

高能量效率完备高斯整数序列生成及OTFS导频设计

刘凯^{1,2}, 吕晨^{1,2}

(1.燕山大学信息科学与工程学院, 河北秦皇岛066004; 2.河北省信息传输与信号处理重点实验室, 河北秦皇岛066004)

摘要: 为提高正交时频空间(OTFS)系统在高速移动场景下的信道估计精度, 本文提出一种基于高能量效率完备高斯整数序列(PGIS)的新型导频设计方案。首先, 优化了基于循环差集构造PGIS的充要条件, 并提出相应的快速搜索算法, 从而获得大量能量效率接近或等于1的PGIS。其次, 基于该序列设计了适用于OTFS系统的导频结构。理论分析表明, 所设计导频经过OTFS调制后仍具有高能量效率, 能够使接收信号保持良好的峰均功率比(PAPR)特性。仿真结果表明, 在相同导频开销与PAPR约束下, 该方案相较于传统单脉冲、m序列及Zadoff-Chu序列导频方案, 可获得显著的信道估计性能提升, 从而为OTFS系统提供了一种高精度的导频设计新思路。

关键词: 完备高斯整数序列; OTFS; 导频设计; 信道估计; 差集

中图分类号: TN911.2

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000

Generation of High Energy-Efficiency Perfect Gaussian Integer Sequences and OTFS Pilot Design

Liu Kai^{1,2}, Lv Chen^{1,2}

1. School of Information Science & Engineering, Yan' shan University, Qinhuangdao 066004, China

2. Hebei Province Key Laboratory of Information Transmission and Signal Processing, Qinhuangdao 066004, China

Abstract: To enhance the channel estimation accuracy of orthogonal time frequency space (OTFS) systems in high-mobility scenarios, a novel pilot design scheme based on high-energy-efficiency perfect Gaussian integer sequences (PGIS) was proposed. First, the necessary and sufficient conditions for constructing PGIS based on cyclic difference sets were optimized, and a corresponding fast search algorithm was developed, resulting in the generation of a large number of PGIS with energy efficiency approaching or equal to 1. Second, a pilot structure suitable for OTFS systems was designed based on these sequences. Theoretical analysis showed that the designed pilots maintained high energy efficiency after OTFS modulation, ensuring that the received signal exhibited favorable peak-to-average power ratio (PAPR) characteristics. Simulation results demonstrated that, under the same pilot overhead and PAPR constraints, the proposed scheme achieved significant performance gains in channel estimation compared to traditional single-pulse, m-sequence, and Zadoff-Chu sequence pilot schemes.

Keywords: perfect Gaussian integer sequence, OTFS, pilot design, channel estimation, difference set

收稿日期: XXXX-XX-XX; 修回日期: XXXX-XX-XX

通信作者: 吕晨, lvchen@stumail.yzu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(No. 62471427);河北省自然科学基金(F2023203066, F2025203055)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No. 62471427), The Natural Science Foundation of Hebei Province (No. F2023203066, F2025203055)

0 引言

面向卫星通信、高铁通信及车联网等典型高速移动场景，传统正交频分复用（orthogonal frequency division multiplexing, OFDM）技术正面临严峻的性能挑战^[1]。在高移动性环境下，无线信道由单一的频率选择性衰落演变为时间-频率双选择性衰落，由此产生的子载波间干扰难以有效抑制，导致 OFDM 系统的频谱效率与误码率性能显著下降^[2]。针对此问题，Hadani 等人^[3]提出了一种新型的二维多载波调制技术——正交时频空（orthogonal time frequency space, OTFS）调制。该技术通过将信号映射至时延-多普勒域，利用该域信道的稀疏性与准静态特性，为高速移动通信提供了创新性解决方案^[4-6]。研究表明，在高移动性场景下，OTFS 系统在信号捕获能力和误码率性能上显著优于 OFDM，已展现出在高速铁路^[7]、航空通信^[8]等领域的广阔应用前景，为未来高动态环境下的可靠通信奠定了基础^[9]。

在 OTFS 系统中，精确的信道估计是实现可靠信号检测的前提，而导频设计则是其中的核心环节。针对导频设计，早期研究主要聚焦于单点脉冲导频方案。Raviteja 等人^[10]经典嵌入导频方案采用功率增强的单点脉冲，虽能有效估计信道，但会急剧升高 OTFS 信号的峰均功率比（peak to average power ratio, PAPR），引入功放非线性失真。为兼顾 PAPR 与估计性能，研究者开始探索基于序列的导频设计。Fish^[11]与 Murali^[12]率先引入伪随机序列，但面临短序列估计误差大与长序列计算复杂度高的两难困境。为平衡这一矛盾，Hashimoto 等人^[13]利用统计特性改进了脉冲训练序列，但其结构在高多普勒信道中易受旁瓣干扰。Ma 等人^[14]则采用具有恒定包络特性的 Zadoff-Chu（ZC）序列，在降低 PAPR 的同时，通过迭代检测提升估计性能，然而其消息传递算法在多普勒扩展显著时收敛速度受限。李等人^[15]另辟蹊径，提出基于改进遗传算法的 OTFS 导频优化方法，以互相关最小化为核心目标，在较少迭代次数内获得了更优的互相关性。从而显著提升了信道估计精度。尽管如此，该方法本质上仍是对现有序列的优化，其在超高速移动场景下的鲁棒性与能量效率仍有待进一步提升。

随着 OTFS 技术向大规模输入输出、多用户接入及通感一体化等方向发展^[16]，导频设计面临更

复杂的多维约束。一方面，为提升频谱效率，多导频复用^[17]和叠加导频技术^[17-20]被相继提出，但导频间及导频与数据干扰消除成为新的挑战。另一方面，利用时延-多普勒域信道稀疏性的联合估计方法，如稀疏贝叶斯学习^[21-22]和基于消息传递的稀疏信号恢复算法^[23]受到广泛关注，它们通过设计特定的导频模式实现欠采样下的精确信道重构。然而，在多天线系统中，这些方法要求导频序列不仅需要满足用户间的正交性以抑制多用户干扰，还需兼容波束成形约束及感知功能对波形模糊函数的要求，使得导频设计问题愈发复杂。

为在复杂场景下兼顾估计精度、实时处理能力与能量效率，本文另辟蹊径，首次提出将具有高能量效率的完备高斯整数序列（perfect Gaussian integer sequence, PGIS）应用于 OTFS 导频设计。PGIS 的概念由 Fan 和 Darnell^[24]于 1994 年提出。因其理想的自相关特性而备受关注。近年来，高能量效率 PGIS 的构造取得了一系列进展。Lee 等人^[25]利用迹函数构造了能量效率趋近于 100% 的 PGIS；Wang^[26]和 Liu^[27]及刘等人^[28]基于循环差集理论，系统研究了自由度为 2 的 PGIS 的构造充要条件，获得了大量能量效率超过 90% 的序列。此外，刘^[30]和赵^[31]等人则通过分圆类与计算机搜索，得到了一批能量效率高于 90% 的 PGIS。这些研究表明，PGIS 不仅具有优异的自相关性能，其恒模或低峰均比特性也使其在降低 PAPR 方面具有天然优势。

