

基于精确球面波模型的近场分布式目标定位方法

刘亚鹏¹, 高洪元¹, 望明星², 吴林隆²

(1. 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 电子科技大学信息与通信工程学院, 四川 成都 611731)

摘要: 针对现有近场分布式目标定位中菲涅尔近似带来的模型失配及压缩感知类算法计算量大的问题, 提出一种基于精确球面波模型的近场分布式目标定位方法。通过二阶泰勒展开将非线性协方差参数化为一组泰勒基矩阵与方位矩的线性组合, 并基于协方差匹配构建线性最小二乘估计器, 给出中心参数与扩展参数的闭式解。同时推导精确克拉美罗界, 并引入辅助变量与蒙特卡洛采样解决高维积分计算难题。仿真表明, 所提方法在中心与扩展参数估计上优于已有秩损方法与稀疏贝叶斯学习; 在信噪比为 10 dB、快拍数 1200 时平均运行时间为 0.0156 s, 相比稀疏贝叶斯学习提速约 680 倍、相比秩损方法提速约 1.7 倍, 有利于工程应用与推广。

关键词: 近场定位; 分布式目标; 精确球面波模型; 方位矩估计; 克拉美罗界

中图分类号: TN911.7

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000

Near-field localization of distributed targets based on exact spherical-wave model

Liu Yapeng¹, Gao Hongyuan¹, Wang Mingxing², Wu Linlong²

1. College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University, Harbin 150001, China

2. School of Information and Communication Engineering, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu 611731, China

Abstract: To mitigate the model mismatch caused by Fresnel approximations in near-field distributed-target localization and the high computational burden of compressive-sensing-based methods, a near-field distributed-target localization approach was proposed based on the exact spherical-wave model. A second-order Taylor expansion was used to parameterize the nonlinear covariance matrix as a linear combination of precomputable Taylor basis matrices and spatial moment parameters. A covariance-matching linear least-squares estimator was then developed, yielding closed-form solutions for the central and spread parameters. In addition, the exact Cramér–Rao bound (CRB) was derived, and an auxiliary-variable reformulation with Monte Carlo sampling was introduced to efficiently evaluate the resulting high-dimensional integrals. Simulations show that the proposed method outperforms the rank-reduction (RARE) method and sparse Bayesian learning (SBL) in estimating both central and spread parameters. It also achieves an average runtime of 0.0156 s when the signal-to-noise ratio is 10 dB with 1200 snapshots, providing about 680× and 1.7× speedups over SBL and RARE, respectively, which highlights its potential for practical near-field localization applications.

Keywords: near-field localization, distributed targets, exact spherical-wave model, spatial moment estimation, CRB

收稿日期: 2026-01-26; 修回日期: 2026-XX-XX

通信作者: 高洪元, gaohongyuan@hrbeu.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No. 62372131); 中央高校基本科研业务费项目 (No. 3072025YC0801); 哈尔滨工程大学信息与通信工程学院院长创新基金 (No. B422080004); 哈尔滨工程大学博士研究生校长创新基金 (No. B422080004)

Foundation Items: National Natural Science Foundation of China (No. 62372131), Fundamental Research funds for the Central Universities (No. 3072025YC0801), Innovation Fund, College of Information and Communication Engineering, Harbin Engineering University (HEU) (No. B422080004), HEU Presidential Innovation Fund for Ph.D Students (No. B422080004)

0 引言

近场目标定位技术在短程雷达探测、水声定位以及通感一体化等领域中具有重要应用价值^{[1]-[3]}。近年来,随着超大规模天线阵列与毫米波、太赫兹等高频技术的迅猛发展,阵列物理孔径的增大与信号波长的缩短,使得阵列的瑞利距离显著延伸,导致目标极易落入辐射近场区域。以常见频段为例:在毫米波 28 GHz 频段,信号波长约为 10.7 毫米,当阵列物理孔径为 0.5 米时瑞利距离约为 47 米,阵列孔径为 1 米时约为 187 米;在太赫兹 300 GHz 频段,信号波长约为 1 毫米,阵列孔径为 0.5 米时瑞利距离约为 500 米,阵列孔径为 1 米时可达约 2 公里。因此在室内超大规模天线阵列、太赫兹通信等典型场景中,终端或目标更可能位于近场区域。在近场条件下,传统的远场平面波假设失效,电磁波前表现出显著的波前曲率,且阵列孔径上的信号幅度变化不可忽略,因此必须采用球面波传播模型以准确表征信号的空间特性^{[4]-[5]}。这种近场传播机制使得阵列流形不再仅仅依赖于信号入射角,而是表现为角度与距离的非线性耦合。相较于远场模型,这种角度-距离依赖性虽然丰富了定位维度,但也引入了额外的距离维参数,显著增加了参数估计与信号处理的复杂度。

尽管现有的近场定位算法已较为成熟,但多数方法建立在理想的独立点目标假设之上^{[6]-[13]}。然而,在实际的复杂电磁环境中,多径效应与散射现象导致目标回波在角度-距离域呈现出显著的空间扩展特性,使得单一散射中心的等效模型不再适用。此时,采用参数化的分布式目标模型来刻画散射体在空间上的密度分布与统计特性,更符合工程实际^[14]。依据观测周期与信道相干时间的相对关系,分布式目标可被划分为两类:当观测周期小于相干时间时,散射分量间保持稳定的相位关系,表现为“慢衰落”场景下的相干分布式目标,反之,当观测周期大于相干时间时,相位随时间快速变化并去相关,对应“快衰落”场景下的非相干分布式目标。近年来,针对相干分布式目标的定位问题,研究者大多通过直接推广点目标测向算法实现了有效估计^{[15]-[16]}。然而,非相干分布式目标由于信号能量弥散于整个观测空间,导致传统的点目标测向算法失效。目前的非相干分布式目标定位研究多局限于远场平面波假设^{[17]-[22]},而本文聚焦的近场非

相干分布式目标,受制于球面波传播、非均匀幅度衰减以及角度-距离-扩展参数的强耦合效应,其中心参数与扩展参数的高精度联合估计仍面临严峻的技术瓶颈。

针对上述问题,文献[23]提出了一种基于秩损(rank reduction, RARE)原理的估计方法,通过构造降秩估计器实现近场分布式目标定位。然而,该方法基于菲涅尔近似传播模型,仅对相位项进行二阶展开而忽略了幅度变化项。这种简化虽然降低了计算门槛,却引入了不可避免的系统性模型失配,限制了其在高信噪比下的性能上限。此外,基于压缩感知的稀疏贝叶斯学习(sparse Bayesian learning, SBL)类方法^[24]虽能通过角度-距离二维网格上重构能量谱来定位目标,但其本质上属于非参数化定位方法。SBL的重构结果往往表现为离散的“能量簇”,未能显式刻画分布式目标的统计特征与阵列协方差之间的解析映射关系,且存在网格失配与计算量大的问题。

鉴于此,本文提出一种基于精确球面波模型的近场分布式源定位新方法。不同于菲涅尔近似,本文直接基于精确模型建模,完整保留了波前曲率与阵元间幅度差异。在此基础上,通过在参考点处对阵列协方差函数进行二阶泰勒展开,将非线性的协方差模型参数化为一组泰勒基矩阵与目标方位矩的线性组合,将复杂的非线性参数估计问题转化为协方差匹配框架下的线性最小二乘问题,从而导出了参数的闭式解,并结合少量迭代更新参考点以实现精细化估计。具体贡献可概括为:

1) 基于精确球面波模型,提出了一种基于方位矩估计的近场分布式目标定位方法。通过在参考点处对阵列导向矢量的秩一矩阵进行二阶泰勒展开,将非线性的分布式目标协方差矩阵重构为一组泰勒基矩阵与目标方位矩的线性组合。在此基础上,通过求解线性最小二乘问题推导出了中心位置与扩展参数的闭式解,有效克服了近场模型下的参数耦合难题,避免了传统多维搜索的高计算代价。

2) 针对近场分布式目标模型中复杂的积分形式,本文推导了该场景下的精确克拉美罗界(Cramér-Rao bound, CRB)。为解决协方差矩阵中涉及的数值积分难题,引入分布无关的辅助随机变量对积分进行重参数化,使期望运算不再显式依赖待估参数,并进一步采用 Monte-Carlo 采样策略实现

CRB的数值计算,为算法性能评估提供理论基准。

3) 仿真结果表明,相较于基于菲涅尔近似的 RARE 方法,所提方法能够避免传播模型近似导致的模型失配误差,相较于基于稀疏重构的 SBL 方法,所提方法可充分利用分布式目标的空间统计结构,从而在中心参数与扩展参数估计精度、以及计算效率等方面表现出更优的综合性能,为近场分布式目标的高效、实时定位提供了新的解决方案。

1 信号模型

假设有 Q 个波长为 λ 的分布式目标入射到由 M 个阵元构成的线性阵列上,则阵列接收信号可表示为^[23]

