

基于叠加导频方案的 AFDM 稀疏信道估计与数据检测

曹喆^{1,2}, 温淼文^{1,2}, 黄煜³, 陈芳炯^{1,2}

(1. 华南理工大学电子与信息学院, 广东 广州 510641; 2. 广东省短距离无线探测与通信重点实验室, 广东 广州 510640;
3. 广州大学电子与通信工程学院智能通信工程研究中心, 广东 广州 510006)

摘要: 针对仿射频分复用 (AFDM) 机制中传统嵌入式导频 (EMP) 因保护间隔引起的频谱效率受限问题, 提出了一种迭代叠加导频 (ISP) 方案及其对应的信道估计和数据检测算法。首先, AFDM 系统的时域信道矩阵是一个由多条对角线组成的稀疏带状矩阵。因此, 将信道估计构建为稀疏信号恢复问题, 并采用正交匹配追踪 (OMP) 算法实现信道估计。其次, 利用信道矩阵的块状准带状结构, 开发了一种低复杂度的期望传播 (EP) 数据检测算法。在稀疏信道估计和基于 EP 的检测之间交替进行, 以迭代优化性能。仿真结果表明, 在同等频谱效率下, ISP 方案的性能显著优于 EMP 基准方案。

关键词: 仿射频分复用; 信道估计; 叠加导频; 期望传播

中图分类号: TN92

文献标志码: A

DOI: 10.11959/j.issn.1000-436x.2025253

Sparse channel estimation and data detection for AFDM with superimposed pilot scheme

CAO Zhe^{1,2}, WEN Miaowen^{1,2}, HUANG Yu³, CHEN Fangjiong^{1,2}

1. School of Electronic and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510641, China

2. Guangdong Provincial Key Laboratory of Short-Range Wireless Detection and Communication, Guangzhou 510640, China

3. Research Center of Intelligent Communication Engineering, School of Electronics and Communication Engineering, Guangzhou University, Guangzhou 510006, China

Abstract: To address the problem of limited spectral efficiency caused by the guard interval in conventional embedded pilot (EMP) channel estimation schemes for affine frequency division multiplexing (AFDM), an iterative superimposed pilot (ISP) scheme was proposed. For AFDM systems, the time-domain channel matrix was a sparse banded matrix composed of multiple diagonals. Hence, channel estimation was formulated as a sparse signal recovery problem and used the orthogonal matching pursuit (OMP) algorithm to exploit the channel sparsity. For data detection, a low-complexity expectation propagation (EP) algorithm was developed by utilizing the block quasi-banded structure of the channel matrix. The ISP framework alternated between sparse channel estimation and EP-based detection to iteratively refine performance. Simulation results show that the proposed ISP scheme significantly outperforms the EMP baseline.

Keywords: AFDM, channel estimation, superimposed pilot, expectation propagation

收稿日期: 2025-11-10; 修回日期: 2025-12-19

通信作者: 陈芳炯, eefjchen@scut.edu.cn

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (No.62271208); 广东基础和应用基础研究基金资助项目 (No.2024A1515011107); 广西重点研发计划基金资助项目 (No.AB25069510)

Foundation Items: The National Natural Science Foundation of China (No.62271208), The Guangdong Basic and Applied Basic Research Foundation (No.2024A1515011107), The Guangxi Key Research and Development Program (No.AB25069510)

0 引言

未来无线通信 (5G/6G) 需要在高移动性环境中确保鲁棒的连接。当前标准中被广泛采用的正交频分复用 (OFDM, orthogonal frequency division multiplexing), 在时变 (双选择性) 信道中由于多普勒扩展, 变得极易受到载波间干扰的影响。这种由多普勒效应引起的载波间干扰会破坏子载波的正交性, 并导致显著的性能下降, 从而限制了 OFDM 在高移动性环境中的应用^[1-2]。

