

基于改进混合量子遗传算法的二相编码雷达波形优化

张余¹, 赵婧², 贾彦国^{1,3}, 沈秀敏^{1,4}

(1. 燕山大学信息科学与工程学院, 河北 秦皇岛 066004; 2. 燕山大学经济管理学院, 河北 秦皇岛 066004;
3. 河北省计算机虚拟技术与系统集成重点实验室, 河北 秦皇岛 066004; 4. 河北省软件工程重点实验室, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 针对当前雷达波形优化算法搜索策略单一、适用范围受限的问题, 提出了一种基于改进混合量子遗传算法的二相编码雷达波形优化算法。所提算法采用了一种新的自适应旋转角度策略, 根据迭代次数和余弦相似度动态调整旋转角度, 提高了算法的收敛速度、全局搜索能力和求解质量。仿真结果表明, 与遗传算法、基本量子遗传算法和混合量子遗传算法相比, 对于包含了单峰、多峰和非凸优化问题的 6 个标准测试函数, 所提算法在质量和资源消耗上均表现更好; 对于二相编码雷达波形优化, 证实了使用所提算法优化波形是可行和有效的。

关键词: 相位编码; 雷达波形; 量子遗传算法; 自适应旋转角度策略; 峰值旁瓣电平

中图分类号: TN957

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2024022

Binary phase-coded radar waveform optimization based on improved hybrid quantum genetic algorithm

ZHANG Yu¹, ZHAO Jing², JIA Yanguo^{1,3}, SHEN Xiumin^{1,4}

1. School of Information Science and Engineering, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

2. School of Economics and Management, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, China

3. The Key Laboratory for Computer Virtual Technology and System Integration of Hebei Province, Qinhuangdao 066004, China

4. The Key Laboratory of Software Engineering of Hebei Province, Qinhuangdao 066004, China

Abstract: To overcome the problem of single search focus and limited application scope of existing algorithm, a binary phase-coded radar waveform optimization (RWO) based on improved hybrid quantum genetic algorithm (IHQGA) was proposed. IHQGA adopted a novel self-adaptive rotation angle strategy, which dynamically adjusted the rotation angle based on evolutionary process and cosine similarity. The convergence speed, global search capability, and solution quality were improved. Simulation results demonstrate that compared with genetic algorithms, basic quantum genetic algorithms, and hybrid quantum genetic algorithms, IHQGA performs better in terms of solution quality and resource consumption for six benchmark functions that include single-peak, multi-peak, and non-convex optimization problems. Additionally, for binary phase-coded RWO, which verifies the feasibility and effectiveness of IHQGA in WO.

Keywords: phase coding, radar waveform, QGA, self-adaptive rotating angle strategy, PSL

收稿日期: 2023-09-05; 修回日期: 2024-01-04

通信作者: 贾彦国, jyg@ysu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.61601401); 河北省自然科学基金资助项目 (No.F2018203057); 河北省高等学校科学技术研究基金资助项目 (No.QN2021144); 河北省创新能力提升计划基金资助项目 (No.22567626H); 河北省软件工程重点实验室基金资助项目 (No.22567637H)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.61601401), The Natural Science Foundation of Hebei Province (No.F2018203057), The Research and Technology in Higher Education of Hebei (No.QN2021144), The Innovation Capability Improvement Plan Project of Hebei Province (No.22567626H), Project of Hebei Key Laboratory of Software Engineering (No.22567637H)

0 引言

长期以来,雷达在现代国防系统中发挥着非常重要的作用^[1]。相位编码信号因其固有的强抗衰落能力、强抗干扰能力、低截获性等优点,得到了更加广泛的应用。相位编码信号分为二相编码信号和多相编码信号,常用的二相编码信号有巴克码、复合巴克码、M 序列等;多相编码信号有 Huffman 码、互补码、Frank 码、P1、P2、P3 和 P4 等。提高雷达系统脉冲压缩后的主旁瓣比主要有 2 种途径:一是通过设计波形来获取良好特性的编码序列;二是通过信号处理来抑制旁瓣。通常,通过最佳信号设计的研究方法来抑制旁瓣的途径更加理想,同时由于二相编码的产生相对于多相编码更加容易且灵活,因此应用于相位编码雷达系统的二相编码波形设计一直是研究热点^[2]。

相位编码信号的波形设计是典型的组合优化问题,其目标函数通常具有高度非线性、非凸性、离散性、多维性、存在约束条件等特点^[3-4],智能优化算法是解决该类问题的有效方法。Deng^[5]使用模拟退火算法搜索任意长度的最优二相编码,得到了具有良好自相关和互相关性的二相编码序列集。陶海虹等^[6]提出了基于遗传算法(GA, genetic algorithm)的二相编码优化方法,优化后的相位编码信号都具有较好自相关性且多组编码信号间也具有较好的互相关性。金明等^[7]通过对遗传算法的交叉和变异操作进行改进,获得了具有较小非周期自相关旁瓣峰和互相关峰的多相码。王伟等^[8]以自相关旁瓣和互相关峰值能量为代价函数,运用混合遗传禁忌搜索算法对类零相关多相码进行了优化设计,在零相关区域内,得到了比文献^[7]更低的旁瓣峰值。

近年来,量子遗传算法(QGA, quantum genetic algorithm)也被广泛应用于雷达领域中,Wang 等^[9]使用 QGA 解决雷达网络中多目标逆合成孔径雷达成像的任务调度优化问题,可以有效地完成多目标任务,提高雷达网络的资源利用率。Ding 等^[10]提出了一种应用于多输入多输出(MIMO, multiple-input multiple-output)成像雷达的认知波形分离方法,该方法的关键是利用 QGA 优化发射参数,从而实现发射参数、波形分离和雷达成像的内在联系,使 MIMO 雷达不仅可以在多场景下传输信号,同时显著提高了波形分离和雷达成像性能。Liu 等^[11]提出了一种用于同时最小化相位编码 MIMO 雷达波形集的互相关峰值和自相关峰值的多目标 QGA。Sun

等^[12]将 QGA 应用于激光成像雷达中,提高了搜索目标的速度与精度。刘洋等^[13]将 QGA 应用到雷达组网布站方案优化中,有效提高了对弹道目标跟踪测量的精度。郝昭昕等^[14]利用 QGA 对 MIMO 雷达系统正交信号波形进行优化设计,得到了较低的互相关峰值。QGA 作为一种新兴智能优化算法^[15],具有量子比特编码以及旋转门并行计算更新种群等独有的特性,因此具有比传统智能优化算法更好的全局搜索能力和更快的收敛速度。

巴克码是具有理想非周期自相关性的二相码,是雷达中较常用的一种信号。目前找到的性能最佳的巴克码,其码长为 13 位,峰值旁瓣电平(PSLL, peak side-lobe level)为-22.3 dB,模糊函数呈近似图钉形,具有良好的距离和速度分辨率。而一般要求雷达发射信号具有较长的码长和较低的 PSLL,例如在合成孔径成像雷达中要求码长在千或万级别,而巴克码的长度大大限制了其进一步的应用^[16-18]。