基于上述研究，本文进一步优化了基于循环差集构造 PGIS 的充要条件，并提出一种快速搜索算法，构造出理论能量效率达到 100% 的 PGIS。将此类序列用作 OTFS 系统的导频，旨在从根本上解决现有导频方案中估计精度、PAPR 与计算复杂度难以兼得的困境。信道估计仿真结果表明，相比于 ZC 序列及伪随机序列等传统导频，基于高能量效率 PGIS 的导频方案能显著提升信道估计均方误差性能，展现出更优的估计精度。

1 预备知识

定义 1 设 a 和 b 为两个长度为 N 的复序列，其中 $a = (a(t)|0 \leq t < N)$ ， $b = (b(t)|0 \leq t < N)$ 。定义 a 和 b 之间的周期互相关函数为

$$R_{a,b}(\tau) = \sum_{t=0}^{N-1} a(t)b(t+\tau)_{\text{mod}N}^* \quad (1)$$

其中 $(\cdot)^*$ 代表复共轭。当 $a=b$ 时,此时称为周期自相关函数(periodic autocorrelation function, PACF),记为 $R_a(\tau)$ 。

定义 2 复序列 a 和 b 在时移 τ 和多普勒频移 ν 处的周期互模糊函数为

$$AF_{a,b}(\tau,\nu) = \sum_{t=0}^{N-1} a(t)b^*(t+\tau)_{\text{mod}N} e^{j2\pi\frac{\nu}{N}t} \quad (2)$$

当 $a=b$ 时,称为周期自模糊函数(periodic autocorrelation ambiguity function, PAAF),记为 $AF_a(\tau,\nu)$ 。

定义 3 设长度为 N 的复序列 $s = (s(t)|0 \leq t < N)$,其中 $s(t) = a(t) + jb(t)$, $a(t)$ 、 $b(t) \in \mathbb{Z}$, \mathbb{Z} 表示整数集, $j = \sqrt{-1}$,则称 s 为高斯整数序列。如果序列 s 的PACF满足 $R_s(\tau) = \begin{cases} E, \tau = 0 \\ 0, \tau \neq 0 \end{cases}$,其中常数 $E \neq 0$,那么该序列为一类最佳序列,称为完备高斯整数序列(perfect GIS, PGIS)。

定义 4 [32] 设 $(G,+)$ 为 ν 阶阿贝尔群,若群 G 中大小为 k 的子集 D 满足:多重集 $\{d_1 - d_2; d_1, d_2 \in D\}$ 包含 G 中的每个非零元素恰好 λ 次,则称子集 D 为 (ν, k, λ) -差集,记为 (ν, k, λ) -DS,且参数满足 $k(k-1) = \lambda(\nu-1)$ 。

例如,Legendre 循环差集作为一类基于有限域二次剩余特征构造的经典差集,其参数满足 $\nu = 4t-1$ 、 $k = 2t-1$ 、 $\lambda = t-1$,且 ν 为奇素数,即 $\nu \equiv 3 \pmod{4}$ 。

引理 1 [33] 序列 $s = (s(t)|0 \leq t < N)$ 是由复数 α 和 β 基于差集组成的二值序列,其中 α 和 β 位于单位圆上,即 $|\alpha| = |\beta| = 1$,则序列的自相关函数 $R_s(\tau)$ 可表示为

$$R_s(\tau) = \begin{cases} \nu, & \tau = 0 \\ (\nu - 2k + 2\lambda) + 2(k + \lambda)\cos\varphi, & \tau \neq 0 \end{cases} \quad (3)$$

其中 $\alpha\beta^* = e^{j\varphi}$,且 $\alpha\beta^* + \alpha^*\beta = \cos\varphi$,则序列 s 为完备序列的充要条件是

$$(\nu - 2k + 2\lambda) + 2(k - \lambda)\cos\varphi = 0 \quad (4)$$

或等价为

$$\cos\varphi = -\frac{\nu - 2k + 2\lambda}{2(k - \lambda)} \quad (5)$$

定义 5 序列 $s = (s(t)|0 \leq t < N)$ 的能量效率定义为

$$\eta = \frac{E_s}{\max |s(t)|^2} \quad (6)$$

其中 $E_s = \frac{1}{N} \sum_{t=0}^{N-1} |s(t)|^2$ 表示 s 的平均能量。

引理 2 [34] 采用匹配滤波法进行信道估计时,所设计的导频序列应使其周期模糊函数在原点 $(0,0)$ 以外的局部区域内的幅值尽可能小;理想情况下,该区域内幅值应恒为零。

定义 6 [35] N 长 ZC 序列 $z = (z(t), 0 \leq t < N)$ 表示为

$$z(t) = \omega_N^{-ut(t+(N)_{\text{mod}2} + 2q)/2} \quad (7)$$

其中 $\omega_N = e^{2\pi\sqrt{-1}/N}$, N 、 u 和 q 为任意整数, N 和 u 互素。参数是 N 、 u 、 q 的 ZC 序列表示为 $z(N, u, q)$ 。

定义 7 [36] 时变信道的归一化均方误差(normalized mean square error, NMSE)定义为

$$NMSE = \frac{\sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} |h[\tau, \nu] - \hat{h}[\tau, \nu]|^2}{\sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} |h[\tau, \nu]|^2} \quad (8)$$

其中, $h[\tau, \nu]$ 为实际时变信道的时延多普勒域等效信道,而 $\hat{h}[\tau, \nu]$ 表示估计的等效信道, τ 和 ν 分别表示时延和多普勒频移。

定义 8 [37] 设 b 是长度为 N 的复序列,对于含有 N 个子载波的多载波系统,若载波间隔归一化为 1,基频为 0,则时域上的多载波信号可以写为

$$s_b(t) = \sum_{k=0}^{N-1} b_k e^{2\pi\sqrt{-1}kt}, 0 \leq t < 1 \quad (9)$$

在一个符号周期内,序列 b 的 PAPR 被定义为瞬时包络功率峰值与平均包络功率之比,即

$$PAPR(\text{dB}) = 10 \lg \frac{\max_{0 \leq t < 1} |s_b(t)|^2}{E[|s_b(t)|^2]} \quad (10)$$

定义 9 [38] 互补累计分布函数(complementary cumulative distribution function, CCDF)通常用来描述信号的峰均比性能,其意义为峰均比超过阈值 γ 的概率

$$CCDF = P\{PAPR(\text{dB}) > \gamma\} \quad (11)$$

2 高能量效率 PGIS 构造方法

本节基于一般差集 (v, k, λ) -DS 构造高能量效率的 PGIS。设 $s = (s(n) | 0 \leq n < v)$ 是长度为 v 的高斯整数序列，

$$s(n) = \begin{cases} A_1 + B_1 j, n \in D \\ A_2 + B_2 j, n \notin D \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \approx \sqrt{A_2^2 + B_2^2} = C$, C 为常数, 且 A_1, A_2, B_1, B_2 是不全为 0 的整数。下面依据引理 1 给出生成高能量效率 PGIS 的充要条件。

定理 1 上述序列 s 成为高能量效率 PGIS 的充要条件是其实部和虚部参数 A_1, A_2, B_1 和 B_2 满足

$$\frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_1^2 + B_1^2} + \frac{v - 2k + 2\lambda}{2(k - \lambda)} \rightarrow 0 \quad (13)$$

或

$$\frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} + \frac{v - 2k + 2\lambda}{2(k - \lambda)} \rightarrow 0 \quad (14)$$

