

# 大气联合效应下的光差分空间调制性能分析

赵辉<sup>1,2</sup>, 李进<sup>1,2</sup>, 马薇雯<sup>1,2</sup>, 邓文超<sup>1,2</sup>, 张天骐<sup>1,2</sup>, 刘媛妮<sup>3</sup>

(1. 重庆邮电大学通信与信息工程学院, 重庆 400065; 2. 信号与信息处理重庆市重点实验室, 重庆 400065;  
3. 重庆邮电大学网络空间安全与信息法学院, 重庆 400065)

**摘要:** 传统光空间调制技术均是以系统接收端能够获得精确的信道状态信息为前提的。光差分空间调制 (ODSM) 系统有效避免了复杂的信道估计, 但相关研究只分析了单一湍流状态下的系统性能, 且忽略了实际自由空间光通信系统中指向误差和路径损耗等因素的影响。基于此, 采用可以表征所有大气湍流状态的 Málaga 湍流信道, 推导了 ODSM 系统在大气湍流、指向误差和路径损耗等大气联合效应下的误码率上界表达式与分集阶数。分析结果表明, 相较于其他光空间调制方案, ODSM 系统避免了复杂的信道估计, 使系统不再受信道估计误差的影响, 具备更高的抗干扰性和稳定性; ODSM 系统误码性能随着湍流强度和指向误差强度的增大而减小; ODSM 系统能够通过优化光学天线数量、光电探测器数量和调制信号阶数等参数, 进一步提升系统的误码性能。

**关键词:** 自由空间光通信; 光差分空间调制; Málaga 湍流; 指向误差; 误码率

中图分类号: TN929.12

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2023117

## Performance analysis of optical differential spatial modulation over atmospheric joint effect

ZHAO Hui<sup>1,2</sup>, LI Jin<sup>1,2</sup>, MA Weiwen<sup>1,2</sup>, DENG Wenchao<sup>1,2</sup>, ZHANG Tianqi<sup>1,2</sup>, LIU Yuanni<sup>3</sup>

1. School of Communication and Information Engineering, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

2. Chongqing Key Laboratory of Signal and Information Processing, Chongqing 400065, China

3. School of Cyber Security and Information Law, Chongqing University of Posts and Telecommunications, Chongqing 400065, China

**Abstract:** Traditional optical spatial modulation techniques all rely on the premise that the system receiving end can obtain accurate channel state information. The optical differential spatial modulation (ODSM) system effectively avoids complex channel estimation, but related research only analyzes the system performance under a single turbulent state, and ignores the effects of factors such as pointing errors and path loss in actual free space optical communication systems. Therefore, the Málaga turbulence channel, which could characterize all atmospheric turbulence states, was used to derive the upper bound expression and diversity order of the bit error rate of the ODSM system under the atmospheric joint effect such as turbulence, pointing error, and path loss. The analysis results show that compared with other optical spatial modulation schemes, the ODSM system avoids complex channel estimation, making the system no longer affected by channel estimation errors, thus possessing higher anti-interference and stability. The bit error rate performance of the ODSM system decreases as the intensity of turbulence and pointing error increase. By optimizing parameters such as the number of optical antennas, the number of photodetectors, and the modulation signal order, the bit error rate performance of the ODSM system can be further improved.

**Keywords:** free space optical communication, optical differential spatial modulation, Málaga turbulence, pointing error, bit error rate

收稿日期: 2023-03-31; 修回日期: 2023-06-12

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.12104078); 重庆市自然科学基金资助项目 (No.cstc2021jcyj-msxmX0836); 四川省重点研发计划基金资助项目 (No.2022YFG0022)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.12104078), The Natural Science Foundation of Chongqing (No.cstc2021jcyj-msxmX0836), The Key Research and Development Program of Sichuan Province (No.2022YFG0022)

## 0 引言

自由空间光通信 (FSOC, free space optical communication) 以其传输速率高、频谱带宽大和抗干扰能力强等优点受到了广泛关注<sup>[1]</sup>。然而, 大气信道中的大气湍流、指向误差和路径损耗等因素会严重影响 FSOC 系统的有效性和可靠性。光空间调制 (OSM, optical spatial modulation) 技术作为一种新型的光多输入多输出 (MIMO, multiple input and multiple output) 技术, 不仅使用传统调制符号 (信号域) 传输信息, 还使用天线索引号 (空间域) 来承载部分信息<sup>[2]</sup>。研究表明, OSM 能在很大程度上提高 FSOC 系统的信道容量和抗衰落能力, 可以有效地对抗大气湍流和指向误差的不利影响<sup>[3-4]</sup>。

文献[5]将空移键控与脉冲位置调制 (PPM, pulse position modulation) 和脉冲幅度调制 (PAM, pulse amplitude modulation) 相结合, 首次提出了适用于 FSOC 的 OSM 方案。文献[6]研究分析了光学空间移位键控 (OSSK, optical spatial shift keying) 在大气湍流和指向误差联合效应下的系统性能。作为 OSM 的一种特殊类型, OSSK 仅通过光学天线索引来传输信息, 从而降低了接收机的检测复杂度。文献[7]研究了在 Gamma-Gamma 湍流信道下具有空间分集的 OSM 系统, 并给出了使用最大比接收和等增益接收的平均误码率上界。文献[8]研究了信道相关性对 OSM 系统的影响, 并给出了使用 PAM 和 PPM 的 OSM 系统的误码性能上界。文献[9]提出了光广义空间调制 (OGSM, optical generalized spatial modulation) 和光改进正交空间调制 (OIQSM, optical improved quadrature spatial modulation) 方案, 提高了 OSM 系统的频谱效率与光学天线利用率, 并通过分别考虑空间域误差和信号域误差给出了不同方案在 Gamma-Gamma 信道下的误码性能上界。文献[10]提出了一种完全 OGSM 方案, 该方案通过激活不同数量的光学天线来传递信息, 使系统传输速率和光学天线数量呈线性关系。

上述 OSM 及其变体方案的研究都是以接收端可以获得精确的信道状态信息 (CSI, channel state information) 为前提的, 只有在信道变化相对稳定时, 该假设才成立。然而, 在实际的 FSOC 系统中, 大气湍流信道的时变性、复杂性和不稳定性导致系统很难估计出稳定且精确的 CSI, 信道估计的误差严重影响着整个系统的性能。而且, 当同时激活的

光学天线的数量较多时, 信道估计非常复杂。差分技术的出现使光 MIMO 有效地避免了复杂的 CSI 估计。随着技术的发展, 为了使 OSM 系统的信号检测不再依赖 CSI, 文献[11]首次将差分技术与 OSM 系统相结合, 采用 PAM 星座映射提出了适用于 FSOC 的光差分空间调制 (ODSM, optical differential spatial modulation) 系统, 并分析了 ODSM 系统在负指数信道和 Gamma-Gamma 信道下的性能。文献[12]研究了对数正态信道下采用 PPM 星座映射的 ODSM 系统。

ODSM 的出现使 OSM 系统避免了复杂的信道估计过程, 解决了当前 FSOC-OSM 技术中所面临的大气信道估计困难、信道估计导频开销大和信道估计误差较大等问题。因此, ODSM 为未来大规模、高速率的 FSOC-OSM 系统的设计和实现提供了全新的发展方向。目前, 有关 ODSM 系统的性能分析只针对特定的单一湍流信道, 不能全面反映所有大气湍流状态对 ODSM 系统性能的影响。而且对 ODSM 的分析均只考虑了大气湍流的影响, 对于实际的 FSOC 系统, 指向误差和路径损耗是不可避免的。指向误差会导致脉冲调制技术的分集阶数损失, 使 FSOC 链路的整体性能显著降低。但目前指向误差和路径损耗对 ODSM 系统性能的影响尚未被研究。为了研究不同强度的大气湍流、指向误差和路径损耗对 ODSM 系统性能的影响, 本文采用可以表征所有大气湍流状态的 Málaga 湍流信道, 推导了在大气湍流、指向误差和路径损耗等大气联合效应下 ODSM 系统的误码率上界表达式, 分析了不同数量的光学天线与光电探测器、湍流与指向误差强度和调制信号阶数对 ODSM 系统性能的影响。

## 1 大气信道模型

考虑大气湍流、指向误差和路径损耗对 FSOC 系统的影响, 可以将信道衰减系数建模为 3 个因素的乘积<sup>[13]</sup>

$$h = h_a h_p h_l \quad (1)$$

其中,  $h_a$  是大气湍流引起的信道衰落,  $h_p$  是指向误差,  $h_l$  是给定天气条件和链路距离下的路径损耗。光信号通过大气信道的功率衰减可以由 Beers-Lambert 定律表示为

$$h_l(L) = \frac{P(L)}{P(0)} = \exp(-\sigma_z L) \quad (2)$$

其中,  $h_t(L)$  是光信号传输到离发射机长度为  $L$  时的路径损耗,  $P(L)$  是距离为  $L$  时的光束功率,  $\sigma_z$  是路径损耗衰减系数, 是一个固定常数。实验表明, 路径损耗通常为一个与传输距离相关的常数<sup>[14]</sup>。

指向误差  $h_p$  的概率分布函数 (PDF, probability distribution function) 可以表示为<sup>[14]</sup>

$$f(h_p) = \frac{\zeta^2}{A_0 \zeta^2} h_p^{\zeta^2 - 1}, \quad h_p \in [0, A_0] \quad (3)$$

其中,  $A_0 = [\text{erf}(g)]^2$  是径向距离为 0 时的光功率,  $g = \frac{\sqrt{\pi} r_a}{\omega_L}$ ,  $r_a$  是接收孔径的半径,  $\omega_L$  是高斯光束在距离为  $L$  时的束腰大小;  $\zeta^2 = \frac{\omega_{\text{Leq}}^2}{4\sigma_s^2}$ ,  $\sigma_s$  是指向误差位移标准差,  $\omega_{\text{Leq}}$  是高接收孔径处的等效波束半径。