针对二相编码雷达波形设计,大多数文献均关注传统智能优化算法的利用,但探讨 QGA 在雷达波形优化的研究却不多,为了加强这方面的研究,本文主要的研究工作如下。

1) 为应对二相编码雷达波形优化的复杂性,提出了一种改进混合量子遗传算法(IHQGA, improved hybrid quantum genetic algorithm)。在混合量子遗传算法(HQGA, hybrid quantum genetic algorithm)的基础上引入了量子灾变策略,该策略打破了原本的进化轨迹,降低了陷入局部最优解的可能性。此外,采用了一种新的自适应旋转角度策略,策略中的迭代次数使算法在前期能够迅速在更大的搜索空间内收敛,在后期进行小范围搜索以提高解的精确度,而其中的余弦相似度缓解了算法进入后期或发生灾变之后收敛速度变慢等问题。

2) 为评估算法在不同场景下的性能,将所提算法与现有的遗传算法、基本量子遗传算法(BQGA, basic quantum genetic algorithm)和混合量子遗传算法分别应用于 6 个具有代表性的标准测试函数优化上。多次实验的结果表明,所提算法在消耗资源、平均值、方差和最优值方面均具有优越性。

3) 在二相编码雷达波形优化上的仿真结果表明,所提算法在求解质量、收敛速度和跳出局部最优解能力方面与上述现有的 3 种优化算法相比均具有更好的性能,且当码长大于或等于 800 时,所提算法在效率上的优势有所体现。此外,通过对使用

所提算法优化后的雷达波形的模糊函数进行分析, 进一步说明了所提算法的可行性和有效性。

1 相关基础知识

1.1 二相编码信号的形式和频谱

一般相位编码形式的发射信号^[19]的形式为

$$s(t) = a(t)e^{j\varphi(t)}e^{j2\pi f_0 t} \quad (1)$$

其中, $a(t)$ 为信号包络, f_0 为发射频率, $\varphi(t)$ 为相位调制函数。信号的复包络函数可写为

$$u(t) = a(t)e^{j\varphi(t)} \quad (2)$$

对于二相编码信号而言, $\varphi(t)$ 只有 0 和 π 这 2 种取值, 对应二元序列用 $\{c_k = +1, -1\}$ 表示。二相编码信号的包络为矩形函数, 即

$$a(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{LT_c}}, & 0 \leq t \leq \Delta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (3)$$

其中, L 为码长, T_c 为子脉冲宽度 (即码元宽度), $\Delta = LT_c$ 为信号的持续时间 (即脉冲宽度)。则二相编码信号的复包络为

$$u(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{k=0}^{L-1} c_k v(t - KT_c), & 0 \leq t \leq \Delta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (4)$$

其中, $v(t)$ 为子脉冲函数。

根据 δ 函数的性质, 式(4)可表示为 2 个信号的卷积形式

$$u(t) = v(t) \otimes \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{k=0}^{L-1} c_k \delta(t - KT_c) = u_1(t) \otimes u_2(t) \quad (5)$$

其中,

$$u_1(t) = v(t) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{T_c}}, & 0 \leq t \leq \Delta \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

$$u_2(t) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{k=0}^{L-1} c_k \delta(t - KT_c) \quad (7)$$

应用傅里叶变换, 得到二相编码信号频谱为

$$U(f) = \sqrt{\frac{T_c}{L}} \sin c(\pi f T) e^{-j\pi f T_c} \left[\sum_{k=0}^{L-1} c_k e^{-j2\pi f k T_c} \right] \quad (10)$$

其功率谱为

$$|U(f)|^2 = |U_1(f)|^2 |U_2(f)|^2 \quad (11)$$

$$|U_1(f)|^2 = T_c |\sin c(\pi f T_c)|^2 \quad (12)$$

$$|U_2(f)|^2 = \frac{1}{L} \left[\sum_{k=0}^{L-1} c_k e^{-j2\pi f k T_c} \right] \left[\sum_{k=0}^{L-1} c_k e^{j2\pi f k T_c} \right] = \frac{1}{L} \left[L + 2 \sum_{n=1}^{L-1} \chi_b(n) \cos(2\pi f n T_c) \right] \quad (13)$$

其中, n 为时延, $\chi_b(n) = \sum_{k=0}^{L-1-n} c_k c_{k+n}$ 为二相编码的非周期自相关函数。

通常当 $L \geq 1$ 时, 相位编码信号的非周期自相关函数 $\chi_b(n)$ 具有以下性质

$$\chi_b(n) = \begin{cases} L, & n = 0 \\ l \leq L, & n = 1, 2, \dots, L-1 \end{cases} \quad (14)$$

因此有

$$|U(f)|^2 \approx |U_1(f)|^2 \quad (15)$$

由式(11)~式(15)可知, 若使用良好的非周期自相关性的编码序列, 二相编码信号的功率谱与子脉冲信号的功率谱基本相同, 因此二相编码信号的时宽带宽积 B 接近于子脉冲带宽, 即 $B = \frac{1}{T_c} = \frac{L}{\Delta}$ 。信号的时宽带宽积 $D = \Delta B = L$, 因此采用非周期自相关性好且码长大的二元序列, 可以得到大时宽带宽积的二相编码雷达信号。

1.2 二相编码信号的模糊函数

由于雷达的匹配滤波器的输出在数值上等价于模糊函数的值, 因此模糊函数是分析雷达波形性能的一个极其重要的函数^[20], 其表达式为

$$\chi(\tau, f_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} u(t) u^*(t + \tau) e^{j2\pi f_d t} dt \quad (16)$$

其中, f_d 为多普勒频移, τ 为回波时延。

根据式(5)和式(16), 可得二相编码信号的模糊函数为

$$\chi(\tau, f_d) = \chi_1(\tau, f_d) \otimes \chi_2(\tau, f_d) = \sum_{n=1-L}^{L-1} \chi_1(\tau - nT_c, f_d) \chi_2(nT_c, f_d) \quad (17)$$

其中, $\chi_1(\tau - nT_c, f_d)$ 是子脉冲的模糊函数, $\chi_2(nT_c, f_d)$ 是二相编码信号复包络的模糊函数。

令 $f_d = 0$, 可以得到信号的距离模糊函数, 也就是二相编码信号的非周期自相关函数, 即

$$R(\tau) = \chi(\tau, 0) = \sum_{n=1-L}^L \chi_1(\tau - nT_c, 0) \chi_2(nT_c, 0) \quad (18)$$

其中, $\chi_1(\tau - nT_c, 0)$ 是子脉冲的自相关函数, $\chi_2(nT_c, 0)$ 是二相编码序列 $\{c_k\}$ 的非周期自相关函数, 可表示为

$$\chi_1(\tau, 0) = \begin{cases} \frac{T_c - |\tau|}{T}, & |\tau| < T_c \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (19)$$

$$\chi_2(nT_c, 0) = \chi_b(n) = \sum_{K=0}^{L-1-n} c_K c_{K+n} \quad (20)$$

由式(18)~式(20)可知, 编码信号的非周期自相关性能越好, 雷达的分辨能力越强。

综上, 对于增加信号码长并降低其非周期自相关旁瓣峰值问题的研究显得尤其重要。该类问题属于非凸、非线性、离散的优化难题, 很难直接获得解析解。因此, 本文采用智能优化算法来有效解决该问题。

