

本文利用交织技术,提出了具有大 ZCZ 宽度的 II 型 EB-ZCP 构造方法。所得到的 II 型 EB-ZCP 的 ZCZ 宽度可以达到或接近其理论上界,并且具有较低的 PMEPR 值,不仅可以降低通信系统中的异步干扰,还可以减小多载波通信系统的非线性失真。因此,本文方法可以为无线通信系统提供性能更加优良的 Z-互补序列对。

### 附录 1 定理 1 的证明

当  $i=0$  时,假设条件 1 不成立。当  $\mathbf{g}_0 = m_0 \mathbf{a}$  时,只能有  $\mathbf{g}_{2k} = m_{2k} \mathbf{a}$ 。则当  $\tau = 2k$  时,  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  的非周期自相关函数和为

$$\rho_e(2k) + \rho_f(2k) = \pm(\rho_a(0) + \rho_b(0)) \neq 0$$

与  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  是  $((2k+1)N, (2k+1)N-k)$ -ZCP 矛盾。因此,  $\mathbf{g}_{2k} \neq m_{2k} \mathbf{a}$ , 即  $\mathbf{g}_{2k} = m_{2k} \mathbf{c}$ 。同理可得,若  $\mathbf{g}_0 = m_0 \mathbf{c}$ , 则  $\mathbf{g}_{2k} = m_{2k} \mathbf{a}$ 。

因此,当  $i=0$  时,条件 1 和条件 2 成立。

下面假设当  $i=0,1,\dots,k'$  时,条件 1 和条件 2 成立。则证明当  $i=k'+1$  时,条件 1 和条件 2 也成立,其中,  $1 \leq k'+1 \leq k-1$ 。以条件 1 为例进行证明,条件 2 的证明过程类似,这里不再赘述。

假设当  $\mathbf{g}_{k'+1} = m_{k'+1} \mathbf{a}$  时,  $\mathbf{g}_{2k-k'-1} = m_{2k-k'-1} \mathbf{a}$ 。则当  $\tau = \tau_1 = 2k - k' - 1$  时,  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  的非周期自相关函数为

$$\rho_e(2k - k' - 1) = \sum_{i=0}^{k'+1} \rho_{\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_i + \tau_1}(0) + \sum_{i=k'+2}^{2k} \rho_{\mathbf{g}_i, \mathbf{g}_{(i+\tau_1) \bmod (2k+1)}}(0) \quad (1) \quad (21)$$

$$\rho_f(2k - k' - 1) = \sum_{i=0}^{k'+1} \rho_{\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_i + \tau_1}(0) + \sum_{i=k'+2}^{2k} \rho_{\mathbf{h}_i, \mathbf{h}_{(i+\tau_1) \bmod (2k+1)}}(0) \quad (1) \quad (22)$$

因为当  $i=0,1,\dots,k'$  时,条件 1 和条件 2 成立。所以,式 (21) 的前半部分可以写为  $m_a \rho_a(0) + m_c \rho_c(0) + m_{a,c} \rho_{a,c}(0) + m_{c,a} \rho_{c,a}(0)$ , 其中  $m_a, m_c, m_{a,c}, m_{c,a} \in \{0,1,-1\}$ , 且  $m_a, m_c$  不同时为零。因为式(21)的后半部分等于零,所以  $\rho_e(2k - k' - 1) = \pm \rho_a(0)$  或  $\rho_e(2k - k' - 1) = \pm \rho_c(0)$ 。同理可得,  $\rho_f(2k - k' - 1) = \pm \rho_b(0)$  或  $\rho_f(2k - k' - 1) = \pm \rho_d(0)$ 。

所以  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  的非周期自相关函数和为

$$\rho_e(2k - k' - 1) + \rho_f(2k - k' - 1) = \pm(\rho_a(0) + \rho_b(0)) \neq 0$$

或者

$$\rho_e(2k - k' - 1) + \rho_f(2k - k' - 1) = \pm(\rho_c(0) + \rho_d(0)) \neq 0$$

与  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  是  $((2k+1)N, (2k+1)N-k)$ -ZCP 矛盾。因此,当  $i=k'+1$  时,条件 1 和条件 2 成立。

综上所述,利用定理 1 中交织结构所得序列对  $(\mathbf{e}, \mathbf{f})$  构成  $((2k+1)N, (2k+1)N-k)$ -ZCP 的必要条件是条件 1 和条件 2。证毕。

### 附录 2 定理 2 的证明

本文只给出  $(\mathbf{e}_1, \mathbf{f}_1)$  的证明过程,  $(\mathbf{e}_2, \mathbf{f}_2)$  的证明过程类

似, 这里不再赘述。为了简化表述过程, 令  $\tau = 2\tau_0 + \tau_1$ , 其中,  $0 \leq \tau_0 \leq N-1$ ,  $0 \leq \tau_1 \leq 1$ 。根据引理 2, 可以分为 3 种情况进行讨论。