证明 令 $z_1 = A_1 + B_1 j, z_2 = A_2 + B_2 j$, 且满足 $|z_1| = \sqrt{A_1^2 + B_1^2} \approx \sqrt{A_2^2 + B_2^2} = |z_2|$, 则

$$\cos \varphi = \cos(\arg(z_1) - \arg(z_2)) = \frac{\Re(z_1 z_2^*)}{|z_1| |z_2|} \quad (15)$$

其中 $z_1 z_2^* = (A_1 + B_1 j)(A_2 - B_2 j)$, 则 $\Re(z_1 z_2^*) = A_1 A_2 + B_1 B_2$, 因此

$$\cos \varphi = \frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2} \sqrt{A_2^2 + B_2^2}} \quad (16)$$

根据引理 1 可知, 当 $\cos \varphi = -\frac{v - 2k + 2\lambda}{2(k - \lambda)}$ 时, 序列 s 为完备序列, 因此

$$\frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_1^2 + B_1^2} + \frac{v - 2k + 2\lambda}{2(k - \lambda)} \rightarrow 0 \quad (17)$$

$$\frac{A_1 A_2 + B_1 B_2}{A_2^2 + B_2^2} + \frac{v - 2k + 2\lambda}{2(k - \lambda)} \rightarrow 0 \quad (18)$$

故定理 1 得证。□

定理 1 给出了基于循环差集构造高能量效率 PGIS 的参数判定条件, 从而将搜索目标限制在满足该条件的参数空间内。在搜索过程中, 需注意存在两类由于对称性产生的冗余解。一是倍数等价, 即参数缩放非零整数倍后序列性质不变。对此, 算法中加入约束条件 $\gcd(A_1, A_2, B_1, B_2) = 1$, 即可消除这类倍数等价序列。二是互反等价, 包括整体取反、共轭及元素互换。这些操作生成的序列在自相

关和互相关特性上与原序列无异。从几何角度看, PGIS 的四个参数构成了四维符号空间的 16 个象限, 而互反操作本质上是将其其他象限的参数映射到了两个特定的基准区域。基于此, 在参数搜索时, 不再对 A_1, B_1, A_2, B_2 的所有正负组合进行穷举, 而仅两种代表性符合区域, 即

$$\text{I: } A_1 \in [-r, 0], B_1 \in [0, r], A_2 \in [0, r], B_2 \in [0, r]$$

$$\text{II: } A_1 \in [-r, 0], B_1 \in [-r, 0], A_2 \in (0, r], B_2 \in (0, r]$$

该操作的逻辑在于, 通过限制 $A_1 \leq 0$ 可以涵盖整体取反映射; 分情况讨论 B_1 可涵盖共轭映射; 固定 A_2, B_2 为正数则可唯一确定象限, 避免交换对称性带来的重复。这种利用对称性剪枝的策略, 在确保不漏掉任何本质不同解的同时, 大幅降低了搜索维度。由此, 算法复杂度可由 $O((2r)^4)$ 降至 $O(r^4)$ 。

基于上述理论推导与优化策略, 本文在定理 1 的基础上提出一种利用循环差集构造高能量效率 PGIS 且可去除等价 PGIS 的快速算法, 具体算法流程如图 1 所示。

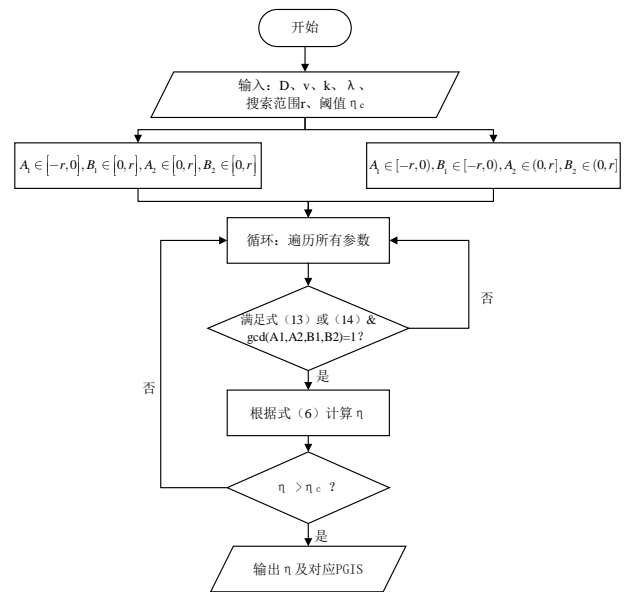


图 1 高能量效率 PGIS 的快速搜索算法流程图

为验证高能量效率 PGIS 的快速搜索算法的有效性, 在硬件配置为 Intel Core i7-9700 CPU (3.0 GHz) 及 8.0 GB RAM 的硬件环境下进行了仿真实验, 设定搜索范围 $r = 100$, 程序平均执行时间约为 2 分钟。以 Legendre 差集为例, 在预设参数范围内进行搜索, 得到能量效率为 1 的 PGIS 搜索结果

如表 1 所示。在相同序列长度下,相较于已有文献,本文所得 PGIS 在能量效率上具有显著优势。

现有高能量效率 PGIS 构造方法多通过多项式^[25]、差集^[26-29]、分圆^[30-31]等方法生成序列,虽能满足 PGIS 的最佳相关性要求,但因序列元素范数非均匀、能量分布存在杂散损耗,能量效率均难以达到 100%。本文依托差集的差分完备性并利用 PGIS 高斯整数元素的均匀分布特性,优化了 PGIS 的充要条件,精炼了高能量 PGIS 的搜索条件,从而以较少的计算消耗获得了较多数量的等范数特征生成序列。在 PGIS 能量效率大于 99% 条件下,不同构造方法能生成的 100 以内序列长度如表 2 所示。显然,本文方法大幅拓展了高能量效率 PGIS 的可用长度范围。

在实际发射系统中,波形量化误差与射频前端非理性特性会在一定程度上降低 PGIS 的理论能量效率。为定量评估该影响,以理想恒模 PGIS 为对象(幅度归一化为 1),分别建立数模转换器(DAC)量化误差与功放非线性失真分析模型。

首先考虑量化误差影响。设 PGIS 符号的实部和虚部分别独立量化,量化步长为 $\Delta = 2V/2^B$,其中 B 为量化位数, $[-V, V]$ 为动态范围。量化误差 e_n 可建模为 $[-\Delta/2, \Delta/2]$ 上均匀分布的独立随机变量,其实部虚部方差均为 $\sigma_e^2 = \Delta^2/12$ 。量化后符号表示为 $\tilde{x}_n = x_n + e_n$, 其幅度平方为

$$|\tilde{x}_n|^2 = |1 + e_n|^2 \approx 1 + 2\text{Re}(e_n) + |e_n|^2 \quad (19)$$

取统计期望,可得平均功率

$$P_{avg} = E[|\tilde{x}_n|^2] = 1 + [e_n^2] = 1 + \sigma_e^2 \quad (20)$$

最大功率出现在 $\text{Re}(e_n)$ 取最大值时,由于 $\max_n \text{Re}(e_n) \approx \Delta/2$, $P_{max} \approx (1 + \Delta/2)^2 \approx 1 + \Delta$ 。因此,考虑量化误差后的实践能量效率近似为 $\eta \approx$

$$\frac{P_{avg}}{P_{max}} \approx \frac{1 + \sigma_e^2}{1 + \Delta}$$

以典型的 12 位 DAC 为例,取 $V = 1$, 则 $\begin{cases} \Delta = 2/4096 \approx 4.88 \times 10^{-4} \\ \sigma_e^2 = \Delta^2/12 \approx 1.98 \times 10^{-8} \end{cases}$, 那么 $\eta \approx 0.9995$, 即量化误差使能量效率降低约 0.05%。