1.3 现有的 3 种优化算法

遗传算法是一种具有随机性的全局搜索优化算法。受达尔文进化论和自然选择理论的启发, 从任一初始化种群出发, 通过设计合适的选择、交叉、变异等遗传操作, 使种群中的个体适应度越来越高, 最后进化到搜索空间中越来越好的区域, 从而收敛到问题的优质解^[21]。本文在二相编码雷达波形优化问题上, 对 GA 的关键操作进行了最优结构选择, 最终确定本文所使用 GA 的编码方式和进化操作为二进制编码、截断选择、多点交叉、逆转变异^[22]。

GA 流程较简单, 但由于其对选择、交叉、变异操作非常敏感, 这些进化操作的随机性会破坏种群进化过程中的优良个体, 从而影响 GA 的运行效率和收敛性。

模拟量子计算机(即使用量子力学现象对数据进行操作的计算机)的出现导致了一类新的遗传算法, 称为 QGA。相较于 GA, 该类算法基于量子态通过并行计算在一定情况下能够扩大搜索范围和加快收敛速度。由于基本量子遗传算法^[23]仅通过基于固定旋转角度策略的量子旋转门实现种群的更新, 很容易陷入局部最优。混合量子遗传算法^[24]是一种结合了量子计算和经典遗传操作的 QGA, 其量子全干扰交叉操作使局部寻优情况得到了改善, 不过由于仍采用固定旋转角度策略, 对全局搜索和收敛速度有不利影响。

2 IHQGA 设计

为了解决 GA、BQGA^[23]、HQGA^[24]存在的缺陷, 本文对 HQGA^[24]进行改进, 以自适应量子旋转门实现种群更新并引入量子突变策略, 提出了 IHQGA。

2.1 量子编码和量子测量

量子比特是量子计算机中的最小信息单元, 量子比特的状态可以处于 0 态(表示为 $|0\rangle$) 和 1 态(表示为 $|1\rangle$) 之外的状态, 也就是处于 2 种状态的线性组合, 称为叠加态。因此一个量子比特的状态可以表示为

$$|\varphi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (21)$$

其数学模型为一个二维列向量, 表示为

$$|\varphi\rangle = \alpha \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \beta \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} \quad (22)$$

其中, α 和 β 分别是 $|0\rangle$ 和 $|1\rangle$ 的概率幅, 且满足下列归一化条件

$$|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1 \quad (23)$$

其中, α 和 β 分别等效为 $\cos\theta$ 和 $\sin\theta$, θ 表示量子比特的相位。

量子测量是一种概率测量, 量子比特以 $|\alpha|^2$ 的概率坍缩到经典比特 0 态, 以 $|\beta|^2$ 的概率坍缩到经典比特 1 态。

具体地, 量子遗传算法中, 一个种群可表示为 $Q(t) = \{q'_1, q'_2, \dots, q'_N\}$ 。其中, N 为种群规模, q'_i 为第 t 代的第 i 个染色体。 q'_i 采用量子编码, 可表示为

$$q'_i = \left[\left| G'_{i1} \right| G'_{i2} \left| \dots \right| G'_{iM} \right] \quad (24)$$

$$G'_{ij} = \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta'_{ij} \\ \sin\theta'_{ij} \end{bmatrix} \quad (25)$$

其中, M 表示染色体中基因的个数, G'_{ij} 表示第 t 代的第 i 个染色体的第 j 个基因, 每个基因使用一个量子比特表示, $\theta'_{ij} = 2\pi r$, r 为区间 $[0, 1.0]$ 内的随机小数。

种群 $Q(t)$ 测量时, 设定阈值 $m = 0.5$, 若待测量量子比特的 $|\alpha|^2 > m$, 则该量子比特坍缩为经典比特 0 态, 否则为 1 态。最终得到一组由二进制序列构成的解 $P\{t\} = \{p'_1, p'_2, \dots, p'_N\}$, p'_i 表示第 t 代的第 i 个

解，是一个长为 M 的二进制序列，将 0 替换为 -1，1 保持不变，即所需要的二相编码雷达信号，再对信号进行适应度评估，为更新种群做准备。

2.2 自适应旋转角度策略

将父代中的最佳染色体作为进化目标，通过量子旋转门更新群体，量子旋转门 $U(\Delta\theta'_i)$ 更新量子比特的过程可表示为

$$U(\Delta\theta'_i) \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \Delta\theta'_i & -\sin \Delta\theta'_i \\ \sin \Delta\theta'_i & \cos \Delta\theta'_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \theta'_{ij} \\ \sin \theta'_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta'_{ij} + \Delta\theta'_i) \\ \sin(\theta'_{ij} + \Delta\theta'_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha' \\ \beta' \end{bmatrix} \quad (26)$$

其中， $\Delta\theta'_i$ 为第 t 代第 i 个个体的旋转角。根据式(26)可知，量子旋转门是一个酉矩阵，不会改变量子比特的模长，仅改变量子比特的相位。量子旋转门作用到量子比特上的效果如图 1 所示。

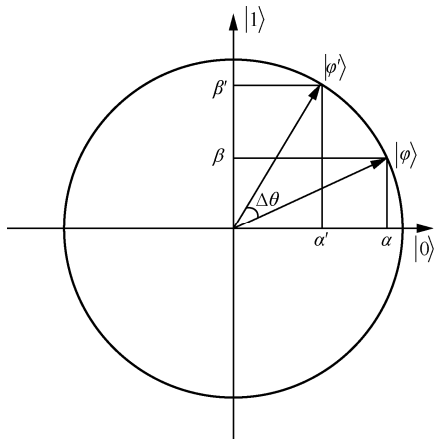


图 1 量子旋转门作用到量子比特上的效果

旋转角 $\Delta\theta'_i$ 的大小会对收敛速度和收敛精度产生非常大的影响，角度过大，容易导致算法陷入局部最优解；角度过小，容易导致收敛速度过慢。而 BQGA^[23] 和 HQGA^[24] 均采用固定旋转角度，本文采用如式(27)所示的一种新的自适应旋转角度。

$$\Delta\theta'_i = \theta_{\max} - t \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{T_{\max}} + \theta_{\text{sim}} (1 - \cos \varphi'_i) \quad (27)$$

其中， T_{\max} 为算法的最大迭代次数， t 为当前迭代次数， $\cos \varphi'_i$ 为当代第 i 个个体与父代最佳个体之间的余弦相似度， θ_{\max} 为最大旋转角度， θ_{\min} 为最小旋转角度， θ_{sim} 为相似度权重系数，表示由余弦相似度控制的加权参数。

根据式(27)可知，旋转角度大小由迭代次数和余弦相似度决定。从式(27)前半部分可以看出，旋转角度与迭代次数呈线性关系，在进化前期采用较大旋转角度以扩大搜索范围；在进化后期采用较小的旋转角度进行精确搜索。在已有的 QGA 研究中，多用汉明距离作为度量个体间相似度的指标，而本文使用更适用于量子编码方式的余弦相似度作为度量指标，可以得到更合理的相似度权重系数。IHQGA 能够根据问题的特性和个体的表现有选择性地调整旋转角度，以达到最佳的结果。量子比特的旋转方向由 $s(\alpha'_{ij}, \beta'_{ij})$ 的符号决定，具体的自适应旋转角度调整策略如表 1 所示。