**情况 1**  $\tau = 2\tau_0$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N-1$ )

因为  $\rho_{e_1}(\tau) = |m_0|^2 \rho_a(\tau_0) + |m_1|^2 \rho_a(\tau_0)$  和  $\rho_{f_1}(\tau) = |m_0|^2 \rho_b(\tau_0) + |m_1|^2 \rho_b(\tau_0)$ , 所以有

$$\rho_{e_1}(\tau) + \rho_{f_1}(\tau) = |m_0|^2 (\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) + |m_1|^2 (\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) = \begin{cases} 4N, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

**情况 2**  $\tau = 2\tau_0 + 1$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N-2$ )

因为  $\rho_{e_1}(\tau) = m_0 m_1 \rho_a(\tau_0) + m_1 m_0 \rho_a(\tau_0 + 1)$  和  $\rho_{f_1}(\tau) = m_0 m_1 \rho_b(\tau_0) + m_1 m_0 \rho_b(\tau_0 + 1)$ , 所以有

$$\rho_{e_1}(\tau) + \rho_{f_1}(\tau) = m_0 m_1 (\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) + m_1 m_0 (\rho_a(\tau_0 + 1) + \rho_b(\tau_0 + 1)) = \begin{cases} 2Nm_0 m_1, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

**情况 3**  $\tau = 2\tau_0 + 1$  ( $\tau_0 = N-1$ )

因为  $\rho_{e_1}(\tau) = m_0 m_1 \rho_a(\tau_0)$  和  $\rho_{f_1}(\tau) = m_0 m_1 \rho_b(\tau_0)$ , 所以有

$$\rho_{e_1}(\tau) + \rho_{f_1}(\tau) = m_0 m_1 (\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) = 0$$

证毕。

### 附录 3 定理 3 的证明

本文只给出构造 1 的证明过程, 构造 2 的证明过程类似, 这里不再赘述。为了简化表述过程, 令  $\tau = 5\tau_0 + \tau_1$ , 其中,  $0 \leq \tau_0 \leq N-1$ ,  $0 \leq \tau_1 \leq 4$ 。根据引理 2, 分为 9 种情况进行讨论。

**情况 1**  $\tau = 5\tau_0$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N-1$ )

因为

$$\rho_{e_3}(\tau) = |m_0|^2 \rho_a(\tau_0) + |m_1|^2 \rho_a(\tau_0) + |m_2|^2 \rho_x(\tau_0) + |m_3|^2 \rho_c(\tau_0) + |m_4|^2 \rho_c(\tau_0)$$

和

$$\rho_{f_3}(\tau) = |m_0|^2 \rho_b(\tau_0) + |m_1|^2 \rho_b(\tau_0) + |m_2|^2 \rho_y(\tau_0) + |m_3|^2 \rho_d(\tau_0) + |m_4|^2 \rho_d(\tau_0)$$

所以

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = 2(\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) + (\rho_x(\tau_0) + \rho_y(\tau_0)) + 2(\rho_c(\tau_0) + \rho_d(\tau_0)) = \begin{cases} 10N, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

**情况 2**  $\tau = 5\tau_0 + 1$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N-2$ )

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = m_0 m_1 (\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) + m_1 m_2 (\rho_{a,x}(\tau_0) + \rho_{b,y}(\tau_0)) + m_2 m_3 (\rho_{x,c}(\tau_0) + \rho_{y,d}(\tau_0)) + m_3 m_4 (\rho_c(\tau_0) + \rho_d(\tau_0)) + m_4 m_0 (\rho_{c,a}(\tau_0 + 1) + \rho_{d,b}(\tau_0 + 1))$$

1) 当  $m_0 m_1 m_3 m_4 = -1$  且  $(x, y) = (a, b)$  时, 有

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = \begin{cases} 2Nm_1 m_2, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

2) 当  $m_0 m_1 m_3 m_4 = -1$  且  $(x, y) = (c, d)$  时, 有

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = \begin{cases} 2Nm_2 m_3, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

3) 当  $m_0 m_2 = -1$  且  $(x, y) = (a, b)$  时, 有

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = \begin{cases} 2Nm_3 m_4, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

4) 当  $m_2 m_4 = -1$  且  $(x, y) = (c, d)$  时, 有

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = \begin{cases} 2Nm_0 m_1, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

**情况 3**  $\tau = 5\tau_0 + 1$  ( $\tau_0 = N-1$ )

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = m_0 m_1 (\rho_a(\tau_0) + \rho_b(\tau_0)) + m_1 m_2 (\rho_{a,x}(\tau_0) + \rho_{b,y}(\tau_0)) + m_2 m_3 (\rho_{x,c}(\tau_0) + \rho_{y,d}(\tau_0)) + m_3 m_4 (\rho_c(\tau_0) + \rho_d(\tau_0)) = 0$$