进一步考虑功放非线性失真,采用 Rapp 模型描述功放(SSPA)的 AM-AM 特性

$$A_{out} = \frac{A_{in}}{\left[1 + \left(\frac{A_{in}}{A_{sat}}\right)^{2p}\right]^{1/2p}} \quad (21)$$

其中 $A_{in} = |\tilde{x}_n|^2$ 为输入幅度, A_{sat} 为饱和幅度, p 为平滑因子。当功放工作在线性区且设置足够的输入回(即 $A_{in} \ll A_{sat}$)时,输出幅度近似与输入幅度呈线性关系 $A_{out} = GA_{in}$, 其中 G 为小信号增益。此时,由量化引起的微小幅度波动经功放后仍保持比例关系,对能量效率额外影响可忽略。

综上,在典型硬件配置(12 位 DAC、功放适当回退)下,PGIS 的实际能量效率仍可达 99.5% 以上,充分证明其在工程实现中的有效性。

3 OTFS 系统的序列导频方案与仿真分析

3.1 OTFS 系统模型及导频方案

OTFS 作为延迟-多普勒(delay-Doppler, DD)域的二维调制技术,其核心是通过逆辛有限傅里叶变换(inverse Symplectic finite Fourier transform, ISFFT)将 $M \times N$ 的二维信息符号映射到时频(time-frequency, TF)域,再利用海森堡(Heisenberg)变换生成时域波形。OTFS 调制系统可视为预编码的 OFDM 系统,其具备兼容 OFDM 系统的潜力,原理框图如图 2 所示。

OTFS 调制首先使用 ISFFT 将 DD 域符号 $X_{dd}[l, k]$ 映射到 TF 网格得到 $X_{tf}[m, n]$

表 1

基于 Legendre 差集高能量效率的 PGIS 搜索结果

差集 (v, k, λ)	本文 $\eta_{max} = 1$ ($A_1 + jB_1, A_2 + jB_2$)	[26] η_{max}	[27] η_{max}	[28] η_{max}
(15,7,3)	(-95 - 56j, 56 + 95j)	60.0%	88.2%	98.4%
(19,9,4)	(-75 - 47j, 47 + 75j)	89.5%	91.6%	98.2%
(31,15,7)	(-46 - 32j, 32 + 46j)	92.6%	96.5%	98.7%
(67,33,16)	(-78 - 61j, 61 + 78j)	97.0%	97.4%	99.3%
(71,35,17)	(-99 - 78j, 78 + 99j)	89.5%	97.5%	99.4%

表2 高能量效率的PGIS文献对比

文献	构造方法	$\eta_{\max} > 99\%$ PGIS的100以内长度
[25]	迹函数、多项式	×
[26]	差集	×
[27]	差集	×
[28]	差集	67,71,73,79,83,85,91
[30]	分圆	31,59,67,83
本文	差集	7,11,13,15,19,21,23,31,35,37,40,43,47,57,59,63,67,71,73,79,83,85,91

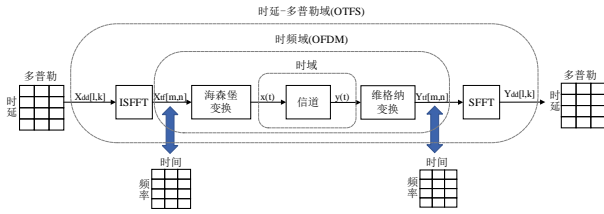


图2 OTFS调制原理框图

$$X_{ff}[m,n] = \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{l=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} X_{dd}[l,k] e^{j2\pi \left(\frac{nk}{N} \cdot \frac{ml}{M} \right)} \quad (22)$$

其中, l 是延迟轴索引, $0 \leq l < M$, k 是多普勒轴索引, $0 \leq k < N$ 。索引 l 和 k 分别表示归一化延迟和归一化多普勒偏移, 其与实际的延迟和多普勒偏移的关系为 $\tau = l/(M\Delta f)$ 和 $\nu = k/(NT)$, 其中 Δf 为子载波间隔, T 为符号时长。

时频域信号 $X_{ff}[m,n]$ 经过海森堡变换转化为时域信号 $x(t)$

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} X_{ff}[m,n] g(t - nT) e^{j2\pi m\Delta f(t - nT)} \quad (23)$$

其中 $g(t)$ 为发射成形滤波器。接收信号 $y(t)$ 为发送信号经过信道后叠加高斯白噪声 $w(t)$ 得到, 其表达式为

$$y(t) = \int_{\nu} \int_{\tau} h(\tau,\nu) x(t - \tau) e^{j2\pi\nu(t - \tau)} d\tau d\nu + w(t) \quad (24)$$

其中 $h(\tau,\nu)$ 表示延时多普勒域的信道, 表达式为

$$h(\tau,\nu) = \sum_{i=1}^P h_i \delta(\tau - \tau_i) \delta(\nu - \nu_i) \quad (25)$$

其中 P 是传播路径的数量, h_i 、 τ_i 、 ν_i 分别表示与第 i 条路径的路径增益、延迟和多普勒频移, $\delta(\cdot)$ 表示狄拉克德尔塔函数。第 i 条路径的延迟抽头 l_i 和多普勒抽头 k_i 表示如下

$$\tau_i = \frac{l_i}{M\Delta f}, \nu_i = \frac{k_i}{NT}, i = 1, \dots, P \quad (26)$$

信道的输入输出关系表示为

$$y_{dd}[l,k] = \sum_{i=1}^P h_i x_{dd}[(l - l_i)_M, (k - k_i)_N] + w[l,k] \quad (27)$$

为评估单输入单输出 (single-input single-output, SISO) OTFS 系统的信道估计性能, 本文采用经典嵌入式导频方案。导频符号置于 DD 资源平面多普勒维中心, 并沿时延维扩展, 其四周设有保护间隔, 以抑制数据与导频间的干扰。鉴于 OTFS 时延扩展呈单向性且边界确定, 保护间隔仅需覆盖一倍最大时延抽头 l_{\max} ; 而多普勒扩展有双向能量弥散特性, 需预留两倍最大多普勒抽头 $2k_{\max}$ 作为冗余。综合符号干扰和频谱效率, 图3给出了所采用的最优导频及保护间隔结构。

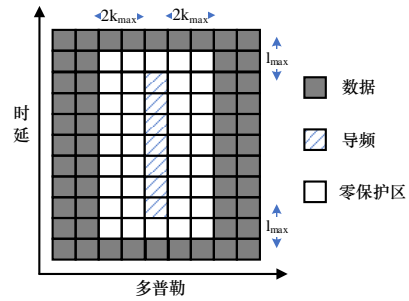


图3 嵌入式序列导频结构

3.2 序列导频性质与信道估计下界

引理2指出, 采用匹配滤波法进行 OTFS 信道估计时, 所使用的导频序列应兼具最优自相关特性与理想 PAAF, 即周期自相关函数呈冲激状, 零移位处出现尖锐峰值, 而在其余移位处迅速衰减至零; PAAF 则应具有“图钉”形结构, 即在原点(0, 0)处呈现主峰, 在其他时延-多普勒区域内快速衰减至近似为零, 以确保主峰突出、旁瓣极低。图4对比了31长 ZC 序列、m 序列和 PGIS 三种导频序列的周期自相关与自模糊性能, 结果表明, PGIS 在零移位主峰能量集中度与旁瓣抑制方面均优于传统序列。具体而言, 在自相关特性上, ZC 序列与 PGIS 均呈现出良好的冲激状, m 序列的自相关函数也接近最优; 在模糊函数方面, ZC 序列的旁瓣能量主要分布在对角线上, m 序列在原点处呈现清晰峰值且旁瓣极低, 接近理想的“图钉”特性, 而 PGIS 同样保持了显著的钉状主峰, 且旁瓣水平更