在 Málaga 湍流、指向误差和路径损耗等大气联合效应下, 信道衰减系数  $h$  的 PDF 可以表示为<sup>[15]</sup>

$$f(h) = \frac{\zeta^2 A}{2h} \sum_{k=1}^{\beta} a_k \left( \frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'} \right)^{-\frac{\alpha+k}{2}} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'} \frac{h}{h_t A_0} \left| \begin{matrix} \zeta^2 + 1 \\ \zeta^2, \alpha, k \end{matrix} \right. \right] \quad (4)$$

其中,

$$A = \frac{2\alpha^{\frac{\alpha}{2}}}{g^{1+\frac{\alpha}{2}} \Gamma(\alpha)} \left( \frac{g\beta}{g\beta + \Omega'} \right)^{\beta+\frac{\alpha}{2}} \quad (5)$$

$$a_k = \binom{\beta-1}{k-1} \frac{(g\beta + \Omega')^{1-\frac{k}{2}}}{(k-1)!} \left( \frac{\Omega'}{g} \right)^{k-1} \left( \frac{\alpha}{\beta} \right)^{\frac{k}{2}} \quad (6)$$

其中,  $\alpha$  和  $\beta$  分别是传输过程中大尺度和小尺度湍流涡旋的有效数量,  $g = 2b_0(1-\Delta)$  是离轴涡旋接收到的散射分量的平均功率,  $\Delta$  是耦合到视距分量的散射功率且  $0 \leq \Delta \leq 1$ ,  $2b_0$  是总散射分量的平均功率,  $\Omega' = \Omega + 2b_0\Delta + 2\sqrt{2b_0\Delta\Omega} \cos(\phi_A - \phi_B)$  是相干光

平均功率,  $\Omega$  是视距分量的光信号平均功率,  $\phi_A$  和  $\phi_B$  分别是大气湍流信道中视距分量与耦合到视距散射分量的确定性角度,  $\Gamma(\cdot)$  是 Gamma 函数,  $G[\cdot]$  是 Meijer-G 函数。

## 2 ODSM 系统模型

考虑一个具有  $N_t$  个光学天线和  $N_r$  个光电探测器、采用  $M$  阶 PAM 调制的 ODSM 系统, 如图 1 所示<sup>[11]</sup>。在发射端的  $N_t$  个符号周期内, 输入的  $[\text{lb}(N_t!)] + \text{lb}M$  个二进制比特经串并转换被分成两部分。其中,  $[\text{lb}(N_t!)]$  用于激活特定的光学天线组合来发送调制符号,  $\text{lb}M$  被映射为  $M$  阶的 PAM 星座信号。通过两部分共同映射可以产生一个特定的 ODSM 映射矩阵  $\mathbf{X}_t$ 。该映射矩阵  $\mathbf{X}_t$  可以看作  $N_t \times 1$  的 OSM 信号发射向量持续  $N_t$  个传输周期所产生的, 即  $\mathbf{X}_t = [\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_{N_t}]$ , 其中  $\mathbf{x}_i (i=1, 2, \dots, N_t)$  是仅包含一个非零 PAM 信号幅度值  $\rho_i (i=1, 2, \dots, M)$  的 OSM 星座向量之一, 且满足  $\sum_{i=1}^M \frac{\rho_i}{M} = 1$ 。

特别地, 考虑一个  $N_t = 2$ 、 $N_r = 4$  并采用 4-PAM 调制的 ODSM 系统, 其映射矩阵  $\mathbf{X}_t$  如表 1 所示。此时 ODSM 系统可以产生  $2! = 2$  个维度为  $2 \times 2$  的映射矩阵结构, 而 4-PAM 又存在 4 个不同信号幅度, 因此采用 2 个光学天线与 4-PAM 映射的 ODSM 系统的星座点数为 8 个, 每次可以传输 3 bit。对于一个  $N_t \times N_r$  的 ODSM 系统来说, 可以产生  $M \times N_t!$  个可能的映射矩阵  $\mathbf{X}_t$ , 但只有  $M \times 2^{[\text{lb}(N_t!)]}$  个可以作为  $\mathbf{X}_t$  的集合被使用。因此 ODSM 系统的传输效率为

$$R = [\text{lb}(N_t!)] + \text{lb}M \text{ (bpcu)} \quad (7)$$

其中, bpcu 代表每信道传输的比特数。ODSM 系统的频谱效率  $\eta = \frac{R}{N_t}$  bit/(s·Hz)。

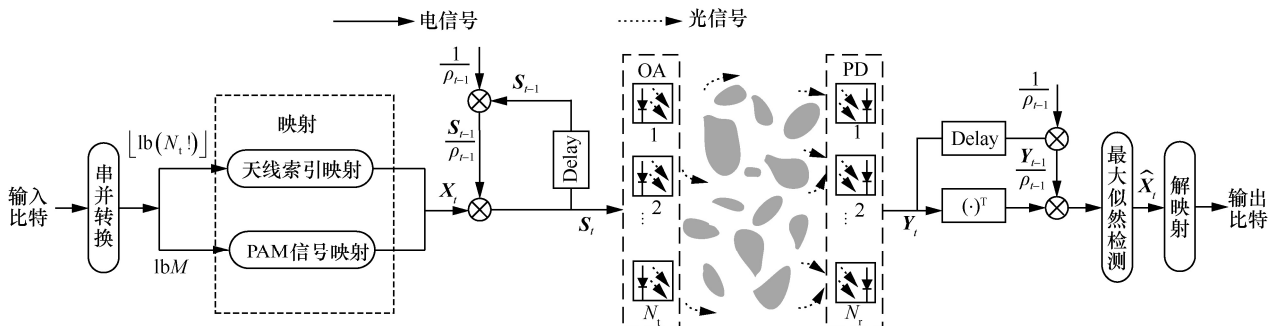


图 1 ODSM 系统模型

表1 ODSM 系统映射矩阵  $X_t$  ( $N_t = 2, 4$ -PAM)

输入比特	天线索引	映射矩阵 $X_t$
000	(1,2)	$\begin{bmatrix} \rho_1 & 0 \\ 0 & \rho_1 \end{bmatrix}$
001	(1,2)	$\begin{bmatrix} \rho_2 & 0 \\ 0 & \rho_2 \end{bmatrix}$
010	(1,2)	$\begin{bmatrix} \rho_3 & 0 \\ 0 & \rho_3 \end{bmatrix}$
011	(1,2)	$\begin{bmatrix} \rho_4 & 0 \\ 0 & \rho_4 \end{bmatrix}$
100	(2,1)	$\begin{bmatrix} 0 & \rho_1 \\ \rho_1 & 0 \end{bmatrix}$
101	(2,1)	$\begin{bmatrix} 0 & \rho_2 \\ \rho_2 & 0 \end{bmatrix}$
110	(2,1)	$\begin{bmatrix} 0 & \rho_3 \\ \rho_3 & 0 \end{bmatrix}$
111	(2,1)	$\begin{bmatrix} 0 & \rho_4 \\ \rho_4 & 0 \end{bmatrix}$

在发射端, ODSM 系统根据所输入的比特选择特定的映射矩阵  $X_t$ , 然后与前一时刻的传输矩阵  $S_{t-1}$  差分生成真正的传输矩阵  $S_t$ , 即

$$S_t = \frac{X_t S_{t-1}}{\rho_{t-1}} \quad (8)$$

其中,  $\rho_{t-1}$  代表  $t-1$  时刻  $S_{t-1}$  的 PAM 信号幅度值, 初始状态为  $\frac{S_0}{\rho_0} = I$ 。

在  $t$  时刻, 传输信号  $S_t$  经过大气湍流信道传输, 因此, 接收端所接收到的信号为

$$Y_t = R_e E_s H_t S_t + N_t \quad (9)$$

其中,  $Y_t$  为  $N_r \times N_t$  的接收信号,  $R_e$  为系统光电转化效率,  $E_s$  为符号平均能量,  $H_t$  为  $t$  时刻  $N_r \times N_t$  的信道衰落系数矩阵,  $N_t$  为  $N_r \times N_t$  维均值为 0、方差为  $N_0$  的加性白高斯噪声。类似地, 在  $t-1$  时刻接

收到的信号为

$$Y_{t-1} = R_e E_s H_{t-1} S_{t-1} + N_{t-1} \quad (10)$$

由于大气信道为准静态信道, 相邻 2 个 ODSM 发射传输块之间的信道衰落系数为常数, 即  $H_t = H_{t-1}$ , 因此由式(9)和式(10)可以得到

$$Y_t - \frac{Y_{t-1} X_t}{\rho_{t-1}} = N_t - \frac{N_{t-1} X_t}{\rho_{t-1}} \quad (11)$$

在接收端, 采用最大似然检测算法估计出发射天线索引和调制符号。其检测原理为

$$\hat{X}_t = \arg \min_{X_t} \left\| Y_t - \frac{Y_{t-1} X_t}{\rho_{t-1}} \right\|_F^2 \quad (12)$$