为解决此问题, 研究人员已提出多种适用于时变信道的调制方案, 以通过发射分集来提升系统性能。文献[3-4]开发的时间选择性信号与接收技术, 显著改善了多径衰落信道中的性能。文献[5-7]引入正交时频空 (OTFS, orthogonal time frequency space) 调制, 并将其作为 OFDM 在时变信道中的一种替代方案。通过将符号在延迟-多普勒域而非时频域上进行扩展, OTFS 在延迟-多普勒信道中展现出相较于 OFDM 的显著优势。然而, 巨大的导频开销和复杂的收发机算法阻碍了 OTFS 的实际应用。为缓解这些挑战, 文献[8-9]开发了一种基于离散仿射傅里叶变换 (DAFT, discrete affine Fourier transform) 的新型调制方案, 称为仿射频分复用 (AFDM, affine frequency division multiplexing)。DAFT 是离散傅里叶变换 (DFT, discrete Fourier transform) 的一种推广, 其特点是具有两个可调参数, 可以根据双色散信道的多普勒扩展进行优化, 以实现最优分集。AFDM 被认为是下一代高移动性无线通信系统中极具竞争力的技术。多项研究已探索了 AFDM 的潜力, 包括选择线性调频参数以在静态信道中获得误码率 (BER, bit error rate) 性能的下界^[10], 以及在感知与通信一体化中的适用性^[11]。仿真结果表明, 在双选择性信道中, AFDM 的误码率性能与 OTFS 相当, 并显著优于 OFDM^[12]。

尽管先前的研究强调了 AFDM 的优势, 但大多数研究都假设了完美的信道状态信息 (CSI, channel state information), 这在实际中是需要进行估计的。在 AFDM 的相关文献中, 已存在一些信道估计的研究。文献[12]为 AFDM 的单输入单输出架构提出了一种嵌入式导频辅助 (EMP, embedded pilot aided) 符号的信道估计方案。文献[13]介绍了一种低复杂度的 EMP 对角重构信道估计方案。然而, 这些方案需要空保护间隔来防止导频和数据

符号之间的干扰。插入这些空保护间隔会降低频谱效率, 尤其是在最大延迟和最大多普勒频移的情况下。

获得信道的状态信息后, 就需要进行符号检测。目前在接收机方面, 已经有很多研究成果。例如, 文献[14]针对理想和低分辨率模数转换器下的大规模离散 MU-MIMO (multi-user multiple-input multiple-output) 系统, 分别提出了低复杂度和信息理论最优接收机, 并且过去提出的多种检测器已被应用于 AFDM 系统中。例如, 文献[15]利用 LDL 分解, 为 AFDM 数据检测引入了一种低复杂度的 MMSE 检测器。文献[16]通过利用稀疏因子图以及对干扰的高斯近似, 将消息传递 (MP, message passing) 检测技术应用到 AFDM 系统中, 在分数延迟-多普勒信道下, AFDM 在仿射傅里叶域会遭受能量扩散的影响。为解决此问题, 文献[17]提出了一种基于酉变换的近似消息传递 (UAMP, unitary transformation based approximate MP) 算法。然而, MP 检测器在高信噪比区域受到误码率平台效应的困扰。这个误码率平台效应成了一个显著的瓶颈, 严重阻碍了符号检测精度的提升。

受上述文献启发, 为了进一步提高 AFDM 系统在信道估计时的频谱效率、实现低复杂度的接收机、突破传统 MP 算法的平台效应, 本文提出了一种不使用零保护间隔的方案进行信道估计, 并且设计了一个有效利用 AFDM 信道稀疏性的低复杂度接收机。本文主要贡献总结如下。

1) 提出了一种数据符号与导频完全叠加的传输框架, 即迭代叠加导频 (ISP, iterative superimposed pilot) 方案。与 EMP 方案依赖于零保护间隔 (其数量取决于最大延迟和最大多普勒频移) 不同, ISP 方案消除了对零保护间隔的需求。ISP 方案将数据干扰视为高斯噪声, 通过信道估计与符号检测迭代运行消除数据对信道估计的干扰。通过利用 AFDM 信道的稀疏性^[18], 将信道估计问题重构为稀疏信号恢复问题, 并应用了正交匹配追踪 (OMP, orthogonal matching pursuit) ^[19] 算法来估计信道。