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{q=1}^Q s_q(t) \sum_{p=1}^{P_q} \alpha_{q,p}(t) \mathbf{a}(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t)) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

其中, $s_q(t)$ 为第 q 个分布式目标入射信号, $\alpha_{q,p}(t)$ 表示该目标第 p 条路径的复高斯增益因子,满足 $\alpha_{q,p}(t) \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_{\alpha_{q,p}}^2 / P_q)$, $\mathcal{CN}(\cdot)$ 表示圆对称复高斯分布, P_q 和 $\sigma_{\alpha_{q,p}}^2$ 分别为第 q 个分布式目标的多径数与对应路径的增益方差。 $\mathbf{n}(t)$ 为加性复高斯白噪声,满足 $\mathbf{n}(t) \sim \mathcal{CN}(0_M, \sigma_n^2 \mathbf{I}_M)$, σ_n^2 为噪声方差, 0_M 和 \mathbf{I}_M 分别为 $M \times 1$ 维零向量与 M 阶单位矩阵。 $\theta_{q,p}(t) = \bar{\theta}_q + \tilde{\theta}_{q,p}(t)$ 和 $r_{q,p}(t) = \bar{r}_q + \tilde{r}_{q,p}(t)$ 分别表示第 q 个分布式目标第 p 条路径的入射角及其相对阵列原点的距离,满足 $-\pi/2 \leq \theta_{q,p}(t) \leq \pi/2$, $0.62 \sqrt{D^3/\lambda} \leq r_{q,p}(t) \leq 2D^2/\lambda$, D 为阵列孔径, $\bar{\theta}_q$ 和 \bar{r}_q 分别为第 q 个分布式目标的中心入射角和中心距离,用于表征该目标所有路径方位参数的均值, $\tilde{\theta}_{q,p}(t)$ 和 $\tilde{r}_{q,p}(t)$ 为对应的角度与距离偏差,均为零均值随机变量,且其标准差分别为 σ_{θ_q} 与 σ_{r_q} , σ_{θ_q} 和 σ_{r_q} 分别表征第 q 个分布式目标的角度扩展与距离扩展。 $s_q(t)$ 与 $\alpha_{q,p}(t)$ 、 $(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t))$ 和 $\mathbf{n}(t)$ 相互独立, $\mathbf{a}(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t))$ 为精确传播模型下的近场导向向量,其第 m 个元素可表示为^[5]

$$\left[\mathbf{a}(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t)) \right]_m = \frac{r_{q,p}(t)}{r_m(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t))} e^{-jk(r_m(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t)) - r_{q,p}(t))} \quad (2)$$

其中, $k = 2\pi/\lambda$ 为波数,幅度项 $r_{q,p}(t)/r_m(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t))$ 用于刻画由球面波幅度衰减引起的阵列各阵元间相对幅度变化,

$$r_m = \sqrt{r_{q,p}^2(t) + x_m^2 - 2r_{q,p}(t)x_m \sin \theta_{q,p}(t)} \quad (3)$$

为第 q 个分布式目标第 p 条路径相对第 m 个阵元的距离, x_m 为第 m 个阵元的位置。

当多径数足够大时,根据中心极限定理,接收信号向量 $\mathbf{y}(t)$ 收敛为零均值复高斯随机过程,其协方差矩阵为

$$\mathbf{R}_y = \sum_{q=1}^Q \sigma_q^2 \int_{\Theta} \int_{\mathcal{R}} \rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) \times \mathbf{a}(\theta, r) \mathbf{a}^H(\theta, r) d\theta dr + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (4)$$

其中, $\sigma_q^2 = \sigma_{\alpha_q}^2 \mathbb{E}[|s_q(t)|^2]$ 为等效信号功率, $\Theta = [-\pi/2, \pi/2]$ 和 $\mathcal{R} = [0.62 \sqrt{D^3/\lambda}, 2D^2/\lambda]$ 分别为角度范围和距离范围, $\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q)$ 为方位概率密度函数, $\mathbf{A}_q = [\bar{\theta}_q, \bar{r}_q, \sigma_{\theta_q}, \sigma_{r_q}]^T$ 为方位参数向量, $\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q)$ 通常建模为高斯分布或均匀分布^[23], 即

$$\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) = \frac{1}{2\pi\sigma_{\theta_q}\sigma_{r_q}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{(\theta - \bar{\theta}_q)^2}{\sigma_{\theta_q}^2} + \frac{(r - \bar{r}_q)^2}{\sigma_{r_q}^2} \right)} \quad (5)$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{12\sigma_{\theta_q}\sigma_{r_q}}, & |\theta - \bar{\theta}_q| \leq \sqrt{3}\sigma_{\theta_q}, |r - \bar{r}_q| \leq \sqrt{3}\sigma_{r_q} \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (6)$$

注意到当角度扩展 σ_{θ_q} 和距离扩展 σ_{r_q} 均为 0 时,目标的角度距离分布 $\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q)$ 将退化为狄拉克 δ 函数, 即

$$\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) = \delta(\theta - \bar{\theta}_q) \delta(r - \bar{r}_q) \quad (7)$$

此时,协方差矩阵 $\mathbf{R}_y = \sum_{q=1}^Q \sigma_q^2 \mathbf{a}(\bar{\theta}_q, \bar{r}_q) \mathbf{a}^H(\bar{\theta}_q, \bar{r}_q) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M$ 相应退化为经典的点目标形式。因此,式(4)给出的协方差模型可视为点目标模型的推广,同时该模型亦适用于点目标与分布式目标共存的场景。

现有秩损估计方法为降低建模与求解复杂度,

采用了简化的菲涅尔近似模型^[23]。该模型假设目标距离相对阵列孔径足够大, 即 $r_{q,p}(t) \gg D$, 从而将球面波传播项近似为抛物面形式: 一方面忽略阵列孔径上的幅度变化项, 即近似 $r_{q,p}(t)/r_m(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t)) \approx 1$, 另一方面仅对相位项保留至二阶泰勒展开, 得到

$$\left[\mathbf{a}(\theta_{q,p}(t), r_{q,p}(t)) \right]_m \approx e^{-jk \left(\frac{x_m^2 \cos^2 \theta_{q,p}(t)}{2r_{q,p}(t)} - x_m \sin \theta_{q,p}(t) \right)} \quad (8)$$

然而, 与精确近场传播模型相比, 菲涅尔近似在近距离条件下往往难以精确刻画波前曲率及幅度衰减效应, 因而不可避免地引入模型失配。该失配将导致协方差结构偏离真实统计特性, 进而降低近场分布式目标的定位精度与鲁棒性。基于上述原因, 有必要研究并提出一种基于精确传播模型的近场分布式目标定位方法, 以从源头上避免由近似建模带来的性能损失。

2 基于方位矩估计的近场分布式目标定位

本文的目的是估计各分布式目标对应的定位参数, 包括中心入射角与中心距离, 以及角度扩展与距离扩展等统计特征。上述参数隐式地包含在式(4)所给出的协方差积分表达式中。然而, 不同分布式目标的角度-距离分布可能具有不同形状, 且协方差模型涉及对角度与距离域的积分运算, 难以直接从协方差矩阵中解析提取所需的中心参数与扩展参数。为解决上述难题, 本文提出一种基于二阶泰勒展开的方位矩估计方法, 通过将未知的角度-距离分布以其方位矩进行刻画, 从而把协方差积分模型等效近似为一组由方位矩加权的基矩阵线性组合。基于该近似表示, 可以从估计得到的一阶与二阶方位矩中有效恢复分布式目标的中心与扩展参数, 实现对近场分布式目标的精确定位。

首先定义由精确传播导向矢量生成的秩1矩阵

$$\mathbf{D}(\theta, r) = \mathbf{a}(\theta, r) \mathbf{a}^H(\theta, r) \quad (9)$$

令 $(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q)$ 为第 q 个分布式目标的参考点, 并定义方位增量 $\zeta_\theta = \theta - \hat{\theta}_q$ 和 $\zeta_r = r - \hat{r}_q$ 。对非负整数 i 和 l , 定义混合偏导

$$\mathbf{a}^{(i,l)}(\theta, r) = \frac{\partial^{i+l}}{\partial \theta^i \partial r^l} \mathbf{a}(\theta, r) \quad (10)$$

$$\mathbf{D}^{(i,l)}(\theta, r) = \frac{\partial^{i+l}}{\partial \theta^i \partial r^l} \mathbf{D}(\theta, r) \quad (11)$$

由 $\mathbf{D}(\theta, r) = \mathbf{a}(\theta, r) \mathbf{a}^H(\theta, r)$ 以及二维莱布尼茨法则, 有

$$\begin{aligned} & \mathbf{D}^{(i,l)}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q) \\ &= \sum_{\bar{i}=0}^i \sum_{\bar{l}=0}^l \binom{i}{\bar{i}} \binom{l}{\bar{l}} \mathbf{a}^{(\bar{i}, \bar{l})}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q) \left(\mathbf{a}^{(i-\bar{i}, l-\bar{l})}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q) \right)^H \end{aligned} \quad (12)$$