最后, 将估计出的映射矩阵  $\hat{X}_t$  经过逆映射恢复出原始比特流。

### 3 系统误码率分析

本节采用 Málaga 湍流信道, 综合考虑指向误差和路径损耗等因素, 采用分类分析的思想为全面评估大气联合效应对 ODSM 系统的影响提供了分析框架。

ODSM 系统的误码类型可以归纳为以下三类。

- 1) 第一类错误 ( $E_1$ ): 调制符号被正确检测, 但光学天线索引号检测错误, 即  $l \neq \hat{l}$ ,  $\rho_l = \hat{\rho}_l$ 。
- 2) 第二类错误 ( $E_2$ ): 光学天线索引号被正确检测, 但调制符号检测错误, 即  $l = \hat{l}$ ,  $\rho_l \neq \hat{\rho}_l$ 。
- 3) 第三类错误 ( $E_3$ ): 光学天线索引号和调制符号均检测错误, 即  $l \neq \hat{l}$ ,  $\rho_l \neq \hat{\rho}_l$ 。

因此, ODSM 系统的平均误码率 (ABER, average bit error rate) 可以表示为三类错误发生的概率之和, 即

$$ABER \leq ABER_{E_1} + ABER_{E_2} + ABER_{E_3} \quad (13)$$

其中,  $ABER_{E_1}$ 、 $ABER_{E_2}$  和  $ABER_{E_3}$  分别为

$$\begin{cases} ABER_{E_1} = \frac{1}{\eta 2^n} \sum_{\rho_l = \hat{\rho}_l} \sum_{l \neq \hat{l}} n(l \rightarrow \hat{l}) APEP(l \rightarrow \hat{l}) \\ ABER_{E_2} = \frac{1}{\eta 2^n} \sum_{\rho_l \neq \hat{\rho}_l} \sum_{l = \hat{l}} n(\rho_l \rightarrow \hat{\rho}_l) APEP(\rho_l \rightarrow \hat{\rho}_l) \\ ABER_{E_3} = \frac{1}{\eta 2^n} \sum_{\rho_l \neq \hat{\rho}_l} \sum_{l \neq \hat{l}} n[(l, \rho_l) \rightarrow (\hat{l}, \hat{\rho}_l)] APEP[(l, \rho_l) \rightarrow (\hat{l}, \hat{\rho}_l)] \end{cases} \quad (14)$$

其中,  $n(\cdot)$  代表检测时出现的错误比特数, APEP( $\cdot$ ) 代表平均成对错误概率 (APEP, average pairwise error probability)。由式(14)可知, 计算 ODSM 系统 ABER 的关键在于正确分析检测错误的类型, 并计算出每一种错误类型对应的 APEP。

对于一个  $N_t = 2$  的 ODSM 系统来说, 其  $E_1$  部分的 APEP( $l \rightarrow \hat{l}$ ) 定义为<sup>[11]</sup>

$$\text{APEP}(l \rightarrow \hat{l}) = \mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \left\{ Q \left[ \sqrt{\frac{\bar{\gamma} \rho_t^2 (\|\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2\|^2)}{2 \left(1 + \frac{\rho_t^2}{\rho_{t-1}^2}\right)}} \right] \right\} \quad (15)$$

其中,  $\mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \{\cdot\}$  为对  $\rho_{t-1}$  取均值,  $\bar{\gamma} = \frac{R_e^2 E_s^2}{N_0}$  为接收端的电信号平均信噪比,  $\mathbf{h}_i = [\mathbf{h}_{1i}, \mathbf{h}_{2i}, \dots, \mathbf{h}_{N_i i}]^T$  ( $i = 1, 2$ ) 为信道衰减矩阵系数向量。

为了计算  $E_1$  部分的 APEP, 首先需要计算  $\|\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2\|^2$  的概率密度分布函数。令  $u = \|\mathbf{h}_1 - \mathbf{h}_2\|^2 = \sum_{j=1}^{N_t} (h_{1j} - h_{2j})^2$ 。在 Málaga 湍流、指向误差和路径损耗共同影响下,  $u$  的 PDF 可以表示为

$$f(u) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^{(N_t)} \frac{u^{\frac{n+N_t-2}{2}}}{\Gamma\left(\frac{n+N_t}{2}\right)} \quad (16)$$

其中,  $\phi_n^{(N_t)}$  表示  $\phi_n$  的  $N_t - 1$  次卷积, 如  $\phi_n^{(3)} = \phi_n * \phi_n * \phi_n$ , 其中  $*$  代表卷积运算,  $\phi_n = [\kappa_1 \kappa_2 \kappa_3 \dots \kappa_n]$ , 且

$$\begin{aligned} \kappa_n &= \frac{\zeta^4 A^2}{4h_1 A_0} \sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} \frac{a_{k_i} a_{k_j} \Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{n!} \\ &\left[ \frac{\alpha\beta}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right]^n \left( \frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'} \right)^{-\frac{2\alpha+k_i+k_j-2}{2}} \\ &G_{5,5}^{3,4} \left[ 1 \left| \begin{matrix} 0, n+1-\zeta^2, n+1-\alpha, n+1-k_i, \zeta^2 \\ \zeta^2-1, \alpha-1, k_j-1, n-\zeta^2, n \end{matrix} \right. \right] \quad (17) \end{aligned}$$

$u$  的 PDF 推导过程详见附录 1。

因此, APEP( $l \rightarrow \hat{l}$ ) 可以表示为

$$\begin{aligned} \text{APEP}(l \rightarrow \hat{l}) &= \\ &\mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \text{erfc} \left( \sqrt{\frac{\bar{\gamma} \rho_t^2 u}{4 \left(1 + \frac{\rho_t^2}{\rho_{t-1}^2}\right)}} \right) f(u) du \right\} \quad (18) \end{aligned}$$

将式(16)代入式(18)并利用关系式

$$\int_0^{\infty} x^{\frac{a-1}{2}} \text{erfc}(b\sqrt{x}) dx = 2 \frac{\Gamma\left(\frac{a+2}{2}\right)}{(a+1)b^{a+1}\sqrt{\pi}} \quad (19)$$

可求得 APEP( $l \rightarrow \hat{l}$ ) 为

$$\begin{aligned} \text{APEP}(l \rightarrow \hat{l}) &= \\ &\mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \left\{ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\phi_n^{(N_t)} \Gamma\left(\frac{n+N_t+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}(n+N_t) \Gamma\left(\frac{n+N_t}{2}\right) \left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma} \rho_t^2}{4 \left(1 + \frac{\rho_t^2}{\rho_{t-1}^2}\right)}}\right)^{n+N_t}} \right\} \quad (20) \end{aligned}$$

$E_2$  部分的 APEP( $\rho_t \rightarrow \hat{\rho}_t$ ) 被定义为<sup>[11]</sup>

$$\begin{aligned} \text{APEP}(\rho_t \rightarrow \hat{\rho}_t) &= \\ &\mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \left\{ Q \left[ \sqrt{\frac{|\rho_t - \hat{\rho}_t| \sqrt{\bar{\gamma} (\mathbf{h}_1^T \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2^T \mathbf{h}_2)}}{4(\rho_t - \hat{\rho}_t) - 2 \frac{\hat{\rho}_t}{\rho_{t-1}}}} \right] \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

令  $v = \|\mathbf{h}_1^T \mathbf{h}_1 + \mathbf{h}_2^T \mathbf{h}_2\| = \sum_{j=1}^{N_t} h_{1j}^2 + \sum_{j=1}^{N_t} h_{2j}^2$ , 由于式(4)

中存在 Meijer-G 函数, 直接使用该式无法获得  $v$  的 PDF。为了进行后续分析, 可将式(4)改写成求和级数形式。利用文献[16]中的式(9.303)可将 Meijer-G 函数表示为

$$\begin{aligned} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'} \frac{h}{h_1 A_0} \left| \begin{matrix} \zeta^2 + 1 \\ \zeta^2, \alpha, k \end{matrix} \right. \right] &= \\ \Gamma[\alpha - \zeta^2] \Gamma[k - \zeta^2] &\left( \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right)^{\zeta^2} \\ {}_1F_2 \left[ 0; 1 + \zeta^2 - \alpha, 1 + \zeta^2 - k; \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right] &+ \\ \frac{\Gamma[\zeta^2 - \alpha] \Gamma[k - \alpha]}{\Gamma[1 + \zeta^2 - \alpha]} &\left( \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right)^{\alpha} \\ {}_1F_2 \left[ \alpha - \zeta^2; 1 + \alpha - \zeta^2, 1 + \alpha - k; \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right] &+ \\ \frac{\Gamma[\zeta^2 - k] \Gamma[\alpha - k]}{\Gamma[1 + \zeta^2 - k]} &\left( \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right)^k \\ {}_1F_2 \left[ k - \zeta^2; 1 + k - \zeta^2, 1 + k - \alpha; \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right] &\quad (22) \end{aligned}$$

其中, 广义超几何函数  ${}_1F_2(\cdot; \cdot; \cdot)$  可以通过文献[16]中的式(9.14.1)用幂级数分别表示为

$$\begin{aligned} {}_1F_2 \left[ 0; 1 + \zeta^2 - \alpha, 1 + \zeta^2 - k; \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right] &= \\ \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(0)_n}{n!(1 + \zeta^2 - \alpha)_n (1 + \zeta^2 - k)_n} &\left( \frac{\alpha\beta h}{(g\beta + \Omega') h_1 A_0} \right)^n \quad (23) \end{aligned}$$

$${}_1F_2 \left[ \alpha - \zeta^2; 1 + \alpha - \zeta^2, 1 + \alpha - k; \frac{\alpha\beta h}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha - \zeta^2)_n}{n!(1 + \alpha - \zeta^2)_n (1 + \alpha - k)_n} \left( \frac{\alpha\beta h}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right)^n \quad (24)$$

$${}_1F_2 \left[ k - \zeta^2; 1 + k - \zeta^2, 1 + k - \alpha; \frac{\alpha\beta h}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right] = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha - \zeta^2)_n}{n!(1 + k - \zeta^2)_n (1 + k - \alpha)_n} \left( \frac{\alpha\beta h}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right)^n \quad (25)$$