表 1 中， x'_{ij} 和 b_j^{-1} 分别为当代第 i 个染色体的第 j 个基因位和父代最佳染色体的第 j 个基因位， $f(x'_i)$ 和 $f(b^{-1})$ 分别为当代第 i 个染色体和父代最

表 1 自适应旋转角度调整策略

x'_{ij}	b_j^{-1}	$f(x'_i) > f(b^{-1})$	$\Delta\theta'_i$	$s(\alpha'_{ij}, \beta'_{ij})$		
				$\alpha'_i \beta'_{ij} > 0$	$\alpha'_i \beta'_{ij} < 0$	$\alpha'_i \beta'_{ij} = 0$
0	0	True	$\Delta\theta'_i$	-1	+1	± 1
0	0	False	$\Delta\theta'_i$	-1	+1	± 1
0	1	True	$\Delta\theta'_i$	-1	+1	± 1
0	1	False	$\Delta\theta'_i$	+1	-1	± 1
1	0	True	$\Delta\theta'_i$	+1	-1	± 1
1	0	False	$\Delta\theta'_i$	-1	+1	± 1
1	1	True	$\Delta\theta'_i$	-1	+1	± 1
1	1	False	$\Delta\theta'_i$	+1	-1	± 1

佳染色体的适应度, α'_{ij} 和 β'_{ij} 为当代第 i 个染色体的第 j 个基因的 2 个概率幅。当 x'_{ij} 和 b_j^{-1} 同时为 0, 且 $f(x'_i) > f(b^{-1})$ 为 True 时, 应当增加量子比特取 0 的概率, 即增加 α 的值。 $\alpha'_{ij}\beta'_{ij} > 0$ 意味着当前染色体的该量子比特和最佳染色体的该量子比特均处于第一或第三象限, 表明当前量子比特应该朝着顺时针方向旋转 $\Delta\theta'_i$, 即 $s(\alpha'_{ij}, \beta'_{ij}) = -1$, 反之 $s(\alpha'_{ij}, \beta'_{ij}) = 1$; $\alpha'_{ij}\beta'_{ij} = 0$ 表明当前量子比特已经处于唯一的 0 态或 1 态, 不同于大多数文献^[23-26]的角度策略, 本文采用当前染色体的该量子比特仍朝着任意方向旋转一定角度的方式, 以增加种群的多样性。同理, 可以推导出其他 7 种情况。

2.3 量子全干扰交叉

由于量子态的相干性, IHQGA 采用了量子全干扰交叉 (QFIC, quantum full interference crossover) 策略, 充分利用了所有染色体信息, 极大地提高了算法的搜索能力。该策略最早由 Narayanan 等^[27]提出, 其过程如图 2 所示。

A1	A2	A3	A4	A5
B1	B2	B3	B4	B5
C1	C2	C3	C4	C5
D1	D2	D3	D4	D5

A1	B2	C3	D4	A5
B1	C2	D3	A4	B5
C1	D2	A3	B4	C5
D1	A2	B3	C4	D5

(a) 量子全干扰交叉前

(b) 量子全干扰交叉后

图 2 量子全干扰交叉过程示意

图 2 中, A、B、C、D 分别表示 4 个量子染色体, A1 表示染色体 A 的第 1 个基因。假设某一种群规模为 4, 每个染色体长度为 5, 则交叉前后的染色体结构如图 2 所示。

量子全干扰交叉具体步骤如算法 1 所示。

算法 1 量子全干扰交叉

输入 待处理种群 $Q(t)$, 种群规模 N , 基因数量 M

输出 量子全干扰交叉后种群 $Q'(t)$

- 1) $i \leftarrow 0, j \leftarrow 0$;
- 2) 生成一个空的种群 $Q'(t)$;
- 3) 将种群 $Q(t)$ 中的全部个体进行随机排序;
- 4) while $i < N$
- 5) while $j < M$
- 6) 将 $Q'(t)$ 第 i 个染色体的第 j 个基因替

换为 $Q(t)$ 第 $(i+j)\%N$ 个染色体的第 j 个基因;

- 7) $j \leftarrow j+1$;
- 8) end while
- 9) $i \leftarrow i+1$;
- 10) end while

2.4 量子变异和量子灾变

量子变异^[28]和量子灾变^[25]都是使一些个体偏离当前的进化方向, 从而避免陷入局部最优解。

量子变异可以利用量子非门交换量子比特的概率幅来逆转个体的进化方向。具体地, 遍历种群中全部染色体, 染色体中的每个量子基因根据指定变异概率发生量子变异。量子非门作用到量子比特上的过程可表示为

$$U_{\text{not}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$|\phi'\rangle = U_{\text{not}} |\phi\rangle = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta \\ \alpha \end{bmatrix} \quad (29)$$

其中, U_{not} 为量子非门。

为了进一步避免算法早熟收敛, 在 HQGA^[24]基础上, IHQGA 引入了量子灾变策略, 具体过程如下。在进化过程中, 当每代的最佳个体适应度连续经过最大迭代次数的 $\frac{1}{10}$ 还不变时, 认为算法陷入了局部最优解。此时, 将当前种群中的个体从优到劣排序, 然后将位于种群规模后 $\frac{1}{3}$ 的个体重新随机初始化, 从而以很大概率跳出局部最优解。

2.5 适应度函数

二相编码雷达波形的优化准则是降低非周期自相关函数的旁瓣峰值, 由于 IHQGA 的目标是最大化目标函数, 结合式(20)可得适应度函数, 表示为

$$\text{fit} = L - \max |\chi_b(n)|, n=1, 2, \dots, L-1 \quad (30)$$

为了合理对比不同码长下信号的性能, 将旁瓣峰值等效定义为 PSLL, 表示为

$$\text{PSLL} = 20 \log \left(\frac{\max |\chi_b(n)|}{L} \right), n=1, 2, \dots, L-1 \quad (31)$$

在计算适应度的过程中, 对种群测量后, 需要将二进制结果解码得到二相编码雷达信号形式, 然后根据式(30)计算适应度。IHQGA 具体步骤如算法 2 所示。

算法 2 IHQGA

输入 最大迭代次数 T_{\max} ，种群规模 N ，基因数量 M ，自适应旋转角度参数 θ_{\max} 、 θ_{\min} 、 θ_{sim} ，变异概率 P_m

输出 全局最优解向量 \mathbf{b} 及其适应度 fit

- 1) $t \leftarrow 0$;
- 2) $\text{counts} \leftarrow 0$;
- 3) 初始化种群 $\mathbf{Q}(t)$;
- 4) 测量 $\mathbf{Q}(t)$ 并获得坍缩态 $\mathbf{P}(t)$;
- 5) 评估 $\mathbf{P}(t)$ 的适应度;
- 6) 将种群全部个体适应度、最优个体及其适应度保存到 $\mathbf{Fits}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ 、 $\mathbf{F}(t)$ 中;
- 7) while $t < T_{\max}$
- 8) 对种群 $\mathbf{Q}(t)$ 进行量子全干扰交叉操作;
- 9) 根据 P_m 对种群 $\mathbf{Q}(t)$ 进行量子非门变异操作;
- 10) 根据式(27)和表 1 对 $\mathbf{Q}(t)$ 进行旋转门更新;
- 11) if 最佳个体适应度不变 then
- 12) $\text{counts} \leftarrow \text{counts} + 1$;
- 13) end if
- 14) if $\text{counts} \geq \frac{T_{\max}}{10}$ then
- 15) 将种群个体按照适应度从优到劣排序;
- 16) 将位于种群数量后 $\frac{1}{3}$ 的个体重新初始化;
- 17) $\text{counts} \leftarrow 0$;
- 18) end if
- 19) 测量 $\mathbf{Q}(t)$ 并获得坍缩态 $\mathbf{P}(t)$;
- 20) 评估 $\mathbf{P}(t)$ 的适应度;
- 21) 将种群全部个体适应度、最佳个体、最佳适应度保存到 $\mathbf{Fits}(t)$ 、 $\mathbf{B}(t)$ 、 $\mathbf{F}(t)$ 中;
- 22) $t \leftarrow t + 1$;
- 23) end while
- 24) 将全局最佳个体及其适应度保存到全局变量 \mathbf{b} 和 fit 中。