相应的泰勒系数矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)} &= \frac{1}{i!l!} \mathbf{D}^{(i,l)}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q) \\ &= \sum_{\bar{i}=0}^i \sum_{\bar{l}=0}^l \frac{\mathbf{a}^{(\bar{i}, \bar{l})}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q) \left(\mathbf{a}^{(i-\bar{i}, l-\bar{l})}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q) \right)^H}{\bar{i}! \bar{l}! (i-\bar{i})! (l-\bar{l})!} \end{aligned} \quad (13)$$

因此, $\mathbf{D}(\theta, r)$ 在 $(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q)$ 点处的二阶泰勒展开可写为

$$\mathbf{D}(\theta, r) \approx \sum_{i,l \geq 0, i+l \leq 2} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)} \zeta_\theta^i \zeta_r^l \quad (14)$$

定义 $\mu_{i,l}^{(q)} = \mathbb{E}[\zeta_\theta^i \zeta_r^l]$ 为第 q 个分布式目标关于参考点 $(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q)$ 的非中心方位矩, 将式(14)代入式(4), 协方差矩阵可近似为

$$\mathbf{R}_y \approx \sum_{q=1}^Q \sum_{i,l \geq 0, i+l \leq 2} \sigma_q^2 \mu_{i,l}^{(q)} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)} + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (15)$$

实际中, 样本协方差矩阵通常由 I 个快拍估计得到, 即 $\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{I} \sum_{i=1}^I \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)$ 。然后, 通过协方差匹配^[25]准则估计未知参数, 即

$$f(\bar{\boldsymbol{\mu}}) = \left\| \hat{\mathbf{R}}_y - \sum_{q=1}^Q \sum_{i,l \geq 0, i+l \leq 2} \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i,l}^{(q)} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)} - \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \right\|_F^2 \quad (16)$$

其中, $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数, $\bar{\boldsymbol{\mu}} = \left[(\bar{\boldsymbol{\mu}}^{(1)})^T, \dots, (\bar{\boldsymbol{\mu}}^{(Q)})^T, \sigma_n^2 \right]^T$, $\bar{\boldsymbol{\mu}}^{(q)} =$

$\sigma_q^2 [1, \mu_{1,0}^{(q)}, \mu_{0,1}^{(q)}, \mu_{2,0}^{(q)}, \mu_{1,1}^{(q)}, \mu_{0,2}^{(q)}]^T$ 为第 q 个近场分布式目标对应的方位矩矢量。

定义残差矩阵

$$\mathbf{B} = \hat{\mathbf{R}}_y - \sum_{q=1}^Q \sum_{i,l \geq 0, i+l \leq 2} \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i,l}^{(q)} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)} - \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (17)$$

根据式(9), $\mathbf{D}(\theta, r) = \mathbf{a}(\theta, r) \mathbf{a}^H(\theta, r)$ 对任意 (θ, r) 均为 Hermitian 矩阵, 由于 θ 和 r 为实变量, 混合偏导与共轭转置可交换, 因此 $\mathbf{D}^{(i,l)}(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q)$ 仍为 Hermitian 矩阵, 从而 $\mathbf{G}_{i,l}^{(q)}$ 也为 Hermitian 矩阵。进一步, 由于 \mathbf{B} 由 Hermitian 矩阵的线性组合构成, 故 \mathbf{B} 亦为 Hermitian 矩阵。因此代价函数可写为

$f(\bar{\boldsymbol{\mu}}) = \|\mathbf{B}\|_{\text{F}}^2 = \text{trace}(\mathbf{B}^{\text{H}}\mathbf{B}) = \text{trace}(\mathbf{B}^2)$, $\text{trace}(\cdot)$ 为矩阵求迹。由于 \mathbf{B} 相对 $\bar{\boldsymbol{\mu}}$ 是线性的, 由一阶最优性条件可得

$$\frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{\mu}})}{\partial \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i,l}^{(q)}} = -2\text{trace}(\mathbf{B}\mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) = 0 \quad (18)$$

$$\frac{\partial f(\bar{\boldsymbol{\mu}})}{\partial \sigma_n^2} = -2\text{trace}(\mathbf{B}) = 0 \quad (19)$$

将式(17)代入式(18)和式(19), 得到

$$\begin{aligned} & \text{trace}(\hat{\mathbf{R}}_y \mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) \\ &= \sum_{q'=1}^Q \sum_{i',l' \geq 0, i'+l' \leq 2} \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i',l'}^{(q')} \text{trace}(\mathbf{G}_{i',l'}^{(q')} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) \\ &+ \sigma_n^2 \text{trace}(\mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{trace}(\hat{\mathbf{R}}_y) &= \sum_{q'=1}^Q \sum_{i',l' \geq 0, i'+l' \leq 2} \bar{\boldsymbol{\mu}}_{i',l'}^{(q')} \text{trace}(\mathbf{G}_{i',l'}^{(q')}) \\ &+ \sigma_n^2 M \end{aligned} \quad (21)$$

将式(20)和式(21)整理为矩阵形式, 得到

$$\mathbf{U}\bar{\boldsymbol{\mu}} = \mathbf{c} \quad (22)$$

其中,

$$[\mathbf{U}]_{(q,i,l),(q',i',l')} = \text{trace}(\mathbf{G}_{i',l'}^{(q')} \mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) \quad (23)$$

$$[\mathbf{U}]_{(q,i,l),6Q+1} = \text{trace}(\mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) \quad (24)$$

$$[\mathbf{U}]_{6Q+1,6Q+1} = M \quad (25)$$

$$[\mathbf{c}]_{(q,i,l)} = \text{trace}(\hat{\mathbf{R}}_y \mathbf{G}_{i,l}^{(q)}) \quad (26)$$

$$[\mathbf{c}]_{6Q+1} = \text{trace}(\hat{\mathbf{R}}_y) \quad (27)$$

则

$$\bar{\boldsymbol{\mu}} = \mathbf{U}^{-1}\mathbf{c} \quad (28)$$

根据 $\bar{\boldsymbol{\mu}}^{(q)} = \sigma_q^2 [1, \mu_{1,0}^{(q)}, \mu_{0,1}^{(q)}, \mu_{2,0}^{(q)}, \mu_{1,1}^{(q)}, \mu_{0,2}^{(q)}]^{\text{T}}$, 非中心方位矩 $\mu_{i,l}^{(q)}$ 为

$$\mu_{i,l}^{(q)} = \frac{\bar{\boldsymbol{\mu}}_{i,l}^{(q)}}{\bar{\boldsymbol{\mu}}_{0,0}^{(q)}} \quad (29)$$

在给出中心参数更新式之前, 先给出一条与一阶非中心矩相关的基本结论。

引理 1 假设第 q 个近场分布式目标的方位概率密度函数 $\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q)$ 满足归一化条件

$$\int_{\Theta} \int_{\mathcal{R}} \rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) d\theta dr = 1 \quad (30)$$

目标的中心角度与中心距离定义为

$$\bar{\theta}_q = \mathbb{E}[\theta] = \int_{\Theta} \int_{\mathcal{R}} \theta \rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) d\theta dr \quad (31)$$

$$\bar{r}_q = \mathbb{E}[r] = \int_{\Theta} \int_{\mathcal{R}} r \rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) d\theta dr \quad (32)$$

由于方位增量定义为 $\zeta_{\theta} = \theta - \hat{\theta}_q$ 和 $\zeta_r = r - \hat{r}_q$, 则关于参考点的一阶非中心矩满足

$$\mu_{1,0}^{(q)} = \mathbb{E}[\zeta_{\theta}] = \bar{\theta}_q - \hat{\theta}_q \quad (33)$$

$$\mu_{0,1}^{(q)} = \mathbb{E}[\zeta_r] = \bar{r}_q - \hat{r}_q \quad (34)$$

证明 由期望的线性性质, 有

$$\mu_{1,0}^{(q)} = \mathbb{E}[\theta - \hat{\theta}_q] = \mathbb{E}[\theta] - \hat{\theta}_q = \bar{\theta}_q - \hat{\theta}_q \quad (35)$$

同理,

$$\mu_{0,1}^{(q)} = \mathbb{E}[r - \hat{r}_q] = \mathbb{E}[r] - \hat{r}_q = \bar{r}_q - \hat{r}_q \quad (36)$$

证毕。

引理 1 中的假设用于刻画近场分布式目标的典型散射机制。具体而言, 实际目标往往并非理想点散射体, 而是由多个散射单元组成 (例如车辆/人体/舰船等具有几何尺寸的扩展目标或丰富散射环境中的局部散射簇), 从而使回波在角度与距离维度上呈现一定的统计扩展。引理 1 假设角度与距离在目标中心附近服从某种归一化分布, 可理解为散射能量在“角度-距离”域的归一化功率密度; 其一阶矩对应中心角度与中心距离 (即散射簇的统计质心), 而二阶矩刻画角度扩展与距离扩展 (反映目标尺寸或散射簇宽度导致的离散程度)。