其中,  $(\cdot)_n$  为 Pochhammer 函数。因此, 在大气湍流、指向误差和路径损耗等大气联合效应下的信道衰减系数  $h$  的 PDF 可以改写为

$$\begin{cases} X_0 = \frac{\zeta^2 A a_k \Gamma[\alpha - \zeta^2] \Gamma[k - \zeta^2]}{2} \left( \frac{\alpha\beta}{\beta + \Omega'} \right)^{-\frac{\alpha+k}{2}} \left( \frac{\alpha\beta}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right)^{\zeta^2} \\ Y_n = \frac{\zeta^2 A a_k}{2} \frac{\Gamma[\zeta^2 - \alpha] \Gamma[k - \alpha] (\alpha - \zeta^2)_n}{n! \Gamma[1 + \zeta^2 - \alpha] (1 + \alpha - \zeta^2)_n (1 + \alpha - k)_n} \left( \frac{\alpha\beta}{\beta + \Omega'} \right)^{-\frac{\alpha+k}{2}} \left( \frac{\alpha\beta}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right)^{\alpha+n} \\ Z_n = \frac{\zeta^2 A a_k}{2} \frac{\Gamma[\zeta^2 - k] \Gamma[\alpha - k] (k - \zeta^2)_n}{n! \Gamma[1 + \zeta^2 - k] (1 + k - \zeta^2)_n (1 + k - \alpha)_n} \left( \frac{\alpha\beta}{\beta + \Omega'} \right)^{-\frac{\alpha+k}{2}} \left( \frac{\alpha\beta}{(\beta + \Omega')h_l A_0} \right)^{k+n} \end{cases} \quad (27)$$

因此可以得到  $v$  的 PDF 为

$$\begin{aligned} f(v) = & \sum_{\substack{k_1+k_2+k_3=2N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq 2N_r}} \binom{2N_r}{k_1, k_2, k_3} \sum_{\substack{a_1+a_2+\dots+a_\beta=k_1 \\ 0 \leq a_1, a_2, \dots, a_\beta \leq k_1}} \binom{k_1}{a_1, a_2, \dots, a_\beta} \\ & \sum_{\substack{b_1+b_2+\dots+b_\beta=k_2 \\ 0 \leq b_1, b_2, \dots, b_\beta \leq k_2}} \binom{k_2}{b_1, b_2, \dots, b_\beta} \sum_{\substack{c_1+c_2+\dots+c_\beta=k_3 \\ 0 \leq c_1, c_2, \dots, c_\beta \leq k_3}} \binom{k_3}{c_1, c_2, \dots, c_\beta} \\ & \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Theta_n v^{\frac{n+\sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i}{2} - 1}}{\Gamma\left(\frac{n+\sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i}{2}\right)} \quad (28) \end{aligned}$$

其中,  $\varphi_1(k) = \frac{X_0}{2} \Gamma\left(\frac{\zeta^2}{2}\right)$ ,  $\varphi_2(k, n) = \frac{Y_n}{2} \Gamma\left(\frac{\alpha+n}{2}\right)$ ,  $\varphi_3(k, n) = \frac{Z_n}{2} \Gamma\left(\frac{k+n}{2}\right)$ ,  $\Theta_n = \Psi_1(\Psi_{2n} * \Psi_{3n})$ ,  $*$  为卷积运算,  $\Psi_1 = \varphi_1^{(a_1)}(1) \varphi_1^{(a_2)}(2) \dots \varphi_1^{(a_\beta)}(\beta)$ ,  $\Psi_{2n} = \varphi_2^{(b_1)}(1, n) * \varphi_2^{(b_2)}(2, n) * \dots * \varphi_2^{(b_\beta)}(\beta, n)$ ,  $\Psi_{3n} = \varphi_3^{(c_1)}(1, n) * \varphi_3^{(c_2)}(2, n) * \dots * \varphi_3^{(c_\beta)}(\beta, n)$ 。

$v$  的 PDF 推导过程详见附录 2。

因此,  $\text{APEP}(\rho_t \rightarrow \hat{\rho}_t)$  可以表示为

$$\text{APEP}(\rho_t \rightarrow \hat{\rho}_t) = \mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \left\{ \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \text{erfc} \left( \frac{|\rho_t - \hat{\rho}_t| \sqrt{\gamma v}}{\sqrt{2} \left| 4(\rho_t - \hat{\rho}_t) - 2 \frac{\hat{\rho}_t}{\rho_{t-1}} \right|} \right) f(v) dv \right\} \quad (29)$$

$$f(h) = \sum_{k=1}^{\beta} X_0 h^{\zeta^2-1} + \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} Y_n h^{\alpha+n-1} + \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} Z_n h^{k+n-1} \quad (26)$$

其中,

最终可以得到  $E_2$  部分的 APEP 为

$$\begin{aligned} \text{APEP}(\rho_t \rightarrow \hat{\rho}_t) = & \mathbb{E}_{\rho_{t-1}} \left\{ \sum_{\substack{k_1+k_2+k_3=2N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq 2N_r}} \binom{2N_r}{k_1, k_2, k_3} \sum_{\substack{a_1+a_2+\dots+a_\beta=k_1 \\ 0 \leq a_1, a_2, \dots, a_\beta \leq k_1}} \binom{k_1}{a_1, \dots, a_\beta} \right. \\ & \sum_{\substack{b_1+b_2+\dots+b_\beta=k_2 \\ 0 \leq b_1, b_2, \dots, b_\beta \leq k_2}} \binom{k_2}{b_1, \dots, b_\beta} \sum_{\substack{c_1+c_2+\dots+c_\beta=k_3 \\ 0 \leq c_1, c_2, \dots, c_\beta \leq k_3}} \binom{k_3}{c_1, \dots, c_\beta} \\ & \left. \frac{\Theta_n \Gamma\left(\frac{n+1+\sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i}{2}\right)}{\sqrt{\pi} \Gamma\left(\frac{n+\sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i}{2}\right)} \right. \\ & \left. \frac{\left( n + \sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i \right)^{-1}}{\left( \frac{|\rho_t - \hat{\rho}_t| \sqrt{\gamma}}{\sqrt{2} \left| 4(\rho_t - \hat{\rho}_t) - 2 \frac{\hat{\rho}_t}{\rho_{t-1}} \right|} \right)^{n+\sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i}} \right\} \quad (30) \end{aligned}$$

$E_3$  部分的平均成对错误概率可由式(20)和式(30)相乘得到, 即

$$\begin{aligned} \text{APEP}[(l, \rho_t) \rightarrow (\hat{l}, \hat{\rho}_t)] = & \text{APEP}(l \rightarrow \hat{l}) \text{APEP}(\rho_t \rightarrow \hat{\rho}_t) \quad (31) \end{aligned}$$

由于式(20)中包含  $n$  的无穷项级数和, 为求解这个无穷级数, 下面将使用 Cauchy 比值法来探索级数收敛时  $n$  的上限值。如果级数收敛, 则满足

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{p_{n+1}}{p_n} \right| \leq 1 \quad (32)$$

令

$$P_n = \frac{\phi(N_r) \Gamma\left(\frac{n+N_r+1}{2}\right)}{\sqrt{\pi}(n+N_r) \Gamma\left(\frac{n+N_r}{2}\right) \left(\sqrt{\frac{\bar{\gamma} \rho_i^2}{4\left(1+\frac{\rho_i^2}{\rho_{i-1}^2}\right)}}\right)^{n+N_r}} \quad (33)$$

则

$$\frac{P_{n+1}}{P_n} = \frac{2\sqrt{\left(1+\frac{\rho_i^2}{\rho_{i-1}^2}\right)}(n+N_r) \left(\frac{\Gamma\left(\frac{n+2}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}\right)^{N_r}}{\sqrt{\bar{\gamma} \rho_i^2}(n+N_r+1) \left(\frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}\right)^{N_r}} \cdot \frac{\Gamma\left(\frac{n+N_r+2}{2}\right) \Gamma\left(\frac{n+N_r}{2}\right) \left(\frac{\alpha\beta}{(g\beta+\Omega^2)h_i A_0(n+1)}\right)^{N_r}}{\Gamma\left(\frac{n+N_r+1}{2}\right)^2} \cdot \left[ \frac{\sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} G_{5,5}^{3,4} \left[ \begin{matrix} 0, n+2-\zeta^2, n+2-\alpha, n+2-k_i, \zeta^2 \\ \zeta^2-1, \alpha-1, k_j-1, n+1-\zeta^2, n+1 \end{matrix} \right]}{\sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} G_{5,5}^{3,4} \left[ \begin{matrix} 0, n+1-\zeta^2, n+1-\alpha, n+1-k_i, \zeta^2 \\ \zeta^2-1, \alpha-1, k_j-1, n-\zeta^2, n \end{matrix} \right]} \right]^{N_r} \quad (34)$$

对于所有的  $n$  值，2 个 Meijer-G 函数的比值总是非零实数<sup>[17]</sup>。从式(34)可以看出，分母中  $n$  的阶数相较于分子中  $n$  的阶数多 1，当  $n \rightarrow \infty$  时， $\frac{P_{n+1}}{P_n} \rightarrow 0$ 。因此，式(20)随着  $n$  值的增加趋向于绝对收敛。类似地，式(30)也随着  $n$  值的增加趋向于收敛。本文后续分析将  $n$  的截断值设为 50，此时由级数求和截断项所引起的误差可忽略不计，从而可以计算得到相应的 APEP。