低。综上,从PACF、局部PAAF及旁瓣抑制表现来看,PGIS比传统导频序列更适合作为OTFS系统的导频。

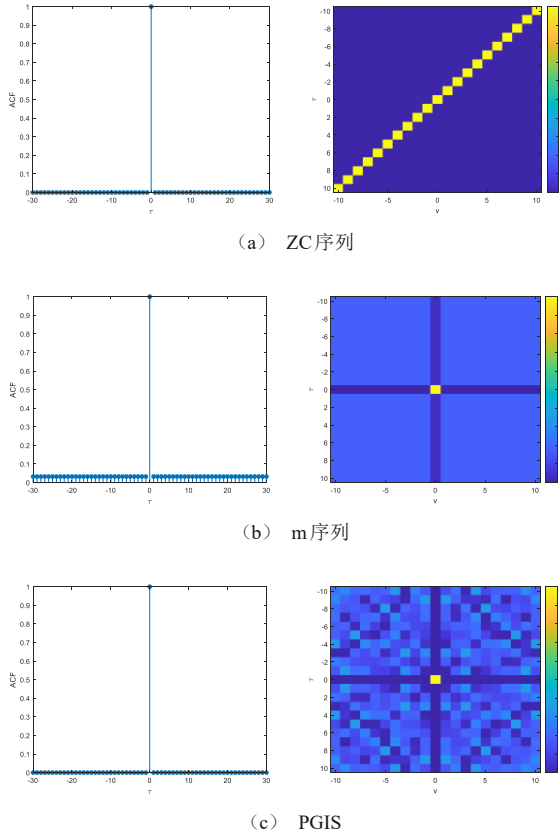


图4 三类导频序列的周期自相关函数和局部周期模糊函数

在基于二维匹配滤波的信道估计框架下,导频序列的自相关特性直接影响估计量的统计最优性。考虑SISO-OTFS系统中导频辅助的信道估计问题,接收信号在时频域的输入输出关系表示为 $y = h \odot x + w$,其中 x 为发送导频序列的时频域表示, h 为信道响应矩阵, w 为复高斯白噪声。采用二维匹配滤波进行信道估计时^[11],估计量 \hat{h} 由克拉美罗(Cramér-Rao lower bound, CRB)下界确定。对于确定性参数估计,CRB由费舍尔信息矩阵(Fisher information matrix, FIM)的逆决定,其表达式与导频序列模糊函数 $AF_x(\tau, \nu) = \sum_{t=0}^{N-1} x(t)x^*(t+\tau)_{\text{mod } N} e^{j2\pi \frac{\nu}{N} t}$ 相关^[10]。若导频序列满足理想自相关特性,即 $AF_x(\tau, \nu) = 0$ 对所有非零 (τ, ν) 成立,则不同多径分量之间的相互干扰被完全消除,FIM退化为对角矩阵, \hat{h} 的均方误差可达到CRB下界。由图4可见,

PGIS在时延-多普勒域的模糊函数具有极低的旁瓣水平,能够有效抑制多径间相互干扰,信道估计的均方误差可逼近CRB下界。

3.3 高能量效率PGIS的PAPR特性

高PAPR的信号经过功率放大器时易引发非线性失真,这会改变导频的原始波形,导致接收端在利用导频恢复信道响应时产生误差,最终降低估计精度。为此,本文采用高能量效率PGIS以有效抑制PAPR,具体理论依据由以下定理阐明。

定理2 由定理1构造的高能量效率PGIS生成的OTFS调制序列,仍保有高能量效率特性,且其PAPR理论极限值趋近于0dB。

证明 将序列 $s = (s(l), 0 \leq l < L)$ 嵌入到时延-多普勒域符号 $X[l, k]$ 中,其他位置设置为0,即

$$X[l, k] = \begin{cases} |s(l)|e^{j\theta_{lk}}, & (l, k) \in U \\ 0, & (l, k) \notin U \end{cases} \quad (28)$$

其中 U 是导频所在的索引集合。

由于 s 为高能量效率PGIS,即 $\eta_s = \frac{\sum_{l=0}^{L-1} |s(l)|^2}{L \max |s(l)|^2} \rightarrow 1$ 。令 $|s(l)| \approx C$,那么对于 $\forall (l, k) \in U$,导频序列可表示为 $X[l, k] = Ce^{j\theta_{lk}}$,其中 $\theta_{lk} = \arg(s(l))$ 。

延迟-多普勒域符号 $X[l, k]$ 经过ISFFT后变换到时频域符号

$$\begin{aligned} X[m, n] &= \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{(l, k) \in U} X(l, k) e^{j2\pi \left(\frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)} \\ &= \frac{1}{\sqrt{MN}} \sum_{(l, k) \in U} C e^{j\theta_{lk}} e^{j2\pi \left(\frac{nk}{N} - \frac{ml}{M} \right)} \\ &= \frac{C}{\sqrt{MN}} \sum_{(l, k) \in U} e^{j\varphi_{lk}(m, n)} \end{aligned} \quad (29)$$

考察其模方

$$|X[m, n]|^2 = \frac{C^2}{MN} \sum_{(l, k) \in U} \sum_{(l', k') \in U} e^{j[\varphi_{lk}(m, n) - \varphi_{l'k'}(m, n)]} \quad (30)$$

其中, $\varphi_{lk} - \varphi_{l'k'} = [\theta_{lk} - \theta_{l'k'}] + 2\pi \left(\frac{n(k - k')}{N} - \frac{m(l - l')}{M} \right)$ 。由于 θ_{lk} 表示 s 在 (l, k) 处的相位,满足最佳自相关

$$R_s(\Delta l, \Delta k) = \sum_{(l,k) \in U} e^{j(\theta_{l+\Delta l, k+\Delta k} - \theta_{l,k})} \quad (31)$$

$$= \begin{cases} v, & (\Delta l, \Delta k) = (0,0) \\ 0, & \text{其他} \end{cases}$$

其中, $\Delta l = l - l'$, $\Delta k = k - k'$ 。那么,

$$|X[m,n]|^2 = \frac{C^2}{MN} \sum_{\Delta l, \Delta k} \sum_{(l',k') \in U} e^{j(\theta_{l'+\Delta l, k'+\Delta k} - \theta_{l',k'})} e^{j2\pi(\frac{n\Delta k}{N} - \frac{m\Delta l}{M})}$$

$$= \frac{vC^2}{MN} \quad (32)$$

因此, $|X[m,n]| = C \sqrt{\frac{v}{MN}}$ 。 $X[m,n]$ 通过海森堡变换后得到时域信号

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{n=0}^{N-1} X[m,n] g_{rx}(t - nT) e^{j2\pi m \Delta f (t - nT)} \quad (33)$$