由引理 1 可知, 一阶非中心矩刻画了中心参数相对于参考点的偏移量。因此, 在获得 $\mu_{1,0}^{(q)}$ 和 $\mu_{0,1}^{(q)}$ 的估计值后, 可直接完成中心参数估计

$$\hat{\theta}_q = \hat{\theta}_q + \mu_{1,0}^{(q)} \quad (37)$$

$$\hat{r}_q = \hat{r}_q + \mu_{0,1}^{(q)} \quad (38)$$

为提升中心参数估计精度, 可将式(37)和式(38)得到的 $(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q)$ 估计作为新的参考点并重复上述步骤进行参数细化。

在得到第 q 个分布式目标的中心参数 $(\hat{\theta}_q, \hat{r}_q)$ 后, 下一步需要估计角度扩展与距离扩展。注意到扩展参数本质上由二阶中心矩刻画, 因此先定义相对于中心参数的增量 $\bar{\zeta}_{\theta} = \theta - \bar{\theta}_q$ 和 $\bar{\zeta}_r = r - \bar{r}_q$, 则二阶中心矩为

$$\mu_{2,0}^{(q)} = \mathbb{E}[\bar{\zeta}_{\theta}^2] = \sigma_{\theta}^2 \quad (39)$$

$$\mu_{0,2}^{(q)} = \mathbb{E}[\bar{\zeta}_r^2] = \sigma_r^2 \quad (40)$$

因此, 角度扩展和距离扩展可以估计为

$$\hat{\sigma}_{\theta_q} = \sqrt{\mu_{2,0}^{(q)}} \quad (41)$$

$$\hat{\sigma}_{r_q} = \sqrt{\mu_{0,2}^{(q)}} \quad (42)$$

因此, 所提基于方位矩估计的近场分布式目标定位方法具体步骤如下:

步骤 1 获取近场分布式目标快拍采样数据,

根据 $\hat{\mathbf{R}}_y = \frac{1}{I} \sum_{t=1}^I \mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)$ 构造样本协方差矩阵;

步骤 2 利用已有 RARE 方法粗略估计中心参数作为初始参考点;

步骤 3 利用式(15)近似协方差矩阵并利用式(29)估计方位矩;

步骤 4 利用式(37)和式(38)估计中心角度和中心距离, 并将更新后的中心参数作为下一次细化的初始参考点, 重复步骤 3 和 4, 直到达到设置的细化次数;

步骤 5 利用式(41)和式(42)估计角度扩展和距离扩展。

3 克拉美罗界

为定量刻画精确传播模型下近场分布式目标定位性能, 并为后续算法性能评估提供理论基准, 本节推导相应的克拉美罗界。首先, 定义未知参数向量为

$$\boldsymbol{\eta} = [\bar{\theta}_1, \bar{r}_1, \sigma_{\theta_1}, \sigma_{r_1}, \sigma_1^2, \dots, \bar{\theta}_Q, \bar{r}_Q, \sigma_{\theta_Q}, \sigma_{r_Q}, \sigma_Q^2, \sigma_n^2]^T \quad (43)$$

由于假设 $\mathbf{y}(t) \sim \mathcal{CN}(0_M, \mathbf{R}_y)$, 则 Fisher 信息矩阵可表示为

$$[\mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})]_{ij} = I \text{trace} \left(\mathbf{R}_y^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}_y}{\partial \eta_i} \mathbf{R}_y^{-1} \frac{\partial \mathbf{R}_y}{\partial \eta_j} \right) \quad (44)$$

因此, 克拉美罗界可表示为

$$\text{CRB}(\boldsymbol{\eta}) = \mathbf{J}(\boldsymbol{\eta})^{-1} \quad (45)$$

由式(4), 协方差矩阵 \mathbf{R}_y 可以重写为

$$\mathbf{R}_y = \sum_{q=1}^Q \mathbf{R}_q + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (46)$$

其中,

$$\mathbf{R}_q = \sigma_q^2 \int_{\Theta} \int_{\mathcal{R}} \rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) \mathbf{D}(\theta, r) d\theta dr \quad (47)$$

由于 \mathbf{R}_y 相对于信号与噪声功率呈线性关系,

因此其关于 σ_n^2 和 σ_q^2 的偏导分别为

$$\frac{\partial \mathbf{R}_y}{\partial \sigma_n^2} = \mathbf{I}_M \quad (48)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_y}{\partial \sigma_q^2} = \frac{\partial \mathbf{R}_q}{\partial \sigma_q^2} = \int_{\Theta} \int_{\mathcal{R}} \rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q) \mathbf{D}(\theta, r) d\theta dr \quad (49)$$

注意到 \mathbf{R}_q 中的积分项包含 $\rho_q(\theta, r, \mathbf{A}_q)$, 直接在积分号内对 \mathbf{A}_q 求导会引入对概率密度的求导并降低数值稳定性。为此, 本文采用重参数化方式, 引入参数无关的辅助变量 (z_θ, z_r) 及映射 $(\theta, r) = \mathbf{T}_p(z_\theta, z_r; \mathbf{A}_q)$, 从而将导数转化为对固定分布的期望。具体为, 对于高斯分布, 有

$$\theta = \bar{\theta}_q + \sigma_{\theta_q} z_\theta, \quad (50)$$

$$r = \bar{r}_q + \sigma_{r_q} z_r \quad (51)$$

其中, $z_\theta, z_r \sim \mathcal{N}(0, 1)$, $\mathcal{N}(\cdot)$ 表示高斯分布。

对于均匀分布, 有

$$\theta = \bar{\theta}_q + \sqrt{3} \sigma_{\theta_q} z_\theta \quad (52)$$

$$r = \bar{r}_q + \sqrt{3} \sigma_{r_q} z_r \quad (53)$$

其中, $z_\theta, z_r \sim \mathcal{U}[-1, 1]$, $\mathcal{U}(\cdot)$ 表示均匀分布。

然后, 式(47)可表示为

$$\mathbf{R}_q = \sigma_q^2 \mathbb{E}_z[\mathbf{D}(\theta, r)] \quad (54)$$

其中, $(\theta, r) = \mathbf{T}_p(z_\theta, z_r; \mathbf{A}_q)$, $\mathbb{E}_z[\cdot]$ 表示对 (z_θ, z_r) 取期望。对于方位参数 $\tilde{\boldsymbol{\eta}}_q \in \{\bar{\theta}_q, \bar{r}_q, \sigma_{\theta_q}, \sigma_{r_q}\}$, 根据链式法则与期望的线性性质, 得到

$$\frac{\partial \mathbf{R}_q}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}_q} = \sigma_q^2 \mathbb{E}_z \left[\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}_q} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}_q} \right] \quad (55)$$

其中,

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial \theta} = \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \theta} \mathbf{a}^H + \mathbf{a} \left(\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial \theta} \right)^H \quad (56)$$

$$\frac{\partial \mathbf{D}}{\partial r} = \frac{\partial \mathbf{a}}{\partial r} \mathbf{a}^H + \mathbf{a} \left(\frac{\partial \mathbf{a}}{\partial r} \right)^H \quad (57)$$

对于高斯分布和均匀分布, $\partial \theta / \partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}_q$ 和 $\partial r / \partial \tilde{\boldsymbol{\eta}}_q$ 分别为

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{\theta}_q} = 1, \frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{\theta_q}} = z_\theta, \frac{\partial r}{\partial \bar{r}_q} = 1, \frac{\partial r}{\partial \sigma_{r_q}} = z_r \quad (58)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \bar{\theta}_q} = 1, \frac{\partial \theta}{\partial \sigma_{\theta_q}} = \sqrt{3} z_\theta, \frac{\partial r}{\partial \bar{r}_q} = 1, \frac{\partial r}{\partial \sigma_{r_q}} = \sqrt{3} z_r \quad (59)$$

由于式(54)和式(55)难以推导得到闭式表达式,可采用 Monte-Carlo 采样^{[26]-[27]}对其近似求解。生成 G 组独立样本 $\{(z_\theta^{(g)}, z_r^{(g)})\}_{g=1}^G$, 由式(50)-(53)得到 $\{(\theta^{(g)}, r^{(g)})\}_{g=1}^G$, 则

$$\mathbf{R}_q \approx \sigma_q^2 \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G \mathbf{D}(\theta^{(g)}, r^{(g)}) \quad (60)$$

$$\frac{\partial \mathbf{R}_q}{\partial \tilde{\eta}_q} \approx \sigma_q^2 \frac{1}{G} \sum_{g=1}^G \left[\frac{\partial \mathbf{D}(\theta^{(g)}, r^{(g)})}{\partial \theta} \frac{\partial \theta^{(g)}}{\partial \tilde{\eta}_q} + \frac{\partial \mathbf{D}(\theta^{(g)}, r^{(g)})}{\partial r} \frac{\partial r^{(g)}}{\partial \tilde{\eta}_q} \right] \quad (61)$$