最后，将以上 3 种错误类型对应的 APEP 代入式(13)和式(14)即可得到 ODSM 系统的 ABER。

最后，将以上 3 种错误类型对应的 APEP 代入式(13)和式(14)即可得到 ODSM 系统的 ABER。

### 4 分集阶数

作为衡量通信系统误码性能的一个重要指标，分集阶数被定义为在高信噪比时系统 ABER 随信噪比变化的曲线斜率，即<sup>[18]</sup>

$$\lim_{\bar{\gamma} \rightarrow \infty} \text{ABER} \propto \bar{\gamma}^{-\delta} \quad (35)$$

其中， $\delta$  为分集阶数，即通过设置  $n=0$  来保留式(20)和式(30)中占主导地位的求和项来计算。容易得到  $E_1$  部分的分集阶数  $\delta_1 = \frac{N_r}{2}$ ， $E_2$  部分的分集阶数

$\delta_2 = \frac{\sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i i}{2}$ ，而系统的分集阶数是由  $\bar{\gamma}$  的指数幂的最低值所决定的，因此问题转化为寻找

$\min \left\{ \sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i i \right\}$ ，由式(28)可得约束条件为

$$\begin{cases} k_1 + k_2 + k_3 = 2N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq 2N_r \\ \sum_{i=1}^{\beta} a_i = k_1, \sum_{i=1}^{\beta} b_i = k_2, \sum_{i=1}^{\beta} c_i i \leq k_3 \beta \end{cases} \quad (36)$$

因此有

$$\begin{aligned} \min \left\{ \sum_{i=1}^{\beta} a_i \zeta^2 + b_i \alpha + c_i i \right\} &= \\ \min \left\{ k_1 \zeta^2 + k_2 \alpha + k_3 \beta \right\} &= \\ 2N_r \min \left\{ \zeta^2, \alpha, \beta \right\} & \quad (37) \end{aligned}$$

所以  $E_2$  部分的分集阶数  $\delta_2 = N_r \min \left\{ \zeta^2, \alpha, \beta \right\}$ 。

类似地， $E_3$  部分的分集阶数  $\delta_3 = \delta_1 + \delta_2$ 。由于系统的分集阶数是由 3 种错误类型中最小的分集阶数所决定的，因此系统最终的总体分集阶数为

$$\delta = N_r \min \left\{ \frac{1}{2}, \zeta^2, \alpha, \beta \right\} \quad (38)$$

因此，ODSM 系统的分集阶数不仅取决于大气湍流，还取决于指向误差的严重程度。

### 5 仿真与数值分析

本节利用蒙特卡罗仿真分析了大气联合效应下 ODSM 系统的误码性能。根据文献[15]，令大气折射率结构常数  $C_n^2$  分别为  $1.2 \times 10^{-13} \text{ m}^{-\frac{2}{3}}$ 、 $1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-\frac{2}{3}}$  和  $2.8 \times 10^{-14} \text{ m}^{-\frac{2}{3}}$ ，Rytov 方差为  $\sigma_R^2 = 1.23 C_n^2 k_w^{\frac{7}{6}} L^{\frac{11}{6}}$ ， $k_w = \frac{2\pi}{\lambda}$ 。因此可以使用  $(\alpha = 2.296, \beta = 2)$ 、 $(\alpha = 4.2, \beta = 3)$  和  $(\alpha = 8, \beta = 4)$  分别代表强湍流条件、中湍流条件和弱湍流条件。在 FSOC 系统中，光束通过自由空间时会变得更宽，传输功率会损失。因此，较窄的接收孔径无法接收宽光束信号，并且由于指向误差，许多光信号的功率也会丢失。选择  $\theta = 2 \text{ mrad}$  发散角的发射器，可以使其在接收端处保持圆形光束。对于更宽的孔径，可以考虑在发射端激光器处产生更宽的光束角度。发射孔径  $D_T$  和接收孔径  $D_R$  需满足<sup>[19]</sup>

$$\frac{A_R}{A_T} = \left( \frac{D_R}{D_T + 100d\theta} \right)^2 \quad (39)$$

其中， $A_R$  和  $A_T$  分别为接收器和发射器的面积， $d$  为计算高斯波束半径时的直线距离。要使面积比保持

在 -20 dB, 可以通过式(39)令发射孔径和接收孔径分别为 20 cm 和 7.5 cm。选择 2 个发射孔径之间的距离, 使其超过空间相干距离, 以确保信道增益彼此独立。其他主要的系统仿真参数如表 2 所示<sup>[15,20]</sup>。ODSM 系统仿真流程如图 2 所示, 为了避免偶然性对系统仿真的影响, 令  $N$  取  $10^6$ 。

表 2 系统仿真参数

参数	数值
波长 $\lambda$ /nm	785
FSOC 链路长度 $L$ /km	1
光束发散角 $\theta$ /mrad	2
$\phi_a - \phi_b$	$\frac{\pi}{2}$
光电转换率 $R_c$	0.5
发射孔径/cm	20
接收孔径/cm	7.5
总散射分量的平均功率 $2b_0$	0.215 8
视距分量的光信号平均功率 $\Omega$	1.326 5
耦合到视距分量的散射功率量 $\Delta$	0.597 6

不同方案的传输速率如表 3 所示。其中, OGSM 方案中的  $N_a$  表示每个传输周期系统所激活的天线数。ODSM 方案的传输速率取决于光学天线数量  $N_t$  和 PAM 阶数  $M$ , 且 ODSM 方案的传输速率与  $N_t!$  的对数成正比。易知, 要实现相同的传输速率, ODSM 方案相较于其他方案所需的光学天线数量更少, 这使光空间调制系统的设计和实现得到了极大简化。并且 ODSM 方案不需要进行信道估计, 使系统不受信道估计误差的影响, 在通信过程中可以减少错误的发生, 提高了系统的可靠性和稳定性。

表 3 不同方案的传输速率

方案	传输速率/ bpcu
OSSK	$R_{\text{OSSK}} = \text{lb}N_t$
OSM	$R_{\text{OSM}} = \text{lb}N_t + \text{lb}M$
OGSM	$R_{\text{OGSM}} = \lfloor \text{lb}C(N_t, N_a) \rfloor + N_a \text{lb}M$
OIQSM	$R_{\text{OIQSM}} = 2 \lfloor \text{lb}C(N_t, 2) \rfloor + 2 \text{lb}M$
ODSM	$R_{\text{ODSM}} = \lfloor \text{lb}(N_t!) \rfloor + \text{lb}M$

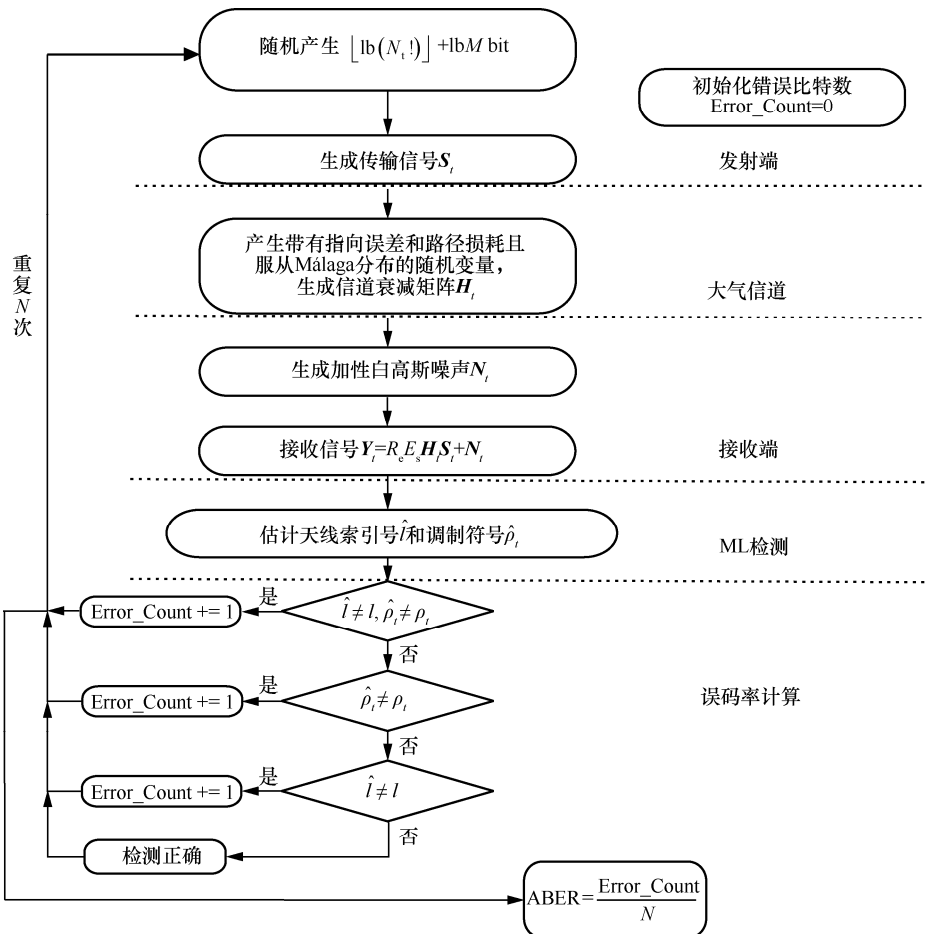


图 2 ODSM 系统仿真流程

湍流强度与光电探测器数量对 ODSM 系统误码性能的影响如图 3 所示, 仿真参数为  $N_t = 2$ ,  $\xi = 3.33$ ,  $M=4$ -PAM, 传输速率  $R = 3$  bpcu。从图 3 中可以看出, 当接收端光电探测器数量固定时, 湍流强度的变化对 ODSM 系统的误码性能影响较小。但是, 随着光电探测器数量的增加, ODSM 系统的误码性能有了明显的改善。这表明增加光电探测器数量可以有效减弱大气湍流和指向误差对系统性能的负面影响, 从而提高系统的通信质量。产生这种现象的原因是, 接收端多个光电探测器可以将多个互相独立的衰落信号进行合并处理, 从而提高系统的接收分集增益。同时, 从图 3 中还可以看出, 理论 ABER 上界与仿真结果基本一致, 这验证了第 4 节中对 ODSM 系统理论 ABER 的推导。