2) 提出了一种低复杂度的期望传播 (EP, expectation propagation) 检测器。为避免 MP 检测中的误码率平台效应以及传统 EP 检测器^[20]的高复杂度, 本文提出了一种基于带状矩阵分块求逆的低复杂度 EP 检测器。利用期望传播理论实现对数据信

号后验分布的局部近似并进行更新迭代, 逐步逼近真实的后验分布。但是传统的 EP 算法在进行矩匹配时复杂度很高, 所以本文利用 AFDM 信道稀疏性, 将矩匹配过程的被求逆矩阵进行分解处理, 降低求逆复杂度。

3) 蒙特卡罗仿真表明, ISP 方案通过将稀疏信道估计与低复杂度数据检测相结合, 在一个统一的框架内解决了干扰和计算效率低下的问题, 从而相较于 EMP 方案取得了显著的误码率改善, 尤其是在高多普勒扩展场景下, 提出的低复杂度 EP 检测器的性能在高信噪比下明显优于 MP 算法。

1 系统模型

本节介绍发射端的调制过程。设 \mathbf{x} 表示一个 $N \times 1$ 尺寸的 QPSK 符号向量, 其中符号来自星座点集合 \mathcal{A} 。根据文献[12], 调制信号的第 n 个元素可以表示为

$$s[n] = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{m=0}^{N-1} x[m] e^{j2\pi(c_1 n^2 + \frac{1}{N} mn + c_2 m^2)} \quad (1)$$

其中, c_1 和 c_2 是决定 DAFT 和逆 DAFT 的两个啁啾参数。式(1)可以表示为矩阵形式 $\mathbf{s} = \mathbf{A}_{c_1}^H \mathbf{F}^H \mathbf{A}_{c_2}^H \mathbf{x}$, 其中 $\mathbf{A}_{c_1} = \text{diag}(e^{-j2\pi c_1 n^2}), n = 0, 1, \dots, N-1$, $\mathbf{A}_{c_2} = \text{diag}(e^{-j2\pi c_2 m^2}), m = 0, 1, \dots, N-1$ 且 $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 是归一化的 N 点 DFT 矩阵。在发送前, 为了使信道呈现周期性, 需要在信号前添加一个长度为 L_{cpp} 的线性调频周期性前缀, 表示为

$$s[n] = s[N+n] e^{-j2\pi c_1 (N^2 + 2Nn)}, n = -L_{\text{cpp}}, \dots, -1 \quad (2)$$

其中, L_{cpp} 被设置为一个大于或等于最大信道延迟的整数。考虑一个具有 P 条路径的时变信道, 其在时间 n 和延迟 l 处为

$$g_n(l) = \sum_{i=1}^P h_i e^{-j2\pi f_i l} \delta(l - l_i) \quad (3)$$

其中, h_i 、 l_i 和 f_i 分别指代与第 i 条路径相关的信道系数、延迟和多普勒频移。本文定义 $\alpha_i = Nf_i$ 。此外, $l_i \in [0, l_{\text{max}}]$ 且 $\alpha_i \in [-\alpha_{\text{max}}, \alpha_{\text{max}}]$, 其中, 整数 l_i 和 α_i 分别表示第 i 条路径的延迟和多普勒索引, l_{max}

和 α_{max} 分别代表最大延迟和多普勒频移。此外, h_i 服从 $\mathcal{CN}(0, \beta_{h_i})$ 分布^[21], CSI 向量 $\tilde{\mathbf{h}} = [h_1, h_2, \dots, h_p]^T \in \mathbb{C}^{P \times 1}$ 被建模为一个零均值复高斯随机向量, 其协方差矩阵为

$$\mathbf{C}_{\tilde{\mathbf{h}}} = \mathbb{E} \{ \tilde{\mathbf{h}} \tilde{\mathbf{h}}^H \} = \text{diag} \{ \beta_{h_1}, \dots, \beta_{h_p} \} \quad (4)$$

然后, 基于式(3)中信道的输入-输出关系可以表示为

$$r[n] = \sum_{l=0}^{\infty} s[n-l] g_n(l) + \omega[n] \quad (5)$$

其中, 时域中的噪声 $\omega[n] \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2)$ 。经过 DAFT 操作后, 式(5)中时域接收信号的矩阵形式 \mathbf{r} 变换回 DAFT 域后可以向量化为