将式(60)和式(61)代入式(44)即可构造 Fisher 信息矩阵,进而由式(45)得到各参数的克拉美罗界。

4 仿真实验及分析

为评估所提近场分布式目标定位方法的定位性能,首先定义均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)为

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{QN_e} \sum_{q=1}^Q \sum_{n=1}^{N_e} (\hat{\xi}_q^{(n)} - \xi_q)^2}, \quad (62)$$

其中 $\xi_q \in \{\bar{\theta}_q, \bar{r}_q, \sigma_{\theta_q}, \sigma_{r_q}\}$, N_e 为 Monte-Carlo 实验次数, $\hat{\xi}_q^{(n)}$ 为第 n 次实验对 ξ_q 的估计值。

假设一个由 $M = 33$ 个阵元构成的中心对称均匀线阵接收两个近场分布式目标的回波信号,且相邻阵元间距为 $\lambda/4$, 则其阵列孔径为 $D = (M - 1)\lambda/4 = 8\lambda$, 近场距离范围为 $\mathcal{R} = [14.03\lambda, 128\lambda]$ 。如果不作特殊说明,每个分布式目标的多径数和路径增益方差均为 $\{P_q\}_{q=1}^Q = 50$ 和 $\{\sigma_{\alpha_q}^2\}_{q=1}^Q = 1$, 其中,第一个目标的角度-距离分布服从高斯分布,其定位参数为 $\{\bar{\theta}_1, \bar{r}_1, \sigma_{\theta_1}, \sigma_{r_1}\} = \{10.37^\circ, 15.69\lambda, 1^\circ, \lambda\}$, 第二个目标的角度-距离分布服从均匀分布,其定位参数为 $\{\bar{\theta}_2, \bar{r}_2, \sigma_{\theta_2}, \sigma_{r_2}\} = \{-30.66^\circ, 20.13\lambda, 1^\circ, \lambda\}$ 。

本文将所提方法与 RARE^[23]、SBL^[24]以及所推导 CRB 进行了对比,其中, RARE 为基于菲涅尔近似模型的近场分布式目标定位算法, SBL 为基于精确传播模型的近场定位算法,本文对其结果进行

K-means 聚类^[28]并计算每个类的均值和标准差分别作为中心参数和扩展参数的估计值。对于 RARE 与 SBL, 角度与距离的扫描间隔分别为 0.2° 和 0.2λ , 且 SBL 的最大迭代次数为 300。对于所提方法,采用角度和距离间隔分别为 2° 和 2λ 的 RARE 方法获得中心参数的粗估计,并以此作为初始参考点进行迭代细化,细化次数为 5。Monte-Carlo 仿真实验次数为 300。

实验 1 快拍数对中心参数估计性能的影响。图 1 和图 2 给出了在信噪比为 10 dB 条件下,不同算法随快拍数变化的中心角度与中心距离估计 RMSE 曲线。RARE 与 SBL 的性能随快拍数增加变化相对平缓。其中, RARE 基于菲涅尔近似模型,对导向矢量的相位进行了近似处理,难以避免模型失配, SBL 虽基于精确传播模型并利用信号稀疏性进行估计,但未充分利用分布式目标的角度-距离统计特性,因此其性能提升受限。具体而言,在中心角度估计方面, SBL 明显优于 RARE,而在中心距离估计方面则相反,表明菲涅尔近似引入的模型失配对角度估计更为敏感,造成中心角度估计误差更突出。相比之下,所提方法的 RMSE 随快拍数增大而持续下降,中心角度估计显著优于 RARE 与 SBL,并接近 CRB,中心距离估计整体优于 SBL,在小快拍数时略差于 RARE。其原因在于,所提方法基于协方差匹配准则,当快拍数较小时样本协方差与理论协方差之间存在一定偏差,该偏差对与距离相关的方位矩影响更为显著,从而限制了距离参数的估计精度。随着快拍数增大,样本协方差逐渐收敛于理论协方差,上述偏差不断减小,因而中心距离估计性能也随之明显改善。

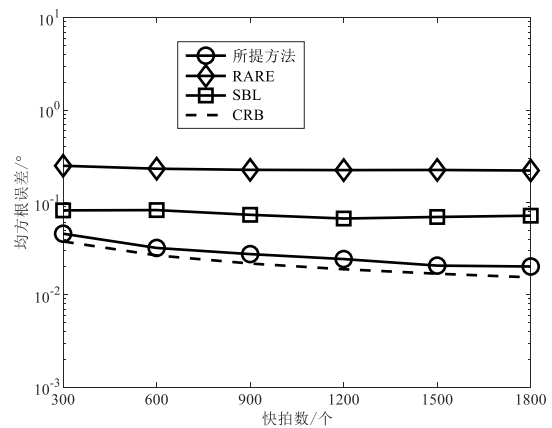


图 1 不同快拍数下各算法的中心角度估计均方根误差曲线

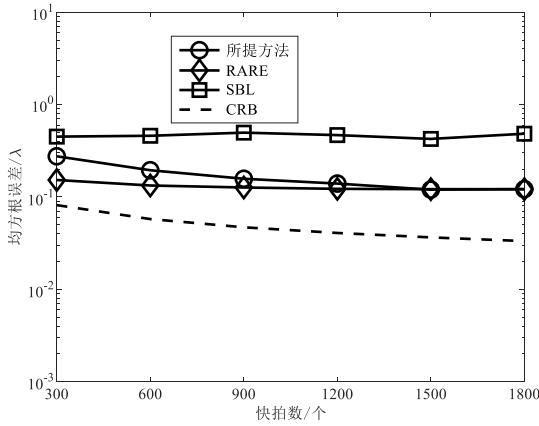


图2 不同快拍数下各算法的中心距离估计均方根误差曲线

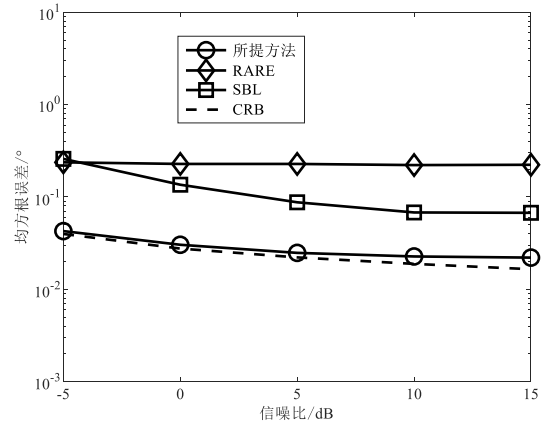


图3 不同信噪比下各算法的中心角度估计均方根误差曲线

实验2 信噪比对中心参数估计性能的影响。图3和图4给出了在快拍数为1200条件下，不同算法随信噪比变化的中心角度与中心距离估计RMSE曲线。RARE的RMSE随信噪比变化几乎保持不变，这是由于其基于菲涅尔近似模型，对精确传播导向矢量的相位进行二阶近似并忽略幅度变化，从而不可避免地产生模型失配，使得误差主要受失配主导，因而对信噪比提升不敏感。相比之下，SBL与所提方法的RMSE均随信噪比升高而逐渐降低，说明在精确传播建模下噪声是主要误差来源之一。然而，SBL虽依托精确传播模型并利用稀疏重构实现定位，但未显式刻画分布式目标的角度-距离统计结构，导致其性能整体弱于所提方法。得益于对角度-距离统计特性的建模与协方差匹配框架，所提方法在中心角度估计方面始终优于RARE和SBL，在中心距离估计方面，其性能与RARE大体相当，在低信噪比时略逊于RARE，但始终显著优于SBL。因此，在模型失配存在时，提高信噪比难以带来明显收益，而在精确传播建模下，充分利用分布式目标统计特性能够显著提升中心参数估计精度。

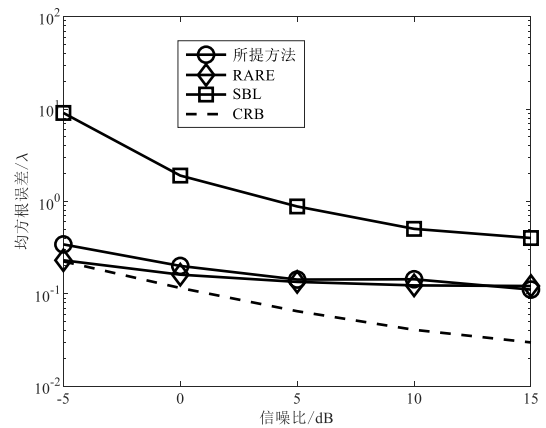


图4 不同信噪比下各算法的中心距离估计均方根误差曲线

实验3 快拍数和信噪比对扩展参数估计性能的影响。图5和图6给出了在信噪比为10 dB条件下，不同算法随快拍数变化的角度扩展与距离扩展估计RMSE曲线，图7和图8给出了在快拍数为1200条件下，不同算法随信噪比变化的角度扩展与距离扩展估计RMSE曲线。所提方法在角度扩展与距离扩展的估计精度上显著优于SBL，并与RARE性能相当。这主要得益于所提方法在协方差建模与参数估计过程中引入了分布式目标的角度-