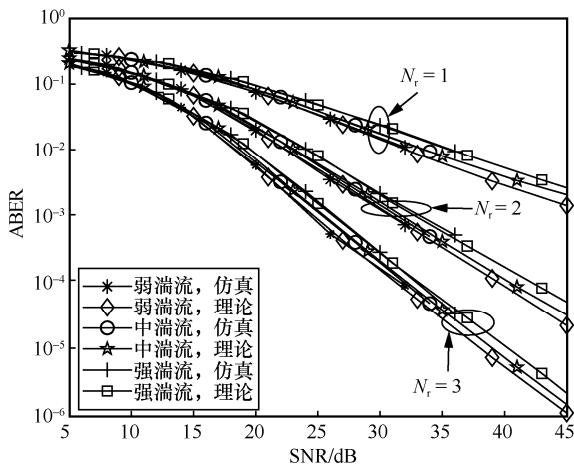


图 3 湍流强度与光电探测器数量对 ODSM 系统误码性能的影响

指向误差强度对 ODSM 系统误码性能的影响如图 4 所示, 仿真参数为强湍流,  $N_t = 2$ ,  $N_r = 3$ ,  $M=4$ -PAM, 传输速率  $R = 3$  bpcu, 曲线①~⑦分别为  $\xi=22.11, 11.91, 1.11, 0.91, 0.81, 0.61, 0.41$ 。从图 4 中可以看出, 随着指向误差强度的减小 ( $\xi$  值越大), ODSM 系统的误码性能越好。这是由于指向误差越小的系统在接收端接收到了更多的光信号, 检测译码时错判的概率也随之变小。当  $\xi < 0.41$  时, ODSM 系统的误码率始终大于  $10^{-2}$ , 这严重影响了 ODSM 系统的通信性能。并且随着指向误差强度的增加, ODSM 系统很可能会发生通信中断。当  $\xi = 22.11$  时, ODSM 系统在 30 dB 和 40 dB 时的 ABER 分别约为  $1.64 \times 10^{-4}$  和  $4 \times 10^{-6}$ , 分集阶数约为  $\delta = \log\left(\frac{1.64 \times 10^{-4}}{4 \times 10^{-6}}\right) \approx 1.5$ ; 当  $\xi = 0.41$  时, ODSM 系统在 30 dB 和 40 dB 时的 ABER 分别约为  $9.1 \times 10^{-2}$  和  $3.1 \times 10^{-2}$ , 分集阶数约为

$$\delta = \log\left(\frac{9.1 \times 10^{-2}}{3.1 \times 10^{-2}}\right) \approx 0.48$$

这也充分验证了本文对 ODSM 系统分集阶数的分析。可见指向误差对 ODSM 系统误码性能的影响不容小觑, 增大接收孔径、提高对准精度等方法对提高系统性能至关重要。

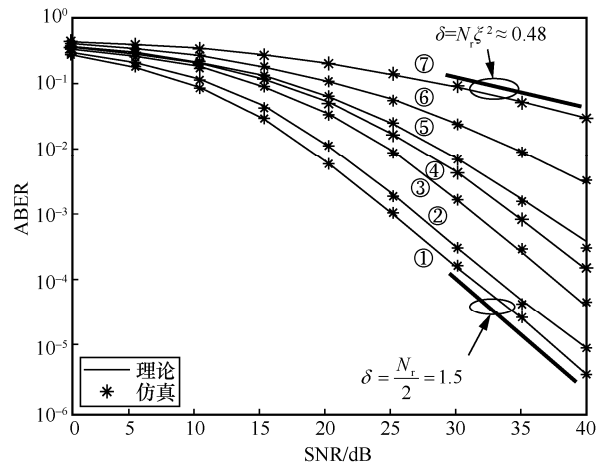


图 4 指向误差强度对 ODSM 系统误码性能的影响

由表 3 可知, 有 2 种方法可以增加 ODSM 系统的频谱效率, 分别为增加光学天线数量  $N_t$  或增加信号调制阶数  $M$ 。光学天线数量  $N_t$  对 ODSM 系统误码性能的影响如图 5 所示, 仿真参数为中湍流,  $M=4$ -PAM,  $\xi = 3.33$ 。从图 5 中可以看出, 当  $N_r$  一定时, 增加  $N_t$  将会导致系统光学链路间的干扰增加, 使系统  $E_1$  部分的误码率上升, 进而使 ODSM 系统的误码性能略微下降。例如, 当  $N_r = 4$ ,  $ABER=10^{-4}$  时, 相较于使用 3 个光学天线和 4 个光学天线的 ODSM 系统, 使用 5 个光学天线的 ODSM 系统信噪比损失分别减少约 7 dB 和 2 dB。此外, 增加光电探测器数量可以显著改善由光学天线数量增加而引起的系统误码性能下降。

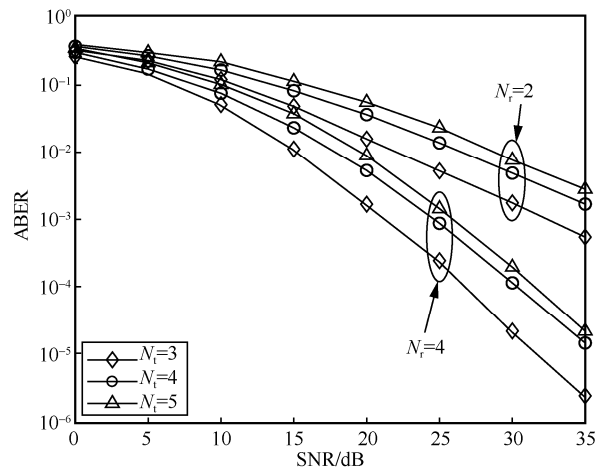


图 5 光学天线数量  $N_t$  对 ODSM 系统误码性能的影响

在  $N_t$  相同的条件下, 调制阶数  $M$  对 ODSM 系统误码性能的影响如图 6 所示, 仿真参数为中湍流,  $N_t = 5$ ,  $\zeta = 1.11$ 。由图 6 可知, 无论  $N_t$  如何变化, 只增加  $M$  会使系统误码性能产生微小的下降, 这是因为  $M$  的增加导致调制符号矢量间的间距减小, 使  $E_2$  部分的误码增加。同时, 从图 5 和图 6 中可以观察到, 对于固定的  $N_t$ , 每条 ABER 曲线的斜率是相同的, 这也说明了 ODSM 系统的分集阶数与光学天线数量  $N_t$  和调制阶数  $M$  无关。

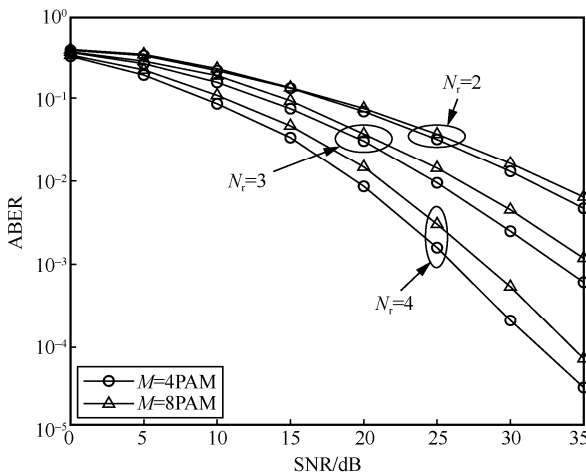


图 6 调制阶数  $M$  对 ODSM 系统误码性能的影响

信道估计误差  $\sigma$  对不同光空间调制方案的影响如图 7 所示, 仿真参数为中湍流,  $N_t = 4$ ,  $M=4$ -PAM,  $\zeta = 5.55$ , 传输速率  $R = 6$  bpcu。从图 7 中可以看出, OSSK<sup>[6]</sup>、OSM<sup>[5]</sup>、OGSM<sup>[9]</sup>和 OIQSM<sup>[9]</sup>

方案的误码性能随着  $\sigma$  的增加而降低。此外, 信道估计误差将会使 OSSK、OSM、OGSM 和 OIQSM 方案的分集增益丢失, 进而严重降低系统误码性能。例如, 当  $\sigma = 0.2$  时, 即使是在高信噪比情况下, OSM 和 OGSM 系统的误码率也大于  $10^{-2}$ 。对于 ODSM 系统来说, 由于 ODSM 系统在信号检测过程中相较于其他光空间调制方案不需要 CSI, 无论信道估计误差如何, ODSM 系统的误码性能和分集阶数都不会受影响。因此, ODSM 系统在非理想 CSI 情况下要优于其他光空间调制方案。

## 6 结束语

目前, FSOC-OSM 系统必须经过复杂的信道估计才能实现, 本文聚焦于可以使系统避免信道估计的 ODSM 系统。通过采用可以表征所有湍流强度的 Málaga 信道, 综合考虑指向误差和路径损耗等因素, 推导了 ODSM 系统在大气湍流、指向误差和路径损耗联合效应下所需 PDF 的数学表达式。利用这些 PDF, 给出了 ODSM 系统误码率上界表达式, 并分析了系统的分集阶数。此外, 使用蒙特卡罗仿真验证了理论分析, 仿真结果表明, ODSM 系统的分集阶数与光学天线数量和调制阶数无关, 而是随着大气湍流和指向误差强度的严重程度及光电探测器的数量有关; ODSM 系统的误码性能与大气湍流强度无关; 增加光电探测器的数量将会明显提高 ODSM 系统的分集增益, 有效抵抗大气湍流效应, 进而提高系统的可靠性; 当光电探测器数量一定