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}_{c_2} \mathbf{F} \mathbf{A}_{c_1} \mathbf{r} = \sum_{i=1}^P h_i \mathbf{A}_{c_2} \mathbf{F} \mathbf{A}_{c_1} \mathbf{H} \mathbf{A}_{c_1}^H \mathbf{F}^H \mathbf{A}_{c_2}^H \mathbf{x} + \tilde{\omega} = \mathbf{H}_{\text{eff}} \mathbf{x} + \tilde{\omega} \quad (6)$$

其中, $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 是接收向量; 噪声向量 $\tilde{\omega} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 定义为 $\tilde{\omega} = \mathbf{A}_{c_2} \mathbf{F} \mathbf{A}_{c_1} \omega$, 其满足 $\mathbb{E} \{ \tilde{\omega} \} = \mathbf{0}_{N \times 1}$ 和 $\mathbb{E} \{ \tilde{\omega} \tilde{\omega}^H \} = \sigma^2 \mathbf{I}_N$; $\mathbf{H} = \mathbf{\Gamma}_{\text{cpp}_i} \mathbf{A}_{f_i} \mathbf{\Pi}^l$ 是信道的矩阵表示, $\mathbf{\Pi}$ 是置换 (即前向循环移位) 矩阵, $\mathbf{A}_{f_i} \triangleq \text{diag}(e^{-j2\pi f_i n})$, $\mathbf{\Gamma}_{\text{cpp}_i}$ 是一个 $N \times N$ 的对角矩阵

$$\mathbf{\Gamma}_{\text{cpp}_i} = \begin{cases} e^{-j2\pi c_1 (N^2 - 2N(l_i - n))}, & 0 \leq n < l_i \\ 1, & l_i \leq n \leq N-1 \end{cases} \quad (7)$$

因此, 接收向量 \mathbf{y} 的第 p 个元素可写为

$$y[p] = \sum_{i=1}^P h_i e^{j\frac{2\pi}{N} (Nc_1 l_i^2 - ql_i + Nc_2 (q^2 - p^2))} x[q] + \tilde{\omega}[p] \quad (8)$$

其中, $q = \langle p + \text{loc}_i \rangle_N$, $\text{loc}_i = \langle \alpha_i + 2Nc_1 l_i \rangle_N$ 。根据文献[12]可知, $c_1 = \frac{2\alpha_{\text{max}} + 1}{2N}$ 且 c_2 可以是任意无理数, 或者是一个远小于 $\frac{1}{2N}$ 的有理数^[16]。

2 基于叠加导频的 AFDM 信道估计

2.1 接收预处理

为了利用 AFDM 信道的稀疏性, 式(8)的表达式可以重构为

$$y[p] = \sum_{m=0}^{N-1} x[m] e^{j\frac{2\pi}{N} \left[Nc_1 \left[\left\langle \frac{t-p+Nc_1-\frac{1}{2}}{2N} + \frac{1}{2} \right\rangle_N \right]^2 - t \left[\left\langle \frac{t-p+Nc_1-\frac{1}{2}}{2N} + \frac{1}{2} \right\rangle_N + Nc_2 (t^2 - p^2) \right] \right]} h_{\left\langle m-p+Nc_1-\frac{1}{2} \right\rangle_N - Nc_1 + \frac{1}{2}} + \tilde{\omega}[p] \quad (9)$$

其中, $t = \langle p + q \rangle_N, p, q = 0, 1, \dots, N - 1$ 。为了简化公式, 式(9)可以被向量矩阵化为

$$\mathbf{y} = \mathbf{X}_c \odot \boldsymbol{\Xi} \mathbf{h} + \tilde{\omega} \quad (10)$$