3 仿真实验与优化效果分析

本节将 IHQGA 与 GA、BQGA^[23]以及 HQGA^[24]进行对比分析，设置了标准测试函数优化和二相编码雷达波形优化两组实验。此外，还对 IHQGA 下 3 个不同码长雷达波形的模糊函数进行了仿真分

析。实验环境如下：CPU-AMD Ryzen 5 4600G，内存为 16 GB，操作系统为 Windows11 64 位，算法设计和问题优化使用 Python 编程实现；雷达波形模糊函数仿真使用 MATLAB 编程实现。求解不同问题的各算法的相同最优参数设置情况如表 2 所示，不同的参数设置情况将在具体问题中单独列出。

表 2 求解不同问题的各算法的相同最优参数设置情况

算法	参数	取值
GA	多点交叉概率	$P_c = 0.4$
	多点交叉的交叉点个数	$P_n = 4$
	逆转变异概率	$P_m = 0.025$
BQGA ^[23]	固定旋转角度	$\Delta\theta = 0.1\pi$
HQGA ^[24]	固定旋转角度	$\Delta\theta = 0.1\pi$
	量子非门变异概率	$P_m = 0.01$
	全干扰交叉概率	$P_c = 1$
IHQGA	最大旋转角度	$\theta_{\max} = 0.15\pi$
	最小旋转角度	$\theta_{\min} = 0.1\pi$
	相似性权重	$\theta_{\text{sim}} = 0.005\pi$
	量子非门变异概率	$P_m = 0.01$
	全干扰交叉概率	$P_c = 1$

3.1 算法性能测试和对比分析

由于标准测试函数的最优解已知，可以通过与最优解的距离或误差来度量算法的性能。为了覆盖不同类型的优化问题，测试函数十分多样化。故本文选取了 6 个具有代表性的测试函数，对上述 4 种算法的性能进行评估，各函数特点如下。

1) 简单平方和函数

$$F_1 = x^2 + y^2, -10 \leq x, y \leq 10 \quad (32)$$

该函数是单峰函数，只有一个全局最小值 0。

2) Rosenbrock 函数

$$F_2 = 100(x^2 - y^2) + (1 - x^2), \\ -2.048 \leq x, y \leq 2.048 \quad (33)$$

该函数虽然是单峰函数，只有一个全局最小值 0，但它却是病态的，难以进行全局优化。

3) Schaffer 函数

$$F_3 = 0.5 - \frac{\sin^2 \sqrt{x^2 + y^2} - 0.5}{\left[1 + 0.001(x^2 + y^2)\right]^2}, \\ -5.0 \leq x, y \leq 5.0 \quad (34)$$

该函数在唯一的全局最大值 1 的周围具有无数个极小值点，组成一个均值为 0.992 08 的圈脊。

4) Rastrigin 函数

$$F_4 = [x^2 - 10 \cos(2\pi x) + 10] \cdot [y^2 - 10 \cos(2\pi y) + 10], -5.12 \leq x, y \leq 5.12 \quad (35)$$

该函数是多峰函数，有很多局部极值，但是只有一个全局最小值 0。

5) Shubert 函数

$$F_5 = -\sum_{i=1}^5 i \cos[(i+1)x + i] \cdot \sum_{i=1}^5 i \cos[(i+1)y + i], -10 \leq x, y \leq 10 \quad (36)$$

该函数具有 760 个局部最优值，全局最大值为 186.731。

6) 六峰值驼背函数

$$F_6 = -\left(4 - 2.1x^2 + \frac{x^4}{3}\right)x^2 - xy + 4y^2(1 - y^2), -3 \leq x, y \leq 3 \quad (37)$$

该函数共有 6 个局部极大值和 2 个全局最大值 1.031 628。

在为不同测试函数建立适应度函数时，鉴于优化算法通常用于获取最大值。因此，当测试函数的目标是 minimized 时，取测试函数的负值为适应度函数，否则直接使用测试函数作为适应度函数。在计算适应度的过程中，对种群测量后，需要将二进制结果解码得到十进制解。

测试函数优化仿真条件设置如表 3 所示。其中，括号内的值为 GA 不同于其他 3 种算法的参数设置。算法的性能从质量、效率和资源消耗 3 个方面进行评估。质量评估的 3 个指标为：1) 多次仿真的结果平均值；2) 多次仿真的结果方差；3) 多次仿真的最优值。效率评估的指标为多次仿真的平均运行时间。资源消耗评估的指标为种群规模和基因数量。测试函数优化仿真结果与比较如表 4 所示。

表 3 测试函数优化仿真条件设置

函数	种群规模	基因数量	最大迭代次数	运行次数
F_1	100	50	100	50(35)
F_2	200	50(100)	100	50
F_3	100	50	200	50
F_4	100(200)	50(100)	100	50
F_5	100	50	100	50
F_6	100	50	100	50

由表 4 可知，从质量方面分析，本文提出的 IHQGA 除了在函数 F_3 的方差测试结果稍逊于其他 3 种算法外，在函数 F_3 的均值和最优值两项测试结果和其他 5 个测试函数的均值、方差、最优值三项测试结果上都要明显优于另外 3 种算法；从效率方面分析，由于量子算法的数学模型较经典算法更加复杂，因此执行时间相较于 GA 稍长；从资源消耗

表 4 测试函数优化仿真结果与比较

函数	GA				BQGA			
	均值	方差	最优值	时间/s	均值	方差	最优值	时间/s
F_1	0.009 97	0.000 47	1.07×10^{-7}	3.35	0.074 71	0.015 88	5.93×10^{-6}	3.69
F_2	0.077 05	0.010 07	0.000 16	8.30	0.025 33	0.001 02	1.79×10^{-5}	4.85
F_3	0.991 46	9.20×10^{-6}	0.999 93	8.89	0.990 77	4.23×10^{-6}	0.999 60	5.19
F_4	1.094 57	0.489 70	5.36×10^{-5}	4.24	1.970 67	1.760 66	0.003 84	2.98
F_5	177.391	363.54	186.730 9	1.97	171.487	434.906	186.693	3.56
F_6	0.996 44	0.001 923	1.031 624	0.56	0.825 67	0.084 37	1.031 55	2.58