距离统计信息，从而能够更有效地提取扩展参数对应的高阶统计特征，相比之下，SBL虽基于精确传播模型，但更多依赖稀疏性假设，难以稳定刻画扩展参数的统计结构，因此扩展估计性能相对较弱。此外，随着快拍数或信噪比的增加，所提方法和RARE的扩展参数RMSE逐渐降低并趋于平缓。这表明在高信噪比或大快拍数条件下，噪声与样本协方差误差的影响已显著减弱，所提方法和RARE性能开始主要受二阶泰勒截断误差或菲涅尔近似导致的模型失配的限制。

实验4 扩展程度对中心参数估计性能的影响。图9和图10给出了在信噪比为10 dB和快拍数为1200条件下，不同算法随角度/距离扩展变化的中心角度与中心距离估计RMSE曲线，其中第1个目标的角度扩展与距离扩展均固定为0，第2个目标的角度扩展从0°增加至2.5°，同时其距离扩展同步从0增加2.5λ。因此，该实验对应点目标与分布

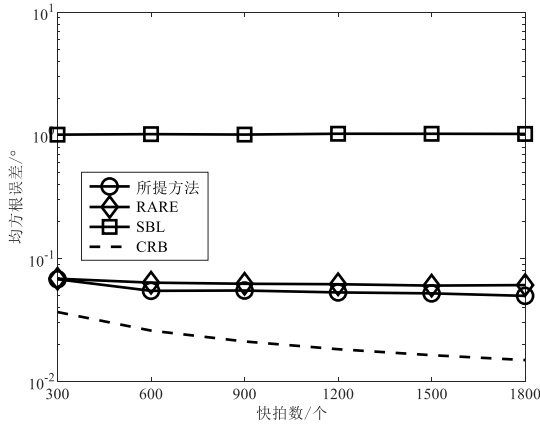


图5 不同快拍数下各算法的角度扩展估计均方根误差曲线

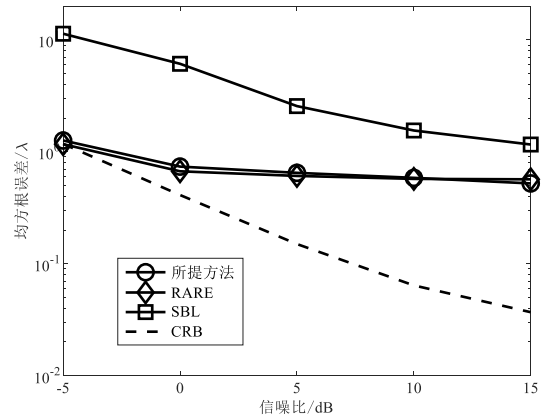


图8 不同信噪比下各算法的距离扩展估计均方根误差曲线

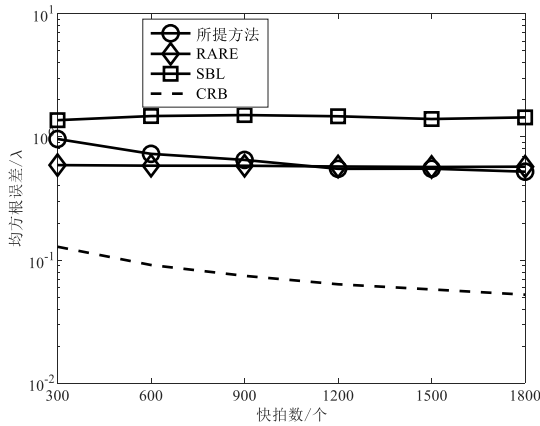


图6 不同快拍数下各算法的距离扩展估计均方根误差曲线

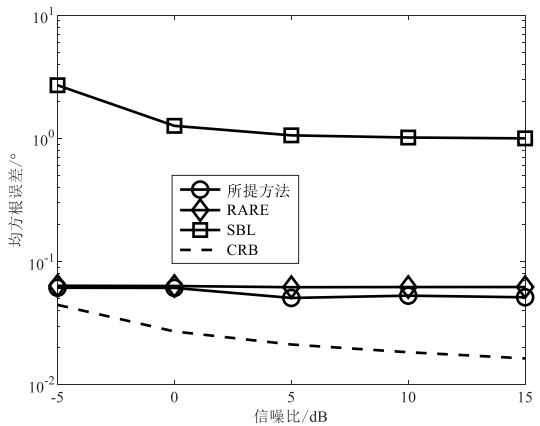


图7 不同信噪比下各算法的角度扩展估计均方根误差曲线

进一步增大时 RMSE 上升更快、性能退化更为明显。其主要原因在于，所提方法在小扩展假设下对协方差矩阵进行二阶泰勒近似，当扩展程度增大时，高阶项贡献不可忽略，截断误差逐渐成为主导因素，同时距离参数对应的相位曲率对扩展更敏感，使得与距离相关的方位矩更易受到高阶项及截断误差影响，因而中心距离估计退化更为显著。

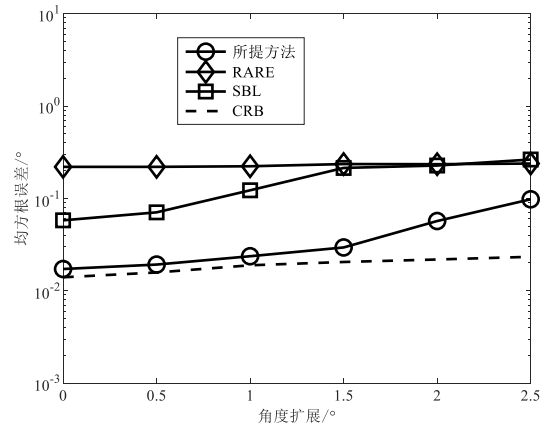


图9 不同扩展程度下各算法的中心角度估计均方根误差曲线

式目标共存的混合场景。随着扩展程度增加，所有方法的估计性能下降，所提方法在中心角度估计上优于 RARE 和 SBL，相比之下，在中心距离估计方面，所提方法在小扩展时保持较高精度，但当扩展

实验 5 多径数对接收信号向量高斯性的影响。为定量评估有限多径条件下接收信号向量分布对高斯假设的偏离程度，采用 Kullback-Leibler (KL) 散度量真实无条件分布与高斯近似分布之间的差异。具体而言，考虑单快拍场景下，在给定全部路径几何参数集合 $\Xi = \{(\theta_{q,p}, r_{q,p})\}$ 时，由于复散射系数为零均值复高斯且相互独立，接收信号向量 $\mathbf{y}(t)$ 的条件分布为零均值复高斯

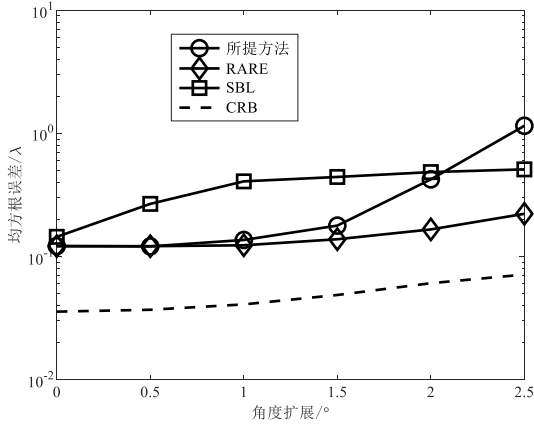


图10 不同扩展程度下各算法的中心距离估计均方根误差曲线

$$\omega(\mathbf{y}|\boldsymbol{\Xi}) = \frac{1}{\pi^M \det(\mathbf{R}(\boldsymbol{\Xi}))} \exp(-\mathbf{y}^H \mathbf{R}^{-1}(\boldsymbol{\Xi}) \mathbf{y}) \quad (63)$$

其中，随机条件协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{R}(\boldsymbol{\Xi}) &= \sum_{q=1}^Q \frac{\sigma_q^2}{P_q} \sum_{p=1}^{P_q} \mathbf{a}(\theta_{q,p}, r_{q,p}) \mathbf{a}^H(\theta_{q,p}, r_{q,p}) + \sigma_n^2 \mathbf{I}_M \quad (64) \end{aligned}$$

进一步地，由于每条路径的几何参数 $(\theta_{q,p}, r_{q,p})$ 独立同分布并服从概率密度函数 $\rho_q(\theta, r, \mathcal{A}_q)$ ，则 $\boldsymbol{\Xi}$ 的联合密度可表示为

$$\omega(\boldsymbol{\Xi}) = \prod_{q=1}^Q \prod_{p=1}^{P_q} \rho_q(\theta, r, \mathcal{A}_q) \quad (65)$$