其中, $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 是一个稀疏向量, 其非零元素仅在第 loc_i 个位置上; $\boldsymbol{\Xi} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 是一个元素为 $\boldsymbol{\Xi}(p, q) = e^{j \frac{2\pi}{N} [Nc_1 \varepsilon^2 - t\varepsilon + Nc_2(t^2 - p^2)]}$ 的矩阵, $\varepsilon = \left\lfloor \frac{\left\langle t - p + Nc_1 - \frac{1}{2} \right\rangle_N + \frac{1}{2}}{2N} \right\rfloor$; $\mathbf{X}_c \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 是一个循环矩阵, 定义为

$$\mathbf{X}_c = \begin{bmatrix} x[0] & x[1] & \cdots & x[N-1] \\ x[1] & x[2] & \cdots & x[0] \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ x[N-1] & x[0] & \cdots & x[N-2] \end{bmatrix} \quad (11)$$

然后, 式(10)可以被表示为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Psi} \mathbf{h} + \tilde{\omega} \quad (12)$$

其中, $\boldsymbol{\Psi} \in \mathbb{C}^{N \times N}$ 的第 i 列 ($i = 0, 1, \dots, N - 1$) 记作 $\boldsymbol{\Psi}[i]$, 表达式为

$$\boldsymbol{\Psi}[i] = \begin{bmatrix} \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{\Omega}_i(0, n) x[n] \\ \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{\Omega}_i(1, n) x[n] \\ \vdots \\ \sum_{n=0}^{N-1} \boldsymbol{\Omega}_i(N-1, n) x[n] \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中, $\boldsymbol{\Omega}_i$ 为

$$\boldsymbol{\Omega}_i = \text{diag} \left(\left[\boldsymbol{\Xi}(0, i), \boldsymbol{\Xi}(1, i), \dots, \boldsymbol{\Xi}(N-1, i) \right]^T \right) \boldsymbol{\Pi}^i \quad (14)$$

2.2 传输信号的叠加导频频结构

在传统的 EMP 方案^[12]中, 如图 1(a)所示, 信道估计使用 DAFT 域中的以下帧结构进行信道估计。

$$x[p] = \begin{cases} x_{\text{pilot}}, & p = 0 \\ 0, & 1 \leq p \leq Q, N' + 1 \leq p \leq N - 1 \\ x_{\text{data}}, & Q + 1 \leq p \leq N' \end{cases} \quad (15)$$

其中, $Q = (l_{\max} + 1)(2\alpha_{\max} + 1) - 1$, $N' = N - Q - 1$ 。该结构总共需要 $N_{\text{guard}} = 2Q$ 个空保护间隔用于 AFDM 信道估计。在具有显著多普勒频移的高移动性场景中, 需要较大的 N_{guard} 来防止数据符号的干扰。然而, 由低延迟需求和高移动性环境

中的信道老化问题驱动的 AFDM 帧的短持续时间, 对 AFDM 帧大小施加了严格的限制, 从而对频谱效率产生不利影响。为解决这些限制, 本文提出了一种 ISP 方案, 使整个 AFDM 帧都可以用于数据传输, 如图 1(b)所示。传输信号模型可以表示为

$$\mathbf{x} = \sqrt{\phi} \mathbf{d} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p} \quad (16)$$

其中, 导频信号为 $\mathbf{p} = [p_0, p_1, \dots, p_{N-1}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$, 数据信号为 $\mathbf{d} = [d_0, d_1, \dots, d_{N-1}]^T \in \mathbb{C}^{N \times 1}$ 。假设向量 \mathbf{d} 的零均值独立同分布 (i.i.d.) 元素的功率为 $\mathbb{E}\{|d_n|^2\} = \phi$, 导频功率为 $\mathbb{E}\{|p_n|^2\} = \lambda$, 并且每个符号的总功率为 $\lambda + \phi = 1$ 。

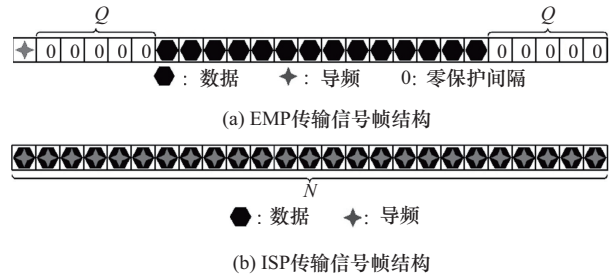


图 1 EMP 和 ISP 传输信号帧结构

2.3 基于叠加导频频结构的信道估计

考虑式(16)中的传输信号模型, 式(12)中描述的向量化输入-输出关系可以重构为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Psi}_p \mathbf{h} + \boldsymbol{\Psi}_d \mathbf{h} + \tilde{\omega} \quad (17)$$