其中 $g_{rx}(t)$ 是矩形脉冲, 幅度恒为 1, 在任意时刻 t 属于第 n_0 个符号区间时, 只有对应 n_0 的脉冲非零, 故

$$x(t) = \sum_{m=0}^{M-1} X[m, n_0] e^{j2\pi m \Delta f (t - n_0 T)} \quad (34)$$

令 $\tau = t - n_0 T$, 且 $\Delta f = \frac{1}{MT}$, 则

$$|x(t)|^2 = x(t) x^*(t)$$

$$= \left(\sum_{m=0}^{M-1} X[m, n_0] e^{j2\pi m \Delta f \tau} \right) \left(\sum_{m'=0}^{M-1} X^*[m', n_0] e^{-j2\pi m' \Delta f \tau} \right) \quad (35)$$

$$= \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{m'=0}^{M-1} X[m, n_0] X^*[m', n_0] e^{j2\pi(m-m')\Delta f \tau}$$

由于 $|X[m, n_0]| = C' = C \sqrt{\frac{v}{MN}}$, 这是一个与 m 无关的常数, 因此 $X[m, n_0]$ 可表示为 $X[m, n_0] = C' e^{j\psi_{m, n_0}}$, 其中 $\psi_{m, n_0} = \arg(X[m, n_0])$, 代入式(35)得

$$|x(t)|^2 = \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{m'=0}^{M-1} (C')^2 e^{j(\psi_{m, n_0} - \psi_{m', n_0})} e^{j2\pi(m-m')\Delta f \tau} \quad (36)$$

得益于 PGIS 的理想自相关特性, 经 ISFFT 变换后, 该特性在时频域表现为相干叠加: 功率计算中非对角线项 ($m \neq m'$) 相互抵消为零, 仅当 $m = m'$ 时求和项得以保留。因此,

$$|x(t)|^2 = \sum_{m=0}^{M-1} (C')^2 \cdot 1 = MC'^2 = \frac{C^2 v}{N} \quad (37)$$

考虑到导频序列在 DD 域仅占用 L 个资源格点, 为准确评估其调制后的功率波动特性, 在计算能量效率时仅提取时域信号中与这 L 个导频格点相对应

的有效采样点。这样可避免因计算空载子载波位置而导致的平均功率稀释, 从而更精确反映导频部分的实际功率集中程度。根据定义 5, 对时域信号 x 的能量效率进行计算, 得到

$$\eta_x = \frac{\sum_{t=0}^{L-1} |x(t)|^2}{L \max |x(t)|^2} = \frac{|x(t)|^2}{\max |x(t)|^2} \rightarrow 1 \quad (38)$$

可见, 时域信号 x 同样具有高能量效率。再根据定义 8, 计算时域信号 x 的 PAPR, 结果为

$$PAPR = 10 \lg \frac{\max |x(t)|^2}{E[|x(t)|^2]} = 10 \lg \frac{\max |x(t)|^2}{\sum_{t=0}^{L-1} |x(t)|^2 / L} \quad (39)$$

$$= 10 \lg \frac{1}{\eta_x} \rightarrow 0 \text{ dB}$$

综上, 高能量效率 PGIS 使 OTFS 调制序列保持了高能量效率; 同时, 其 PAPR 的理论极限可趋近于 0 dB。□

定理 2 表明, 在理想模型下, 高能量效率 PGIS 经 OTFS 调制后仍保持恒包络特性, 有利于降低导频信号的 PAPR, 减轻功放非线性对导频波形的影响, 抑制非线性失真。图 5 给出 OTFS 时域波形对比: ZC 序列 (图(a)) 与高能量效率 PGIS (图(b)) 幅值恒定, 功率利用率趋近于 1; 而低能量效率 PGIS (图(c)) 包络起伏明显, 能量效率不足。因此, 导频辅助信道估计中, 高能量效率 PGIS 兼具恒包络与高功率利用优势, 适合高质量、低功耗传输需求。

3.4 仿真实验

为验证本文所提出的高能量效率 PGIS 导频方案在信道估计中的有效性, 本节基于 SISO-OTFS 系统开展仿真实验。按照图 3 所示的嵌入式导频结构, 选取高能量效率 PGIS、 m 序列、ZC 序列以及单脉冲作为导频, 并采用二维匹配滤波^[11]对各径的信道增益、时延及多普勒频移进行估计。

具体地, 系统的信道估计可表示为

$$\hat{h}[\tau, \nu] = \sum_{i=1}^P \hat{h}_i \delta[\tau - \hat{\tau}_i] \delta[\nu - \hat{\nu}_i] \quad (40)$$

其中每条多径分量 $\{\hat{h}_i, \hat{\tau}_i, \hat{\nu}_i\}$ 由二维匹配滤波结合峰值检测得到

$$R = \mathcal{F}^{-1}(\mathcal{F}(Y) \odot \mathcal{F}(X)^*) \quad (41)$$

其中 Y 表示接收信号, X 表示发送信号, $\mathcal{F}(\cdot)$ 和

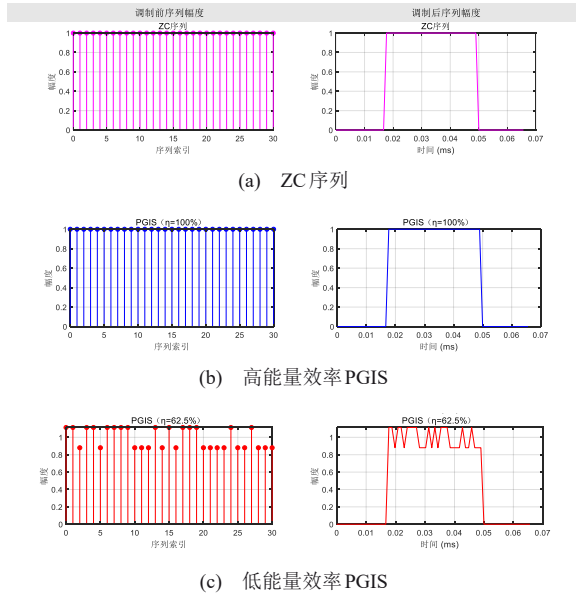


图5 导频序列的OTFS时域波形对比

$\mathcal{F}^{-1}(\cdot)$ 分别表示离散傅里叶变换及其逆变换, \odot 为哈达码积, P 为多径数目。

对 R 进行峰值检测, 可得

$$(\hat{\tau}_i, \hat{\nu}_i) = \arg \max_{(\hat{\tau}_i, \hat{\nu}_i) \in \Omega_i} |R[\tau, \nu]| \quad (42)$$

$$\hat{h}_i = R[\hat{\tau}_i, \hat{\nu}_i] / L \quad (43)$$

其中 $i = 1, 2, \dots, P$, Ω_i 表示在第 i 次峰值检测时排除前 $i - 1$ 个已检测峰值的搜索空间, L 为导频长度。

仿真参数如表3所示, 图6给出了上述四种导频的信道估计 NMSE 性能曲线。除单脉冲导频外, 其余导频序列长度均设置为31。具体地, m序列的生成器反馈系数采用(0,1,1,1,1), ZC序列的根序数设为1, PGIS由(31,15,7)-DS构造, 序列参数为(-46-32j, 32+46j)。仿真结果表明, 采用本文提出的高效PGIS导频时, 系统信道估计NMSE性能最优。例如在信噪比为10dB时, 该导频方案相比ZC序列与m序列导频, NMSE分别降低近12dB和7dB。