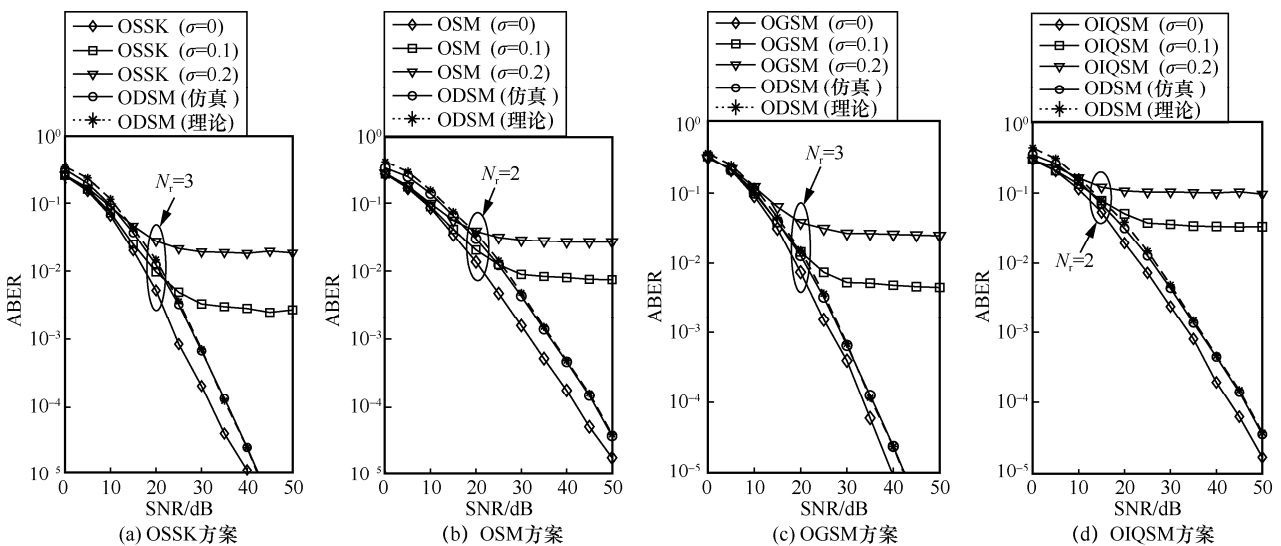


图 7 信道估计误差  $\sigma$  对不同光空间调制方案的影响

时,增加调制阶数和光学天线数量会使 ODSM 系统误码性能略微下降; ODSM 系统有效避免了烦琐的信道估计过程,相较于其他现有的光空间调制系统具有更好的鲁棒性。本文研究结果为 ODSM 系统的设计和开发提供了必要的理论支撑。以此为基础,未来可研究 ODSM 系统的变体方案来提高 ODSM 系统的性能。

### 附录 1 $u$ 的 PDF 推导过程

令  $\varpi_i = h_{1i} - h_{2i}$ ,  $z_i = |\varpi_i|$ ,  $r_i = z_i^2$ ,  $u = \sum_{i=1}^{N_t} r_i$ , 其中,  $h_{1i}$  和  $h_{2i}$  是 2 个非负、独立且服从式(4)的随机变量。结合文献[6]和文献[21], 有

$$f_{\varpi_i}(\varpi_i) = \begin{cases} \int_0^\infty f_{h_{1i}}(\varpi_i + h_{2i}) f_{h_{2i}}(h_{2i}) dh_{2i}, & \varpi_i \geq 0 \\ \int_{-\varpi_i}^\infty f_{h_{1i}}(\varpi_i + h_{2i}) f_{h_{2i}}(h_{2i}) dh_{2i}, & \varpi_i < 0 \end{cases} \quad (40)$$

所以  $z_i$  的 PDF 为

$$f_{z_i}(z_i) = f_{\varpi_i}(z_i) + f_{\varpi_i}(-z_i) \quad (41)$$

当  $\varpi_i \geq 0$  时,  $f_{\varpi_i}(z_i) = f_{\varpi_i}(\varpi_i)$ ; 当  $\varpi_i < 0$  时,  $f_{\varpi_i}(-z_i) = f_{\varpi_i}(\varpi_i)$ 。结合式(4)和式(40), 当  $\varpi_i \geq 0$  时,  $f_{\varpi_i}(\varpi_i)$  可以表示为

$$f_{\varpi_i}(\varpi_i) = \left(\frac{\xi^2 A}{2}\right)^2 \int_0^\beta \sum_{k_i=1}^{\beta} \frac{1}{h_{2i} + \varpi_i} a_{k_i} \left(\frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'}\right)^{-\frac{\alpha+k_i}{2}} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'} \frac{h_{2i} + \varpi_i}{h_i A_0} \left| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, k_i \end{matrix} \right. \right] \sum_{k_j=1}^{\beta} \frac{1}{h_{2i}} a_{k_j} \left(\frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'}\right)^{-\frac{\alpha+k_j}{2}} G_{1,3}^{3,0} \left[ \frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'} \frac{h_{2i}}{h_i A_0} \left| \begin{matrix} \xi^2 + 1 \\ \xi^2, \alpha, k_j \end{matrix} \right. \right] dh_{2i} \quad (42)$$

运用文献[22]中的式(8.2.2.15)和式(2.24.1.3)可以得到

$$f_{\varpi_i}(\varpi_i) = \frac{\xi^4 A^2}{4h_i A_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} a_{k_i} a_{k_j} \left(\frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'}\right)^{-\frac{2\alpha+k_i+k_j-2}{2}} \left[ \frac{-\alpha\beta\varpi_i}{(g\beta + \Omega')h_i A_0} \right]^n G_{5,5}^{3,4} \left[ 1 \left| \begin{matrix} 0, n+1-\xi^2, n+1-\alpha, n+1-k_i, \xi^2 \\ \xi^2-1, \alpha-1, k_j-1, n-\xi^2, n \end{matrix} \right. \right] \quad (43)$$

类似地, 可以得到  $f_{\varpi_i}(-z_i) = f_{\varpi_i}(z_i)$ 。因此可求得  $z_i$  的

PDF 为

$$f_{z_i}(z_i) = \frac{\xi^4 A^2}{2h_i A_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} \frac{a_{k_i} a_{k_j}}{n!} \left(\frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'}\right)^{-\frac{2\alpha+k_i+k_j-2}{2}} \left[ \frac{\alpha\beta z_i}{(g\beta + \Omega')h_i A_0} \right]^n G_{5,5}^{3,4} \left[ 1 \left| \begin{matrix} 0, n+1-\xi^2, n+1-\alpha, n+1-k_i, \xi^2 \\ \xi^2-1, \alpha-1, k_j-1, n-\xi^2, n \end{matrix} \right. \right] \quad (44)$$

其中,  $n$  是非负整数, 表示求和级数的项数, 则  $r_i$  的 PDF 为

$$f_{r_i}(r_i) = \frac{\xi^4 A^2}{4h_i A_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} \frac{a_{k_i} a_{k_j}}{n!} \left(\frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'}\right)^{-\frac{2\alpha+k_i+k_j-2}{2}} G_{5,5}^{3,4} \left[ 1 \left| \begin{matrix} 0, n+1-\xi^2, n+1-\alpha, n+1-k_i, \xi^2 \\ \xi^2-1, \alpha-1, k_j-1, n-\xi^2, n \end{matrix} \right. \right] r_i^{\frac{n-1}{2}} \quad (45)$$

所以  $r_i$  的矩母函数 (MGF, moment generating function)

可以写为

$$M_{r_i}(s) = \frac{\xi^4 A^2}{4h_i A_0} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{k_i=1}^{\beta} \sum_{k_j=1}^{\beta} \frac{a_{k_i} a_{k_j}}{n!} \frac{\Gamma\left(\frac{n+1}{2}\right)}{s^{\frac{n+1}{2}}} \left(\frac{\alpha\beta}{g\beta + \Omega'}\right)^{-\frac{2\alpha+k_i+k_j-2}{2}} G_{5,5}^{3,4} \left[ 1 \left| \begin{matrix} 0, n+1-\xi^2, n+1-\alpha, n+1-k_i, \xi^2 \\ \xi^2-1, \alpha-1, k_j-1, n-\xi^2, n \end{matrix} \right. \right] \quad (46)$$

又  $u = \sum_{i=1}^{N_t} r_i$ , 所以  $u$  的 MGF 为

$$M_u(s) = \prod_{i=1}^{N_t} M_{r_i}(s) \quad (47)$$

由柯西乘积有

$$M_u(s) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n^{(N_t)} s^{-\frac{n+N_t}{2}} \quad (48)$$

对式(48)进行逆拉普拉斯变换, 可得  $u$  的 PDF 如式(16)所示。

### 附录 2 $v$ 的 PDF 推导过程

令  $\mu_{ij} = h_{ij}^2$ , 其中  $i=1,2$ 。因此  $\mu_{ij}$  的 PDF 为

$$f_{\mu_{ij}}(\mu_{ij}) = \frac{1}{2} \left( \sum_{k=1}^{\beta} X_0 \mu_{ij}^{\frac{k}{2}-1} + \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} Y_n \mu_{ij}^{\frac{\alpha+n-1}{2}} + \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} Z_n \mu_{ij}^{\frac{k+n-1}{2}} \right) \quad (49)$$