根据 ISP 方案, 接收信号 \mathbf{y} 包括来自数据的影响和来自导频的干扰。由于数据和导频在统计上是独立的且数据符号 \mathbf{x} 假设为零均值, 根据大数定律, 干扰项 $\boldsymbol{\Psi}_d$ 在统计上表现为零均值的随机过程。因此, 本文将数据干扰与白噪声 $\tilde{\omega}$ 合并建模为等效噪声。式(17)中的接收信号向量可以重新表示为

$$\mathbf{y} = \boldsymbol{\Psi}_p \mathbf{h} + \underbrace{\boldsymbol{\Psi}_d \mathbf{h} + \tilde{\omega}}_{\hat{\omega}} = \boldsymbol{\Psi}_p \mathbf{h} + \hat{\omega} \quad (18)$$

其中, 干扰向量 $\hat{\omega}$ 的均值为 $\boldsymbol{\mu}_{\hat{\omega}} = \mathbb{E}\{\hat{\omega}\} = \mathbf{0}_{N \times 1}$, 协方差为 $\mathbf{C}_{\hat{\omega}} = \mathbb{E}\{\hat{\omega} \hat{\omega}^H\} = \left(\left(\sum_{i=1}^P \beta_{h_i} \right) \phi + \sigma^2 \right) \mathbf{I}_N = \sigma_{\hat{\omega}}^2 \mathbf{I}_N$ 。根据式(18)的变换, \mathbf{h} 变为一个稀疏向量, 其非零值仅在特定位置, 所以本文将 AFDM 信道

估计问题重构为一个使用感知矩阵 Ψ_p 的稀疏信号恢复问题, 可以使用 OMP 算法^[19]来解决这个问题。初次估计的信道向量 $\hat{\mathbf{h}}^{(0)}$ 为

$$\hat{\mathbf{h}}^{(0)} = \left(\tilde{\Psi}_p^H \tilde{\Psi}_p \right)^{-1} \tilde{\Psi}_p^H \mathbf{y} \quad (19)$$

其中, $\tilde{\Psi}_p$ 是一个由 P 个最有利于在 Ψ_p 中重构稀疏信号的列向量组成的矩阵。确定 $\tilde{\Psi}_p$ 的方法在文献[22]中有详细阐述。OMP 算法的均方误差 (MSE, mean squared error) 为

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{h,0} &= \mathbb{E} \left\{ \left\| \mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}^{(0)} \right\|_2^2 \right\} = \\ \sigma_\omega^2 \text{Tr} \left\{ \left(\tilde{\Psi}_p^H \tilde{\Psi}_p \right)^{-1} \right\} &= \frac{P}{\lambda N} \left(\sum_{i=1}^P \beta_{h_i} \right) \phi + \sigma^2 \end{aligned} \quad (20)$$

3 期望传播检测器

3.1 EP 算法原理

本节利用式(19)中估计的向量 $\hat{\mathbf{h}}^{(0)}$ 来推导等效信道矩阵 $\hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)}$ 。通过从接收信号中减去导频信号获得用于符号检测的信号, 如式(21)所示。

$$\mathbf{y}_d = \mathbf{y} - \sqrt{\lambda} \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \mathbf{p} = \sqrt{\phi} \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \mathbf{d} + \tilde{\omega}_d \quad (21)$$