为进一步验证高效PGIS导频方案的有效性, 图7给出了典型OTFS信道下PGIS和ZC序列在不同多径数量下的NMSE性能对比, 其中多径数 P 分别设为3、5和8。可以看出, 在低信噪比(0-5dB)区间, 多径数量的变化对两种序列的NMSE影响均较小, 曲线基本重合。随着信噪比增大, ZC序列和PGIS的NMSE性能随路径数目增加略有下降。

表3 仿真参数

参数	取值
载波频率 (GHz)	5
载波间隔 (KHz)	15
子载波数量 (M)	64
符号数量 (N)	30
最大速度 (km/h)	600
最大时延抽头 (l_{max})	8
最大多普勒抽头 (k_{max})	5
调制方式	QPSK
路径数 P	3

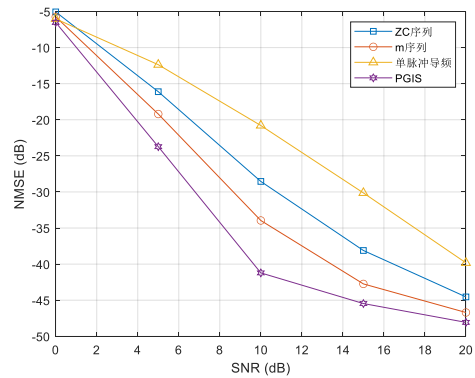


图6 不同导频的NMSE对比

对于PGIS, 在10dB处最大差距约5dB, 但各曲线NMSE均低于-35dB, 对整体估计精度的影响有限; ZC序列性能随路径数变化幅度较小, 但其最低NMSE ($P=3$) 也较PGIS在 $P=8$ 时的NMSE高出约2dB。结果表明, 在本文仿真条件下, 高能量效率PGIS导频具有良好的抗多径鲁棒性, 尤其适用于稀疏多径场景。

基于高能量效率PGIS导频, 本文进一步对比

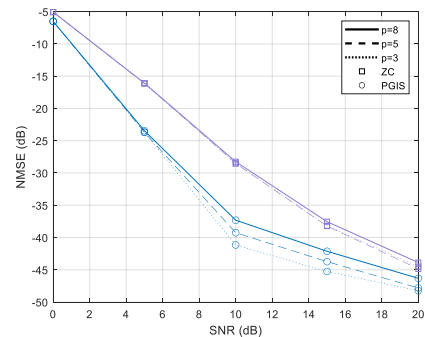


图7 高效PGIS导频在不同多径信道环境下的NMSE对比

了不同运动速度下 OTFS 系统的信道估计性能。实验中, PGIS 长度分别选取 15 和 31, 其中长度为 15 的 PGIS 由 $(15,7,3) - DS$ 生成, 序列参数为 $(-95 - 56j, 56 + 95j)$ 。图 8 给出了低、中、高三种速度场景下的 NMSE 曲线。随着速度提升, 信道估计性能呈现下降趋势: 在低速 (120 km/h) 和中高速 (250 km/h) 场景下, NMSE 较低, 估计精度较高; 而在超高速场景 (600 km/h) 下, NMSE 曲线整体上移, 估计性能略下降。这主要归因于超高速运动下信道时变特性加剧, 多普勒扩展显著增大, 影响了导频序列的相关性与估计器的跟踪能力。

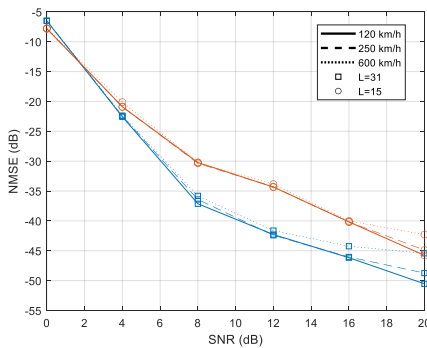


图 8 不同速度下信道估计 NMSE 对比

图 9 对比了不同导频方案对应的 CCDF 性能。可以看出, PGIS 导频与 ZC 序列导频的 PAPR 性能均明显优于单脉冲导频, 这得益于二者对应的时域信号具有近似恒定的包络特性。在相同 CCDF 概率下, 所提 PGIS 导频的 PAPR 较单脉冲导频降低约 4dB, 且与原始数据帧的 PAPR 性能基本相当。

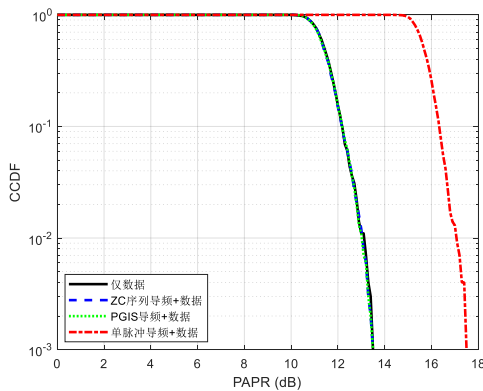


图 9 导频的 CCDF 对比

4 结束语

本文提出了一种面向 OTFS 系统的高能量效率 PGIS 导频信道估计方案, 并设计了相应的 PGIS 构造方法。在相同导频开销条件下, 仿真结果表明, 该方案相比于传统单脉冲导频与序列导频方法, 具有更优的信道估计精度。同时, 所提方案在提升估计性能的同时, 未引入额外的 PAPR 损失, 且其 PAPR 显著低于单脉冲导频方案, 兼具良好的功率效率与估计可靠性。本文工作为 OTFS 系统提供了一种新颖的高能效导频方案, 为 PGIS 在高速移动通信场景中的应用提供了有益参考。后续研究将进一步探索面向多输入多输出 OTFS 架构的 PGIS 导频序列优化设计。

参考文献:

- [1] 杨刚华, 何高宁, 陈睿荣, 等. 6G 无线空口传输技术研究进展与展望 [J]. 中国科学: 信息科学, 2024, 54(05): 1078-1113.
Yang G H, He G N, Chen R R, et al. Progress and prospect of 6G wireless air-interface transmission technology research[J]. Sci Sin Inform, 2024, 54(5): 1078-1113.
- [2] Matz G, Bolcskei H, Hlawatsch F. Time-frequency foundations of communications: concepts and tools[J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(6): 87-96.
- [3] Hadani R, Rakib S, Sugiura S, et al. Orthogonal time-frequency space modulation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2017, 6(2): 244-247.
- [4] Wei Z, Yuan W, Li S, et al. Orthogonal time-frequency space modulation: a promising next-generation waveform[J]. IEEE Wireless Communications, 2021, 28(4): 136-144.
- [5] Liu H Y, Liu Y M, Yang M, et al. On the characterizations of OTFS modulation over multipath rapid fading channel[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(3): 2008-2021.
- [6] Ma Y Y, Ma G Y, Ai B, et al. Characteristics of channel spreading function and performance of OTFS in high-speed railway[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(10): 7038-7054.
- [7] Balan S, Joshi S. A study of high-speed railway communication channel models for OTFS-based systems[C]//Proceedings of the 2024 16th International Conference on Communication Systems & Networks (COMSNETS). Piscataway: IEEE Press, 2024: 765-768.
- [8] Zhou X Y, Ying K K, Gao Z, et al. Active terminal identification, channel estimation, and signal detection for grant-free NOMA-OTFS in LEO Satellite Internet-of-Things[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(4): 2847-2865.
- [9] 廖勇, 罗渝, 荆亚昊. 6G 新型时延多普勒通信范式: OTFS 的技术优势、设计挑战、应用与前景[J]. 电子与信息学报, 2024, 46(05): 1827-1842.
Liao Y, Luo Y, Jing Y H. 6G new time-delay Doppler communication paradigm: technical advantages, design challenges, applications and prospects of OTFS[J]. Journal of Electronics & Information Technology, 2024, 46(5): 1827-1842.