**情况 4**  $\tau = 5\tau_0 + 2$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N-2$ )

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = m_0 m_2 (\rho_{a,x}(\tau_0) + \rho_{b,y}(\tau_0)) + m_1 m_3 (\rho_{a,c}(\tau_0) + \rho_{b,d}(\tau_0)) + m_2 m_4 (\rho_{x,c}(\tau_0) + \rho_{y,d}(\tau_0)) + m_3 m_0 (\rho_{c,a}(\tau_0 + 1) + \rho_{d,b}(\tau_0 + 1)) + m_4 m_1 (\rho_{c,a}(\tau_0 + 1) + \rho_{d,b}(\tau_0 + 1))$$

1) 当  $(x, y) = (a, b)$  时, 有

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = \begin{cases} 2Nm_0 m_2, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

2) 当  $(x, y) = (c, d)$  时, 有

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = \begin{cases} 2Nm_2 m_4, \tau_0 = 0 \\ 0, \text{其他} \end{cases}$$

**情况 5**  $\tau = 5\tau_0 + 2$  ( $\tau_0 = N-1$ )

$$\rho_{e_3}(\tau) + \rho_{f_3}(\tau) = m_0 m_2 (\rho_{a,x}(\tau_0) + \rho_{b,y}(\tau_0)) + m_1 m_3 (\rho_{a,c}(\tau_0) + \rho_{b,d}(\tau_0)) + m_2 m_4 (\rho_{x,c}(\tau_0) + \rho_{y,d}(\tau_0)) = 0$$

其余 4 种情况, 即  $\tau = 5\tau_0 + 3$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N-2$ )、

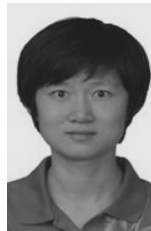
$\tau = 5\tau_0 + 3$  ( $\tau_0 = N - 1$ )、 $\tau = 5\tau_0 + 4$  ( $0 \leq \tau_0 \leq N - 2$ ) 和  $\tau = 5\tau_0 + 4$  ( $\tau_0 = N - 1$ ) 的证明过程类似, 这里不再赘述。

证毕。

### 参考文献:

- [1] GOLAY M. Complementary series[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1961, 7(2): 82-87.
- [2] SPASOJEVIC P, GEORGHIADES C N. Complementary sequences for ISI channel estimation[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2001, 47(3): 1145-1152.
- [3] KUMARI P, CHOI J, GONZÁLEZ-PRELCIC N, et al. IEEE 802.11ad-based radar: an approach to joint vehicular communication-radar system[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(4): 3012-3027.
- [4] LIU Z L, GUAN Y L, CHEN H H. Fractional-delay-resilient receiver design for interference-free MC-CDMA communications based on complete complementary codes[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2015, 14(3): 1226-1236.
- [5] BORWEIN P B, FERGUSON R A. A complete description of Golay pairs for lengths up to 100[J]. Mathematics of Computation, 2004, 73(246): 967-985.
- [6] FAN P Z, YUAN W N, TU Y F. Z-complementary binary sequences[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2007, 14(8): 509-512.
- [7] LI X D, FAN P Z, TANG X H, et al. Existence of binary Z-complementary pairs[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2011, 18(1): 63-66.
- [8] LIU Z L, PARAMALLI U, GUAN Y L. On even-period binary Z-complementary pairs with large ZCZs[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2014, 21(3): 284-287.
- [9] LIU Z L, PARAMALLI U, GUAN Y L. Optimal odd-length binary Z-complementary pairs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2014, 60(9): 5768-5781.
- [10] ADHIKARY A R, MAJHI S, LIU Z L, et al. New sets of optimal odd-length binary Z-complementary pairs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2020, 66(1): 669-678.
- [11] ZENG F X, HE X P, ZHANG Z Y, et al. New construction of Z-optimal type-II even-length quadriphase Z-complementary pairs[J]. IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences, 2023, 106(3): 450-453.
- [12] 陈晓玉, 孙连峰, 张杰坤, 等. 新的 II 型偶长 Z-互补对构造[J]. 通信学报, 2023, 44(3): 138-144.
- CHEN X Y, SUN L F, ZHANG J K, et al. Construction of new even-length type-II Z-complementary pair[J]. Journal on Communications, 2023, 44(3): 138-144.
- [13] GU Z, ZHOU Z C, WANG Q, et al. New construction of optimal type-II binary Z-complementary pairs[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2021, 67(6): 3497-3508.
- [14] KUMAR R, SARKAR P, SRIVASTAVA P K, et al. A direct construction of asymptotically optimal type-II ZCP for every possible even length[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 1799-1802.
- [15] ZENG F X, HE X P, ZHANG Z Y, et al. Constructions of Z-optimal type-II quadriphase Z-complementary pairs[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(3): 568-572.
- [16] SCHMIDT K U. On cosets of the generalized first-order reed-muller code with low PMEPR[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(7): 3220-3232.

### [作者简介]



陈晓玉 (1983- ), 女, 内蒙古赤峰人, 博士, 燕山大学副教授、博士生导师, 主要研究方向为序列设计、无线通信技术等。



孙连峰 (1999- ), 男, 山东济南人, 燕山大学硕士生, 主要研究方向为序列设计。



张钰涵 (1998- ), 女, 河北邯郸人, 燕山大学硕士生, 主要研究方向为序列设计。