函数	QGA				IHQGA			
	均值	方差	最优值	时间/s	均值	方差	最优值	时间/s
F_1	0.018 91	0.001 03	5.29×10^{-7}	3.39	1.40×10^{-12}	3.27×10^{-23}	1.78×10^{-13}	5.73
F_2	0.013 21	0.000 70	9.96×10^{-7}	6.96	0.001 85	1.55×10^{-5}	7.54×10^{-11}	6.97
F_3	0.992 16	1.22×10^{-5}	0.999 96	6.21	0.994 94	2.20×10^{-5}	1	7.46
F_4	1.205 70	1.218 70	9.61×10^{-6}	3.56	0.085 35	0.082 69	9.24×10^{-12}	5.23
F_5	180.435	167.675	186.730 6	6.90	186.587	0.098 98	186.730 9	7.28
F_6	0.957 62	0.012 42	1.031 626	4.69	1.019 95	0.000 49	1.031 628	7.01

方面分析，由表 3 和表 4 可知，使用 GA 对函数 F_2 和函数 F_4 寻优时，相比于其他 3 种算法需要更多的资源才能得到一个较好的解，在相同资源消耗下，所提算法在解的质量上要优于其他 2 种 QGA。

综合分析 6 个测试函数的优化结果，相比于其他 3 种算法，IHQGA 在均值和方差两项测试结果上表现良好，说明该算法具有更强的稳定性和跳出局部寻优的能力，在最优值上的良好表现说明算法具有更强的全局寻优能力。

3.2 改进算法在雷达波形优化中的应用

以码长为 95 位、300 位的二相编码雷达波形优化为例，对比上述 4 种算法的优化特点。设置两组仿真实验，实验条件分别为：1) 种群规模为 200，最大迭代次数为 100，基因数量为 300；2) 种群规模为 50，最大迭代次数为 100，基因数量为 95。各算法下 300 位和 95 位二相编码雷达波形的最佳个体适应度随迭代次数的变化分别如图 3 和图 4 所示。

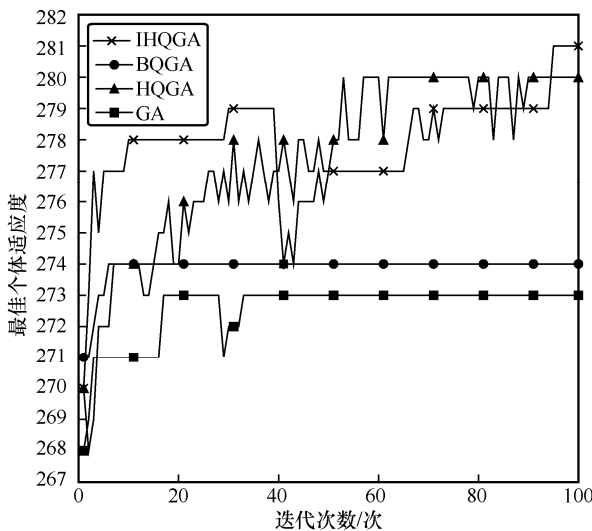


图 3 各算法下 300 位二相编码雷达波形的最佳个体适应度随迭代次数的变化

由图 3 可知，BQGA 和 GA 很快就陷入了局部最优解，IHQGA 具有更强的全局搜索以及摆脱局部最优解的能力。观察各算法迭代过程，在进化前期，IHQGA 由于有一个较大的旋转角，可以快速收敛；在进化中期，IHQGA 和 HQGA 由于使用了量子全干扰交叉，扩大了搜索范围，使最佳个体适应度出现了小幅度的振荡，产生了适应度更高的个体。但是，由于 IHQGA 在前期收敛很快，全干扰交叉和变异操作对算法没有产生很大的影响，当进化到 40 代时，IHQGA 的量子灾

变使最佳个体适应度出现了大幅度的振荡，迅速摆脱了局部最优解；旋转策略中的余弦相似度适当增加旋转角度，防止了在进化后期算法出现收敛速度变慢的情况。HQGA 虽然能够在一定程度上摆脱局部最优解，但是后期种群容易趋于一致，而 IHQGA 仍然具有较强的收敛能力和全局搜索能力。

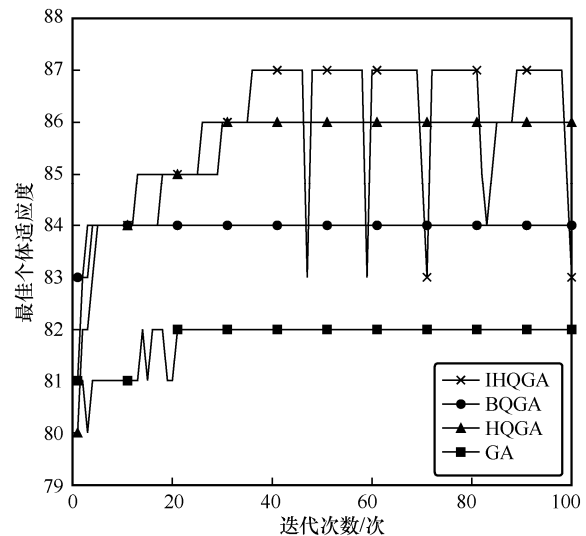


图 4 各算法下 95 位二相编码雷达波形的最佳个体适应度随迭代次数的变化

由图 4 可知，IHQGA 相比于其他 3 种算法，具有更快的收敛速度和更高的求解质量。当进化到 45、60、70、82 代时，所提算法的量子灾变策略极大地影响了种群的最佳个体适应度，虽然之后没有出现更高适应度的个体，但是种群迅速恢复到了之前的水平，进一步说明了所提算法的稳定性。

对比图 3 和图 4 可知，二相编码雷达波形的优化效果还受码长的影响。当种群个体间差异越大时，全干扰交叉的效果越明显；当种群趋于一致时，使用量子灾变可以很好地跳出局部最优解，再结合自适应旋转角度策略，使 IHQGA 适用于任意码长的二相编码雷达波形优化。

本节还分析了各算法优化后二相编码雷达波形的性能，设置仿真条件为：1) 种群规模为 200，最大迭代次数为 100，基因数量分别取 250、400；2) 种群规模为 250，最大迭代次数为 150，基因数量分别取 800、1 024、1 500。不同码长的雷达波形优化效果如表 5 所示。在 IHQGA 下，13 位、95 位、1 500 位二相编码雷达波形的模糊函数、模糊函数等高线、距离模糊函数分别如图 5~图 7 所示。

表 5 不同码长的雷达波形优化效果

码长/位	GA			BQGA			HQGA			IHQGA		
	旁瓣峰值	PSLL/dB	时间	旁瓣峰值	PSLL/dB	时间	旁瓣峰值	PSLL/dB	时间	旁瓣峰值	PSLL/dB	时间
95	13	-17.28	9.8 s	11	-18.73	15.6 s	9	-20.47	17.0 s	8	-21.49	16.6 s
250	21	-21.51	9.8 min	23	-20.72	13.7 min	18	-22.85	13.4 min	17	-23.35	12.2 min
300	27	-20.92	17.7 min	26	-21.24	16.1 min	20	-23.52	16.0 min	19	-23.97	18.2 min
400	31	-22.21	21.4 min	27	-23.41	35.8 min	26	-23.74	34.3 min	24	-24.44	32.2 min
800	49	-24.26	4.1 h	51	-23.91	4.2 h	44	-25.19	4.5 h	42	-25.60	3.9 h
1 024	56	-25.24	7.7 h	63	-24.22	7.2 h	50	-26.22	7.3 h	49	-26.40	6.7 h
1 500	80	-25.46	15.0 h	74	-26.14	14.5 h	69	-26.74	14.6 h	65	-27.26	14.3 h