所以  $\mu_{ij}$  的 MGF 可以表示为

$$M_{\mu_{ij}}(s) = \sum_{k=1}^{\beta} \varphi_1(k) s^{-\frac{k}{2}} + \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_2(k, n) s^{-\frac{\alpha+n}{2}} + \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_3(k, n) s^{-\frac{k+n}{2}} \quad (50)$$

因为  $w_i = \sum_{j=1}^{N_r} h_{ij}^2 = \sum_{j=1}^{N_r} \mu_{ij}$ ，所以  $M_{w_i}(s) = \prod_{j=1}^{N_r} M_{\mu_{ij}}(s)$ ，

由柯西乘积有

$$\begin{aligned}
 M_{w_i}(s) &= \sum_{\substack{k_1+k_2+k_3=N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq N_r}} \binom{N_r}{k_1, k_2, k_3} \left( \sum_{k=1}^{\beta} \varphi_1(k) s^{-\frac{k^2}{2}} \right)^{k_1} \\
 &\left( \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_2(k, n) s^{-\frac{\alpha+n}{2}} \right)^{k_2} \left( \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_3(k, n) s^{-\frac{k+n}{2}} \right)^{k_3} = \\
 &\sum_{\substack{k_1+k_2+k_3=N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq N_r}} \binom{N_r}{k_1, k_2, k_3} \sum_{\substack{a_1+a_2+\dots+a_{\beta}=k_1 \\ 0 \leq a_1, a_2, \dots, a_{\beta} \leq k_1}} \binom{k_1}{a_1, \dots, a_{\beta}} \cdot \\
 &\sum_{\substack{b_1+b_2+\dots+b_{\beta}=k_2 \\ 0 \leq b_1, b_2, \dots, b_{\beta} \leq k_2}} \binom{k_2}{b_1, \dots, b_{\beta}} \sum_{\substack{c_1+c_2+\dots+c_{\beta}=k_3 \\ 0 \leq c_1, c_2, \dots, c_{\beta} \leq k_3}} \binom{k_3}{c_1, \dots, c_{\beta}} \cdot \\
 &\sum_{n=0}^{\infty} \vartheta_n s^{-\frac{n + \sum_{i=1}^{\beta} a_i s^2 + b_i \alpha + c_i}{2}} \quad (51)
 \end{aligned}$$

因为  $v = w_1 + w_2$ ，所以  $v$  的 MGF 可以表示为

$$\begin{aligned}
 M_v(s) &= (M_{w_1}(s))(M_{w_2}(s)) = \\
 &\sum_{\substack{k_1+k_2+k_3=2N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq 2N_r}} \binom{2N_r}{k_1, k_2, k_3} \left( \sum_{k=1}^{\beta} \varphi_1(k) s^{-\frac{k^2}{2}} \right)^{k_1} \\
 &\left( \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_2(k, n) s^{-\frac{\alpha+n}{2}} \right)^{k_2} \left( \sum_{k=1}^{\beta} \sum_{n=0}^{\infty} \varphi_3(k, n) s^{-\frac{k+n}{2}} \right)^{k_3} = \\
 &\sum_{\substack{k_1+k_2+k_3=2N_r \\ 0 \leq k_1, k_2, k_3 \leq 2N_r}} \binom{2N_r}{k_1, k_2, k_3} \sum_{\substack{a_1+a_2+\dots+a_{\beta}=k_1 \\ 0 \leq a_1, a_2, \dots, a_{\beta} \leq k_1}} \binom{k_1}{a_1, \dots, a_{\beta}} \cdot \\
 &\sum_{\substack{b_1+b_2+\dots+b_{\beta}=k_2 \\ 0 \leq b_1, b_2, \dots, b_{\beta} \leq k_2}} \binom{k_2}{b_1, \dots, b_{\beta}} \sum_{\substack{c_1+c_2+\dots+c_{\beta}=k_3 \\ 0 \leq c_1, c_2, \dots, c_{\beta} \leq k_3}} \binom{k_3}{c_1, \dots, c_{\beta}} \cdot \\
 &\sum_{n=0}^{\infty} \vartheta_n s^{-\frac{n + \sum_{i=1}^{\beta} a_i s^2 + b_i \alpha + c_i}{2}} \quad (52)
 \end{aligned}$$

对式(52)进行拉普拉斯逆变换，可以得到  $v$  的 PDF 如式(28)所示。

### 参考文献:

[1] KHALIGHI M A, UYSAL M. Survey on free space optical communication: a communication theory perspective[J]. IEEE Communications Surveys & Tutorials, 2014, 16(4): 2231-2258.

[2] WEN M W, ZHENG B X, KIM K J, et al. A survey on spatial modulation in emerging wireless systems: research progresses and applications[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2019, 37(9): 1949-1972.

[3] 毛一聪, 王惠琴, 张悦, 等. 光空间调制技术的研究进展[J]. 光电

工程, 2020, 47(3): 190712.

MAO Y C, WANG H Q, ZHANG Y, et al. Research progress of optical spatial modulation technology[J]. Opto-Electronic Engineering, 2020, 47(3): 190712.

[4] 张悦, 王惠琴, 曹明华, 等. 无线光通信中的增强型光空间调制[J]. 光学学报, 2020, 40(3): 0306001.

ZHANG Y, WANG H Q, CAO M H, et al. Enhanced optical spatial modulation in wireless optical communication[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(3): 0306001.

[5] ÖZBILGIN T, KOCA M. Optical spatial modulation over atmospheric turbulence channels[J]. Journal of Lightwave Technology, 2015, 33(11): 2313-2323.

[6] JAISWAL A, BHATNAGAR M R, JAIN V K. Performance of optical space shift keying over Gamma-Gamma fading with pointing error[J]. IEEE Photonics Journal, 2017, 9(2): 1-16.

[7] KEHINDE O, ODEYEMI P, VIRANJAY M S. Performance analysis of free space optical system with spatial modulation and diversity combiners over the Gamma-Gamma atmospheric turbulence[J]. Optics Communications, 2017, 382: 205-211.

[8] YU S Y, GENG C, ZHONG J, et al. Performance analysis of optical spatial modulation over a correlated Gamma-Gamma turbulence channel[J]. Applied Optics, 2022, 61(8): 2025-2035.

[9] BHOWAL A, KSHETRIMAYUM R S. Advanced optical spatial modulation techniques for FSO communication[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 69(2): 1163-1174.

[10] 王惠琴, 杨顺信, 张悦, 等. 大气激光通信中的完全光广义空间调制[J]. 光学学报, 2020, 40(13): 1301001.

WANG H Q, YANG S X, ZHANG Y, et al. Fully optical generalized spatial modulation in atmospheric laser communication[J]. Acta Optica Sinica, 2020, 40(13): 1301001.

[11] JAISWAL A, BHATNAGAR M R, SONI P, et al. Differential optical spatial modulation over atmospheric turbulence[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2019, 13(6): 1417-1432.

[12] WANG H Q, MAO Y C, ZHANG Y, et al. Differential optical spatial modulation with pulse position modulation over atmospheric turbulence[J]. Optical Engineering, 2020, 59(9): 096109.

[13] PAUL P, BHATNAGAR M, JAISWAL A. Jamming in free space optical systems: mitigation and performance evaluation[J]. IEEE Transactions on Communications, 2020, 68: 1631-1647.

[14] FARID A A, HRANILOVIC S. Outage capacity optimization for free-space optical links with pointing errors[J]. Journal of Lightwave Technology, 2007, 25(7): 1702-1710.

[15] ANSARI I S, YILMAZ F, ALOUINI M S. Performance analysis of free-space optical links over Málaga turbulence channels with pointing errors[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2016,

15(1): 91-102.

- [16] GRADSHTEYN I S, RYZHIK I M. Table of integrals, series, and products[M]. San Diego: Academic Press, 1980.
- [17] BHOWAL A, KSHETRIMAYUM R S. Advanced spatial modulation systems[M]. Singapore: Springer Singapore, 2021.
- [18] BHATNAGAR M R, GHASSEMLOOY Z. Performance analysis of Gamma-Gamma fading FSO MIMO links with pointing errors[J]. Journal of Lightwave Technology, 2016, 34(9): 2158-2169.
- [19] WILLEBRAND H, GHUMAN B S. Free space optics: enabling optical connectivity in today's networks[M]. Indianapolis: SAMS Publishing, 2002.
- [20] JURADO-NAVAS A, MARIA J, FRANCISCO J, et al. A unifying statistical model for atmospheric optical scintillation[J]. Numerical simulations of physical and engineering processes, 2011, 181(8): 181-205.
- [21] PAPOULIS A, PILLAI S U. Probability, random variables, and stochastic processes[M]. Boston: McGraw-Hill, 2002.
- [22] PRUDNIKOV A P, BRYCHKOV Y A, MARICHEV O I, et al. Integrals and series[M]. New York: Gordon and Breach, 1990.

### [作者简介]



赵辉(1980-),女,黑龙江哈尔滨人,博士,重庆邮电大学教授、博士生导师,主要研究方向为信号与信息处理、空间光通信等。

李进(1998-),男,山东菏泽人,重庆邮电大学硕士生,主要研究方向为无线光通信理论与技术等。

马薇雯(1998-),女,湖南常德人,重庆邮电大学硕士生,主要研究方向为无线光通信理论与技术等。

邓文超(1997-),男,河南周口人,重庆邮电大学硕士生,主要研究方向为无线光通信、轨道角动量等。

张天骥(1971-),男,四川眉山人,博士,重庆邮电大学教授、博士生导师,主要研究方向为盲信号识别、无线通信的智能信号处理等。

刘媛妮(1982-),女,河南邓州人,博士,重庆邮电大学副教授、硕士生导师,主要研究方向为网络空间安全。