因此，接收信号向量的真实无条件分布为对隐变量 $\boldsymbol{\Xi}$ 的边缘化，即

$$\omega(\mathbf{y}) = \int \omega(\mathbf{y}|\boldsymbol{\Xi}) \omega(\boldsymbol{\Xi}) d\boldsymbol{\Xi} \quad (66)$$

当 P_q 有限时， $\omega(\mathbf{y})$ 一般并非单一复高斯分布，而是由随机协方差矩阵诱导的高斯混合分布。作为近似模型，在多径数足够大时由中心极限定理其可以假设服从零均值复高斯分布

$$\mathbf{v}(\mathbf{y}) = \frac{1}{\pi^M \det(\mathbf{R}_y)} \exp(-\mathbf{y}^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{y}) \quad (67)$$

其中， \mathbf{R}_y 为式(4)的理论协方差矩阵。最后，以真实分布 $\omega(\mathbf{y})$ 为基准，定义其与高斯近似 $\mathbf{v}(\mathbf{y})$ 之间的KL散度为

$$D_{\text{KL}}(\omega||\mathbf{v}) = \mathbb{E}_{\omega}[\ln \omega(\mathbf{y}) - \ln \mathbf{v}(\mathbf{y})] \quad (68)$$

通过在不同多径数下计算 $D_{\text{KL}}(\omega||\mathbf{v})$ ，即可量化有限多径条件下高斯近似误差随多径数变化的

趋势。

由于真实无条件分布 $\omega(\mathbf{y})$ 为高斯混合，其对数密度 $\ln \omega(\mathbf{y})$ 一般无闭式表达。为此，采用分层嵌套Monte-Carlo采样对KL散度进行数值估计。首先，外层采样 N 次隐变量 $\boldsymbol{\Xi}_n \sim \omega(\boldsymbol{\Xi})$ ，并在给定 $\boldsymbol{\Xi}_n$ 的条件下生成 $\mathbf{y}_n \sim \omega(\mathbf{y}|\boldsymbol{\Xi}_n) = \mathcal{CN}(0_M, \mathbf{R}(\boldsymbol{\Xi}_n))$ ， $n = 1, 2, \dots, N$ 。则由全概率公式可知，上述过程生成的 \mathbf{y}_n 满足 $\mathbf{y}_n \sim \omega(\mathbf{y})$ 。为近似 $\omega(\mathbf{y}_n) = \int \omega(\mathbf{y}_n|\boldsymbol{\Xi}) \omega(\boldsymbol{\Xi}) d\boldsymbol{\Xi}$ ，内层独立采样 O 次 $\boldsymbol{\Xi}'_o \sim \omega(\boldsymbol{\Xi})$ ，并构造对应协方差 $\mathbf{R}(\boldsymbol{\Xi}'_o)$ 。则 $\hat{\omega}(\mathbf{y}_n) = \frac{1}{O} \sum_{o=1}^O \omega(\mathbf{y}_n|\boldsymbol{\Xi}'_o) =$

$\frac{1}{O} \sum_{o=1}^O \mathcal{CN}(\mathbf{y}_n; 0_M, \mathbf{R}(\boldsymbol{\Xi}'_o))$ ，将 $\omega(\mathbf{y})$ 用 $\hat{\omega}(\mathbf{y})$ 近似，即可得到KL散度的估计

$$\hat{D}_{\text{KL}}(\omega||\mathbf{v}) = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (\ln \hat{\omega}(\mathbf{y}_n) - \ln \mathbf{v}(\mathbf{y}_n)) \quad (69)$$

其中，高斯对数近似密度 $\ln \mathbf{v}(\mathbf{y}_n)$ 为

$$\ln \mathbf{v}(\mathbf{y}_n) = -M \ln \pi - \ln \det(\mathbf{R}_y) - \mathbf{y}_n^H \mathbf{R}_y^{-1} \mathbf{y}_n \quad (70)$$

图11展示了在不同信噪比下，真实无条件分布 $\omega(\mathbf{y})$ 与高斯近似 $\mathbf{v}(\mathbf{y})$ 之间的KL散度随多径数变化曲线，其中，内外层样本数均为10000，当信噪比为-5 dB时，观测向量的能量主要由加性复高斯噪声贡献，即使信号项在有限多径下对应“随机协方差高斯混合”，其幅度相对噪声较弱，导致 $\omega(\mathbf{y})$ 的高阶统计特性被噪声主导，整体表现出更接近单一复高斯的特性，因此KL散度本身较低，而随着信噪比增大，噪声项影响减弱，观测向量的统计特性逐渐由信号项主导，此时，有限多径导致的随机协方差效应不再被噪声遮蔽， $\omega(\mathbf{y})$ 更接近“协方差随机”的高斯混合。因此，在小多径数区域，如多径数为5时，KL散度明显增大，而随着多径数增加，KL散度快速下降。当多径数增加到30左右后，KL散度已降低到 10^{-2} 以下，此时，观测矢量具有较好的高斯性，表明 $\mathbf{v}(\mathbf{y})$ 具有较好的高斯逼近精度。

实验6 多径数对中心参数估计性能的影响。图12和图13给出了在信噪比为10 dB和快拍数为1200条件下，不同算法随多径数变化的中心角度与中心距离估计RMSE曲线。随着多径数增加，各算法的误差曲线整体变化较为平缓。其原因在于本

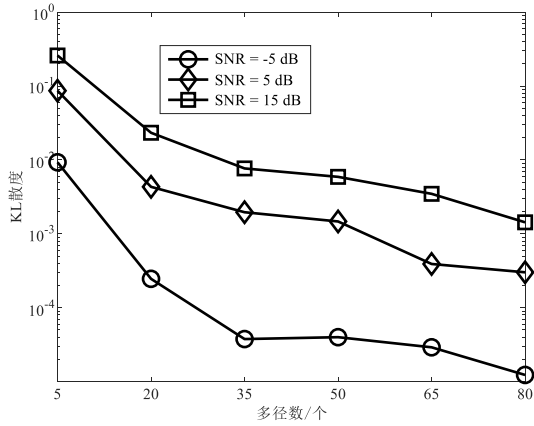


图11 不同信噪比下KL散度随多径数变化曲线

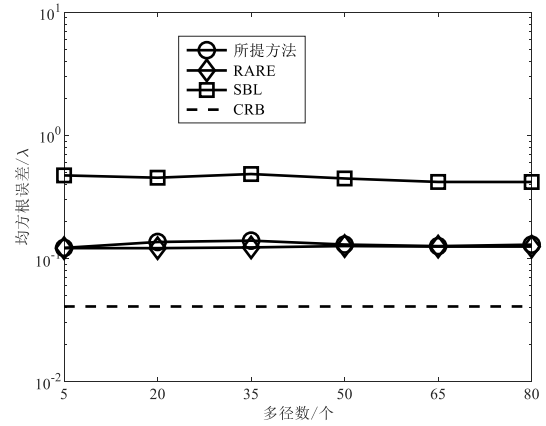


图13 不同多径数下各算法的中心距离估计均方根误差曲线

文所讨论的方法均以样本协方差矩阵为主要输入并基于二阶统计量进行处理。即使多径数为1，只要观测窗口内具有足够的快拍数，样本协方差矩阵仍可稳定逼近式(4)所示的理论协方差矩阵，从而保证不同多径数下估计误差不会出现明显波动。需要强调的是，本实验采用有限多径模型生成数据，因此接收信号向量的无条件分布一般并非严格的单一复高斯，而更接近由随机几何参数诱导的“高斯混合”分布。在这一非严格高斯场景下，所提方法依然保持稳定的估计性能，说明所提方法并不依赖严格的高斯分布假设。本文关于接收向量高斯性的讨论主要用于CRB推导时获得Fisher信息矩阵的闭式表达，以便开展理论下界分析，该技术性假设并不会影响实际算法在有限多径条件下的估计性能，这一点也与文献[18]中的相关结论一致。

实验7 不同算法的仿真时间对比。表1给出了在信噪比为10 dB和快拍数为1200条件下，不同算法仿真时间对比结果。SBL由于需要在角度-距离二维网格上进行联合迭代求解，且迭代次数较多，因此计算开销显著、复杂度最高，RARE将角度维与距离维分离处理，分别进行一维谱峰搜索，计算量相对较低。相比之下，所提方法以粗估计得到的参考点为中心，仅在其邻域内进行少量参数，避免了大范围二维扫描与高次数迭代，表现出最短的仿真时间，相较SBL提速约680倍，较RARE提速约1.7倍。