- [10] Raviteja P, Phan K T, Hong Y. Embedded pilot-aided channel estimation for OTFS in delay-Doppler channels[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2019, 68(5): 4906-4917.
- [11] Fish A, Gurevich S, Hadani R, Sayeed A M, Schwartz O. Delay-Doppler channel estimation in almost linear complexity[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2013, 59(11): 7632-7644.
- [12] Murali K R, Chockalingam A. On OTFS modulation for high-Doppler fading channels[C]//*Proceedings of the 2018 Information Theory and Applications Workshop (ITA)*. Piscataway: IEEE, 2018: 1-10.
- [13] Hashimoto N, Osawa N, Yamazaki K, et al. Channel estimation and equalization for CP-OFDM-based OTFS in fractional Doppler channels [C]//*Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops)*. Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-7.
- [14] Ma T, Xu Y, Ou X, et al. Iterative channel estimation for OTFS using ZC sequence with low peak-to-average power ratio[C]//*Proceedings of the 2023 IEEE International Conference on Communications (ICC)*. Piscataway: IEEE Press, 2023: 1-6.
- [15] 李一兵, 汤云鹤, 简鑫, 等. 面对高速移动场景的 OTFS 系统导频设计方法[J]. *电子与信息学报*, 2025, 47(02): 490-497.
Li Y B, Tang Y H, Jian X, et al. Pilot design method for OTFS systems in high-speed mobile scenarios[J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2025, 47(2): 490-497.
- [16] 王永川, 周平, 黄局. 正交时频调制信道估计与信号检测技术研究现状[J]. *通信学报*, 2024, 45(9): 229-243.
Wang Y C, Zhou P, Huang J. Research status of channel estimation and signal detection techniques for orthogonal time frequency space modulation[J]. *Journal on Communications*, 2024, 45(9): 229-243.
- [17] Kanazawa Y, Iimori H, Pradhan C, et al. Superimposed pilot-based OTFS: will it work?[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2026, 75(3): 4192-4204.
- [18] Yuan W J, Li S Y, Wei Z Q, et al. Data-aided channel estimation for OTFS systems with a superimposed pilot and data transmission scheme [J]. *IEEE Wireless Communications Letters*, 2021, 10(9): 1954-1958.
- [19] Mishra H B, Singh P, Prasad A K, et al. OTFS channel estimation and data detection designs with superimposed pilots[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(4): 2258-2274.
- [20] He X D, Shu K, Yi Y H. A superimposed pilot with transition band channel estimation scheme for OTFS[J]. *China Communications*, 2026, 23(1): 107-124.
- [21] Zhao L, Gao W J, Guo W B. Sparse Bayesian learning of delay-Doppler channel for OTFS system[J]. *IEEE Communications Letters*, 2020, 24(12): 2766-2769.
- [22] Srivastava S, Singh R K, Jagannatham A K, Hanzo L. Bayesian learning aided simultaneous row and group sparse channel estimation in orthogonal time frequency space modulated MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2022, 70(1): 635-648.
- [23] Liu F, Yuan Z D, Guo Q H, et al. Message passing-based structured sparse signal recovery for estimation of OTFS channels with fractional Doppler shifts[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2021, 20(12): 7773-7785.
- [24] Fan P Z, Darnell M. Maximal length sequences over Gaussian integers [J]. *Electronics Letters*, 1994, 30(16): 1286-1287.
- [25] Lee C D, Hong S H. Generation of long perfect Gaussian integer sequences[J]. *IEEE Signal Processing Letters*, 2017, 24(4): 515-519.
- [26] Wang S H, Chang H H, Lee C D, et al. Further results on degree-2 perfect Gaussian integer sequences[J]. *IET Communications*, 2016, 10(12): 1542-1552.
- [27] Liu T, Xu C Q, Li Y B, et al. New perfect Gaussian integer sequences from cyclic difference sets[J]. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, 2017, E100-A(12): 3067-3070.
- [28] 刘凯, 倪佳. 基于循环差集的最佳高斯整数序列构造[J]. *电子学报*, 2021, 49(08): 1474-1479.
Liu K, Ni J. Construction of perfect Gaussian integer sequences based on cyclic difference sets[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2021, 49(8): 1474-1479.
- [29] 刘远东. 高能量效率的完备高斯整数序列研究[D]. 燕山大学, 2023.
Liu Y D. Research on perfect Gaussian integer sequences with high energy efficiency[D]. Yanshan University, 2023.
- [30] 刘凯, 马国斌, 陈盼盼. 基于分圆类的完备高斯整数序列构造[J]. *电子学报*, 2019, 47(4): 806-811.
Liu K, Ma G B, Chen P P. Construction of perfect Gaussian integer sequences based on cyclotomic classes[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2019, 47(4): 806-811.
- [31] 赵伟, 黄雷, 贾彦国, 等. 基于二阶分圆类的高能量效率完备高斯整数序列设计[J]. *电子与信息学报*, 2023, 45(06): 1952-1958.
Zhao W, Huang L, Jia Y G, et al. High energy efficient perfect Gaussian integer sequence design based on second order cyclotomic classes [J]. *Journal of Electronics & Information Technology*, 2023, 45(6): 1952-1958.
- [32] Chen X J, Li C L, Rong C. Perfect Gaussian integer sequences from cyclic difference sets[C]//*Proceedings of the IEEE International Symposium on Information Theory*. Piscataway: IEEE Press, 2016: 115-119.
- [33] Fan P, Darnell M, eds. *Sequence design for communications applications* [M]. Hoboken, NJ: Wiley, 1994.
- [34] 刘天俊. 基于正交时频空(OTFS)系统的导频序列设计与信道估计[D]. 西南交通大学, 2019.
Liu T J. Pilot sequence design and channel estimation based on orthogonal time frequency space (OTFS) systems[D]. Southwest Jiaotong University, 2019.
- [35] Chu D. Polyphase codes with good periodic correlation properties[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 1972, 18(4): 531-532.
- [36] Motoki T, Bar-David J M, Miller R J. Reciprocal mean-square error and signal-to-noise ratio as distinct performance measures in below-threshold communication[J]. *IEEE Transactions on Communications*, 1972, 20(5): 852-856.
- [37] Paterson K G. Generalized Reed-Muller codes and power control in OFDM modulation[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2000, 46(1): 104-120.
- [38] Bäuml R W, Fischer R F H, Huber J B. Reducing the peak-to-average power ratio of multicarrier modulation by selected mapping[J]. *Electronics Letters*, 1996, 32(22): 2056-2057.



刘凯（1977- ），女，黑龙江齐齐哈尔人，博士，燕山大学教授、硕士生导师，主要研究方向为无线通信、编码理论。

吕晨（2000- ），女，河北保定人，燕山大学硕士生，主要研究方向为序列设计与编码理论。