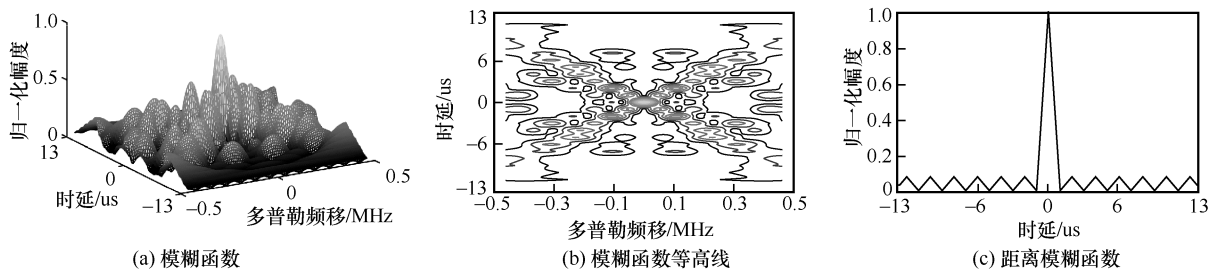


图 5 13 位二相编码雷达波形的模糊函数、模糊函数等高线、距离模糊函数

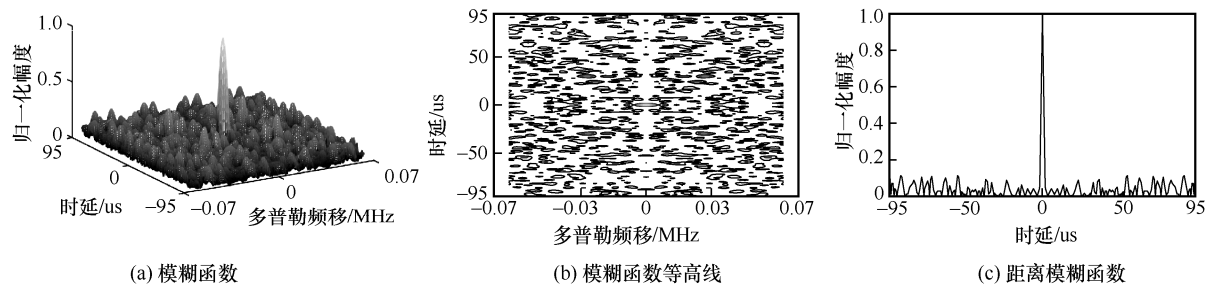


图 6 95 位二相编码雷达波形的模糊函数、模糊函数等高线、距离模糊函数

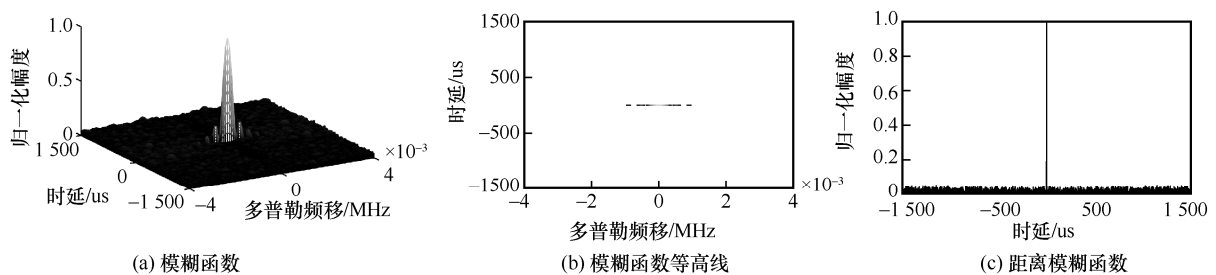


图 7 1 500 位二相编码雷达波形的模糊函数、模糊函数等高线、距离模糊函数

由表 5 可知，当码长为 95 位、300 位、400 位、1 500 位时，IHQGA 的峰值旁瓣电平最低，HQGA 次之，GA 最高；当码长为 210 位、800 位、1 024 位时，IHQGA 的峰值旁瓣电平最低，HQGA 次之，BQGA 最高，说明 IHQGA 在不同码长上的优化效果一直保

持出色的表现。当码长为 800 位、1 024 位、1 500 位时，IHQGA 所需要的时间最少，其在效率上的优势有所体现。

由图 5(a)、图 6(a)、图 7(a)可知，码长为 13 位、95 位、1500 位的二相编码雷达波形的模糊函数呈

近似图钉形, 底部大而扁, 中间细又长, 说明该组信号具有较强的距离和频率分辨力; 由图 5(b)、图 6(b)、图 7(b)可知, 该组信号的能量大部分集中在峰值处; 由图 5(c)、图 6(c)、图 7(c)可知, 该组波形拥有较低的非周期自相关函数旁瓣峰值, 且主峰十分陡峭。

综合分析可知, 本文提出的 IHQGA 在二相编码雷达波形优化上具有高度适用性和可行性。

4 结束语

本文提出了一种能够对二相编码雷达波形进行优化的 IHQGA。所提算法在 HQGA 的基础上, 采用了一种新的自适应旋转角度策略并引入了量子灾变策略。所提算法采用了量子比特编码方式, 使染色体具有更好的多样性, 并利用基于量子旋转门的并行计算, 极大地提高了算法的收敛速度。量子灾变策略增强了算法摆脱局部最优解的能力, 新的自适应旋转角度策略使算法在前期能够迅速在更大的搜索空间内收敛, 在后期则以较小的旋转角度进行搜索以获得更加精确的解, 而策略中的余弦相似度缓解了算法在进化后期或灾变后收敛速度变慢的问题。在标准测试函数优化和二相编码雷达波形优化上的仿真结果表明, 所提算法与现有的 3 种优化算法的优化效果相比表现出更加出色的综合性能。

尽管目前将 QGA 移植到量子计算机上仍面临硬件限制和编程与算法复杂度等方面的挑战, 但是其高度并行计算的能力、解决复杂优化问题的潜力仍然引起了广泛的关注。随着量子技术和量子计算的进一步发展成熟, 可以期待 QGA 在量子计算机上发挥更大的优势, 并被应用于解决实际复杂优化问题中。因此, 在本文的研究基础上, 仍然有许多问题有待进一步研究和解决。

参考文献:

- [1] 杨建宇. 雷达技术发展规律和宏观趋势分析[J]. 雷达学报, 2012, 1(1): 19-27.
YANG J Y. Development laws and macro trends analysis of radar technology[J]. Journal of Radars, 2012, 1(1): 19-27.
- [2] 徐海源. 雷达/通信侦察中相位编码信号分析处理技术研究[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2007.
XU H Y. Research on phase-coded signal analysis and processing for radar & communication reconnaissance[D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2007.
- [3] 王璐璐, 王宏强, 王满喜, 等. 雷达目标检测的最优波形设计综述[J]. 雷达学报, 2016, 5(5): 487-498.
WANG L L, WANG H Q, WANG M X, et al. An overview of radar waveform optimization for target detection[J]. Journal of Radars, 2016, 5(5): 487-498.
- [4] 位寅生, 徐朝阳. 非连续谱雷达信号设计综述[J]. 雷达学报, 2022, 11(2): 183-197.
WEI Y S, XU Z Y. Review of signal design for discontinuous spectrum radar[J]. Journal of Radars, 2022, 11(2): 183-197.
- [5] DENG H. Synthesis of binary sequences with good autocorrelation and crosscorrelation properties by simulated annealing[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1996, 32(1): 98-107.
- [6] 陶海红, 廖桂生, 王伶. 基于混合遗传算法的 m 序列波形优化设计[J]. 电波科学学报, 2004, 19(3): 253-257.
TAO H H, LIAO G S, WANG L. Novel m-sequences waveform design using the hybrid genetic algorithm[J]. Chinese Journal of Radio Science, 2004, 19(3): 253-257.
- [7] 金明, 廖桂生, 李军. 基于遗传算法的类零相关多相码设计[J]. 系统工程与电子技术, 2010, 32(1): 14-17.
JIN M, LIAO G S, LI J. Zero correlation zone like polyphase code design based on genetic algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2010, 32(1): 14-17.
- [8] 王伟, 赵俊杰, 王辉. 基于混合算法的 MIMO 雷达正交多相码设计[J]. 系统工程与电子技术, 2013, 35(2): 294-298.
WANG W, ZHAO J J, WANG H. Design of orthogonal polyphase code for MIMO radar based on hybrid algorithm[J]. Systems Engineering and Electronics, 2013, 35(2): 294-298.
- [9] WANG D, ZHANG Q, LUO Y, et al. Task scheduling for multi-target ISAR imaging in radar network[J]. IEEE Access, 2020, 8: 46092-46101.
- [10] DING S S, TONG N N, ZHANG Y S, et al. Cognitive MIMO imaging radar based on Doppler filtering waveform separation[J]. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 2020, 58(10): 6929-6944.
- [11] LIU T Q, SUN J P, WANG G H, et al. A multi-objective quantum genetic algorithm for MIMO radar waveform design[J]. Remote Sensing, 2022, 14(10): 2387.
- [12] SUN J F, WANG X F, WANG T J, et al. Quantum genetic search algorithm based on range image of laser radar[C]//Proceedings of the 2021 Academic International Symposium on Optoelectronics and Microelectronics Technology. Piscataway: IEEE Press, 2011: 212-215.
- [13] 刘洋, 宫志华, 田家磊, 等. 基于量子遗传算法的雷达组网布站分析[J]. 弹道学报, 2019, 31(4): 39-43, 67.
LIU Y, GONG Z H, TIAN J L, et al. Analysis of radar netting disposition based on quantum genetic algorithm[J]. Journal of Ballistics, 2019, 31(4): 39-43, 67.
- [14] 郝昭昕, 孙进平. 基于量子遗传算法的 MIMO 雷达正交信号波形设计[J]. 信号处理, 2019, 35(6): 1064-1071.
HAO Z X, SUN J P. MIMO radar orthogonal waveform design based on quantum genetic algorithm[J]. Journal of Signal Processing, 2019, 35(6): 1064-1071.
- [15] LAHOZ-BELTRA R. Quantum genetic algorithms for computer scientists[J]. Computers, 2016, 5(4): 24.
- [16] SATO R, SHINRIKI M. Time sidelobe reduction technique for binary phase coded pulse compression[C]//Proceedings of the Record of the IEEE 2000 International Radar Conference. Piscataway: IEEE Press, 2000: 809-814.

- [17] 陆锦辉, 是湘全, 丁庆海, 等. 随机二相码脉冲压缩雷达信号分析[J]. 电子学报, 1996, 24(6): 125-127.
LU J H, SHI X Q, DING Q H, et al. Signal analysis of random binary code pulse compression radar[J]. Acta Electronica Sinica, 1996, 24(6): 125-127.
- [18] 赵晓群, 贾世楼, 王仲文, 等. 二值映射相关 Barker 码研究[J]. 通信学报, 1998, 19(9): 87-90.
ZHAO X Q, JIA S L, WANG Z W, et al. The study of barker codes of Bi-mapping correlation[J]. Journal on Communications, 1998, 19(9): 87-90.
- [19] 武剑辉, 贺知明, 向敬成. 频域处理的二相编码信号旁瓣抑制技术研究[J]. 电子与信息学报, 2002, 24(11): 1614-1619.
WU J H, HE Z M, XIANG J C. Study on range sidelobe suppression techniques of biphas coded signals based on the processing in frequency domain[J]. Journal of Electronics and Information Technology, 2002, 24(11): 1614-1619.
- [20] 赵宏钟, 付强, 周剑雄. 雷达信号的加速度分辨率分析及应用[J]. 电子学报, 2003, 31(6): 958-961.
ZHAO H Z, FU Q, ZHOU J X. The analysis of acceleration resolution and application for the radar signal[J]. Acta Electronica Sinica, 2003, 31(6): 958-961.
- [21] XING X Q, LIU Y, GARG A, et al. An improved genetic algorithm for determining modified water-retention model for biochar-amended soil[J]. CATENA, 2021, 200: 105143.
- [22] 包子阳, 余继周, 杨杉. 智能优化算法及其 MATLAB 实例: 第 2 版[M]. 北京: 电子工业出版社, 2018.
BAO Z Y, YU J Y, YANG S. Intelligent optimization algorithm and its MATLAB example[M]. 2nd ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2018.
- [23] 邱航, 汤红波, 游伟, 等. NFV 中基于量子遗传算法的网络服务扩展算法[J]. 通信学报, 2022, 43(11): 44-52.
QIU H, TANG H B, YOU W, et al. QGA-based network service extension algorithm in NFV[J]. Journal on Communications, 2022, 43(11): 44-52.
- [24] LI Y D, MA J Q, XIE Z F, et al. A scheduling method for heterogeneous signal processing platforms based on quantum genetic algorithm[J]. Applied Sciences, 2023, 13(7): 4428.
- [25] WANG H X, LIU J Y, ZHI J, et al. The improvement of quantum genetic algorithm and its application on function optimization[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2013(5): 1-10.
- [26] SUO J W, GU L Z, PAN Y, et al. Quantum inspired genetic algorithm for double digest problem[J]. IEEE Access, 2020, 8: 72910-72916.
- [27] NARAYANAN A, MOORE M. Quantum-inspired genetic algorithms[C]//Proceedings of the Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. Piscataway: IEEE Press, 2002: 61-66.
- [28] SAITOH A, RAHIMI R, NAKAHARA M. A quantum genetic algorithm with quantum crossover and mutation operations[J]. Quantum Information Processing, 2014, 13(3): 737-755.

[作者简介]



张余 (1999-), 女, 河北石家庄人, 燕山大学博士生, 主要研究方向为量子计算、组合优化问题。

赵婧 (1982-), 女, 河北张家口人, 燕山大学博士生, 主要研究方向为量子组合优化。

贾彦国 (1971-), 男, 河北唐山人, 燕山大学教授、博士生导师, 主要研究方向为编码理论、智能补货、量子计算。

沈秀敏 (1981-), 女, 河北保定人, 燕山大学讲师、硕士生导师, 主要研究方向为编码理论、序列设计。