表1 仿真时间对比

算法	平均仿真时间/秒
所提方法	0.0156
RARE	0.0279
SBL	10.7136

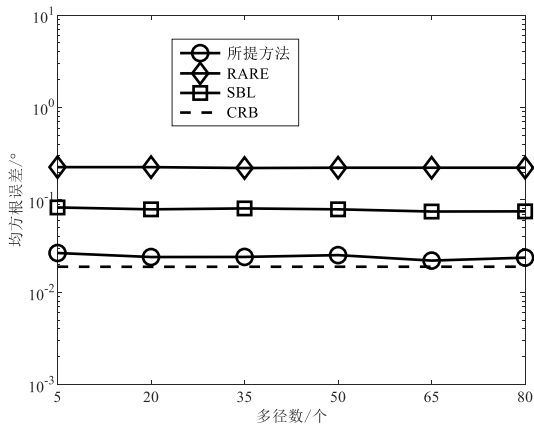


图12 不同多径数下各算法的中心角度估计均方根误差曲线

综合以上实验结果可知，本文所提基于精确传播模型的近场分布式目标定位方法在中心参数与扩展参数估计精度上整体性能优于RARE与SBL。相较于RARE受菲涅尔近似模型失配限制、SBL未充分利用角度-距离统计结构的不足，所提方法能够更有效地挖掘分布式目标的统计信息，在精度与鲁棒性方面表现更佳。与此同时，所提方法仅需在参考点邻域进行少量细化操作，计算开销显著低于二维网格迭代的SBL，并优于需一维谱峰搜索的RARE，从而更有利于工程实时应用与推广。

5 结束语

本文提出了一种基于精确球面波传播模型与方位矩估计的近场分布式目标定位方法。该方法通过对阵列流形进行二阶泰勒展开,建立了阵列协方差与目标方位矩之间的线性映射关系,从而在协方差匹配框架下推导出了中心参数与扩展参数的闭式解,并结合参考点迭代策略实现了参数的精细化估计。同时,推导了该场景下的精确 CRB,为算法性能评估提供了统一的理论基准。仿真结果表明,所提方法相较于基于菲涅尔近似模型的 RARE 方法能够有效避免由幅度项忽略与相位高阶截断造成的系统性模型失配,相较于 SBL 方法,所提方法可充分利用分布式目标的二阶统计结构,在中心参数与扩展参数估计上获得更优的综合性能,同时显著降低了计算开销,为近场分布式目标的实时感知与高精度处理提供了一种可行途径。

参考文献:

- [1] Chen H, Fang J, Wang W, et al. Near-field target localization for EMVS-MIMO radar with arbitrary configuration[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2024, 60(4): 5406-5417.
- [2] 邵凯, 王泓谕, 王光宇. STAR-RIS 辅助的通信系统中混合场波束成形方案设计[J]. *通信学报*, 2025, 46(07): 109-118.
Shao K, Wang H Y, Wang G Y. Design of hybrid field beamforming scheme for STAR-RIS-aided communication systems[J]. *Journal on Communications*, 2025, 46(07): 109-118.
- [3] Lin L, Wang M, Shi Z, et al. ISAC-enabled near-field high-mobility UAV localization: analysis, bounds and algorithm[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2025, doi: 10.1109/TAES.2025.3602379.
- [4] Yang S, Chen H, Liu W, et al. Near-field channel estimation and localization: recent developments, cooperative integration, and future directions[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2025, 42(1): 60-73.
- [5] Wang Z, Ramezani P, Liu Y, et al. Near-field localization and sensing with large-aperture arrays: from signal modeling to processing[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2025, 42(1): 74-87.
- [6] 陈光辉, 曾孝平, 焦爽. 基于阵列划分的近场 DOA 估计算法[J]. *电子学报*, 2022, 50(9): 2110-2118.
Chen G H, Zeng X P, Jiao S. Near-field DOA estimation algorithm using array partition[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2022, 50(9): 2110-2118.
- [7] Fang J, Chen H, Liu W, et al. Three-dimensional localization of mixed near-field and far-field sources based on a unified exact propagation model[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2025, 73: 245-258.
- [8] 秦宇楠, 孙晓颖, 刘国红. 基于协方差差分的近场源定位参量估计[J]. *电子学报*, 2021, 49(1): 177-182.
Qin Y D, Sun X Y, Liu G H. Passive localization for near-field sources based on covariance difference[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2021, 49(1): 177-182.
- [9] Zhang Y, Gao H, Chen M, Wang Q. A localization method for mixed far-field and near-field sources based on exact spatial propagation geometry under impulsive noise[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2025, doi: 10.1109/TVT.2025.3624067.
- [10] 房玉琢, 许志勇, 赵兆. 基于近似核密度估计的近场多声源定位算法[J]. *通信学报*, 2017, 38(1): 106-116.
Fang Y Z, Xu Z Y, Zhao Z. Near-field localization algorithm of multiple sound sources based on approximated kernel density estimator[J]. *Journal on communications*, 2017, 38(1): 106-116.
- [11] He J, Shu T, Li L, et al. Mixed near-field and far-field localization and array calibration with partly calibrated arrays[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2022, 70: 2105-2118.
- [12] Lu Z, Han Y, Jin S, et al. Near-field localization and channel reconstruction for ELAA systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2024, 23(7): 6938-6953.
- [13] Luan M, Wang B, Zhao Y, et al. Phase design and near-field target localization for RIS-assisted regional localization system[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2022, 71(2): 1766-1777.
- [14] Valaee S, Champagn B, Kabal P. Parametric localization of distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1995, 43(9): 2144-2153.
- [15] Tian Q, Cai R. A low-complexity DOA estimation algorithm for distributed source localization[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2023, 72: 8000504.
- [16] Liu F, Tang K, Su Z, et al. LP-DSPE algorithm for angular parameter estimation of coherently distributed sources[J]. *IEEE Communications Letters*, 2022, 26(1): 79-83.
- [17] Zoubir A, Wang Y, Cherg P. Efficient subspace-based estimator for localization of multiple incoherently distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(2): 532-542.
- [18] Hu A, Lv T, Gao H, et al. An ESPRIT-based approach for 2-D localization of incoherently distributed sources in massive MIMO systems[J]. *IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing*, 2014, 8(5): 996-101.
- [19] Shahbazpanahi S, Valaee S, Gershman A B. A covariance fitting approach to parametric localization of multiple incoherently distributed sources[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2004, 52(3): 592-600.
- [20] Tian Y, Liu W, Xu H, et al. 2-D DOA estimation of incoherently distributed sources considering gain-phase perturbations in massive MIMO systems[J]. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 2022, 21(2): 1143-1155.
- [21] Yang L, Li J, Chen F, et al. Joint angular-frequency distribution estimation via spatial-temporal sparse sampling and low-rank matrix recovery[J]. *Signal Processing*, 2023, 206: 108918.
- [22] 刘亚鹏, 高洪元, 张志伟, 等. 单比特大规模 MIMO 系统的非相干分布源角度参数估计方法[J]. *通信学报*, 2025, 46(01): 1-12.
Liu Y P, Gao H Y, Zhang Z W, et al. Angular parameter estimation method for incoherently distributed sources in one-bit massive MIMO system[J]. *Journal on Communications*, 2025, 46(01): 1-12.
- [23] Tian Y, Gao X, Liu W, et al. Localization of mixed far-field and near-field incoherently distributed sources using two-stage RARE estimator[J]. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023, 59(2): 1482-1494.
- [24] Liu F, Yuan Z, Guo Q, et al. Joint near-field uplink communication and

localization using message passing-based sparse Bayesian learning[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(5): 7666-7675.

- [25] Ottersten B, Stopica P, Roy R. Covariance matching estimation techniques for array signal processing applications[J]. Digital Signal Processing, 1998, 8(3): 185-210.
- [26] Cafilisch R E. Monte Carlo and quasi-Monte Carlo methods[J]. Acta Numerica, 1998, 7: 1-49.
- [27] Cheng Y, Liu L, Ping L. An integral-based approach to orthogonal AMP[J]. IEEE Signal Processing Letters, 2021, 28: 194-198.
- [28] Nie F, Li Z, Wang R, et al. An effective and efficient algorithm for K-means clustering with new formulation[J]. IEEE Transactions on Knowledge and Data Engineering, 2023, 35(4): 3433-3443.



刘亚鹏 (1999-), 男, 河北邯郸人, 哈尔滨工程大学博士生, 主要研究方向为阵列信号处理、目标定位、优化理论与应用。



高洪元 (1977-), 男, 黑龙江木兰人, 博士, 哈尔滨工程大学副教授、博士生导师, 主要研究方向为信号处理、无线通信与网络和人工智能理论及其应用等。



望明星 (1995-), 男, 河南人, 电子科技大学博士后, 主要研究方向为雷达信号处理、分布式相参 MIMO 雷达、高速微弱目标检测等。



吴林隆 (1992-), 男, 安徽人, 电子科技大学教授, 博士生导师, 主要研究方向为雷达波形设计、阵列信号处理、通感一体化等。