其中, $\tilde{\omega}_d$ 是噪声估计误差向量, $\tilde{\omega}_d = \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} (\sqrt{\phi} \mathbf{d} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p}) + \tilde{\omega}$, $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} = \mathbf{H}_{\text{eff}}^{(0)} - \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)}$, $\mathbb{E} \{ \tilde{\omega}_d \} = \mathbf{0}_{N \times 1}$, $\mathbb{E} \{ \tilde{\omega}_d \tilde{\omega}_d^H \} \approx (\mathcal{G}_{h,0} + \sigma^2) \mathbf{I}_N = \sigma_{\omega,0}^2 \mathbf{I}_N$ 。给定上述模型, 估计得到的数据向量 \mathbf{d} 的后验概率为

$$\begin{aligned} p(\mathbf{d} | \mathbf{y}_d) &= p(\mathbf{y}_d | \mathbf{d}) p(\mathbf{d}) = \\ \mathcal{CN} \left(\mathbf{y}_d | \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \mathbf{d}, \sigma_{\omega,0}^2 \mathbf{I}_N \right) \prod_{i=1}^N \mathbb{I}_{d_i \in \mathcal{A}} \end{aligned} \quad (22)$$

其中, $\mathcal{CN}(\mathbf{y}_d | \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \mathbf{d}, \sigma_{\omega,0}^2 \mathbf{I}_N)$ 是 \mathbf{y}_d 的似然函数; $\prod_{i=1}^N \mathbb{I}_{d_i \in \mathcal{A}}$ 是指示函数, 如果 $d_i \in \mathcal{A}$, 则其值为 1, 否则为 0, \mathcal{A} 是信号的星座点集合。MAP 估计器的目标是识别一个能使方程式(22)中定义的目标函数最大化的向量。然而, 当 N 很大时, 该优化在计算上变得具有挑战性且通常不可行, 使问题过于复杂而无法有效解决。EP 是一种旨在使用从指数族中抽取的分布来近似目标概率分布^[23-24]的迭代算法。其实现的方法是通过最小化近似概率分布与真实概

率分布之间的 Kullback-Leibler 散度^[25], 找到一个与式(22)中真实后验分布非常相似的可处理的分布 $q(\mathbf{d})$ 。所以基于式(22)的 MAP 估计器可以被表示为

$$\hat{\mathbf{d}} = \underset{\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{N \times 1}}{\text{argmax}} p(\mathbf{d} | \mathbf{y}_d) \approx \underset{\mathbf{d} \in \mathbb{C}^{N \times 1}}{\text{argmax}} q_1(\mathbf{d}) q_2(\mathbf{d}) \quad (23)$$

其中, $p(\mathbf{y}_d | \mathbf{d}) \approx q_1(\mathbf{d}) = \mathcal{CN}(\mathbf{d} | \boldsymbol{\mu}_1, \mathbf{V}_1)$, $p(\mathbf{d}) \approx q_2(\mathbf{d}) = \mathcal{CN}(\mathbf{d} | \boldsymbol{\mu}_2, \mathbf{V}_2)$ 。根据似然函数的概率密度函数, 可以得到

$$\boldsymbol{\mu}_1 = \left(\left(\hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^H \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^{-1} \left(\hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^H \mathbf{y}_d \quad (24)$$

$$\mathbf{V}_1 = \sigma_{\omega,0}^2 \left(\left(\hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^H \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^{-1} \quad (25)$$

根据高斯分布的统计特征^[20], 可以得到

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{V} \left(\sigma_{\omega,0}^{-2} \left(\hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^H \mathbf{y}_d + \left(\mathbf{V}_2 \right)^{-1} \boldsymbol{\mu}_2 \right) \quad (26)$$

$$\mathbf{V} = \left(\sigma_{\omega,0}^{-2} \left(\hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} \right)^H \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(0)} + \left(\mathbf{V}_2 \right)^{-1} \right)^{-1} \quad (27)$$

其中, $\boldsymbol{\mu}_2 = [\mu_{2,1}, \dots, \mu_{2,N}]^T$, $\mathbf{V}_2 = \text{diag}(v_{2,1}, \dots, v_{2,N})$ 。然后, 通过递归更新参数对 $(\mu_{2,i}, v_{2,i})$, 以多项式复杂度来近似式(26)和式(27)的解。在第一次迭代时, 初始化

$$\boldsymbol{\mu}_2^{[0]} = \kappa \mathbf{1}_{N \times 1} \quad (28)$$

$$\mathbf{V}_2^{[0]} = \rho \mathbf{I}_N \quad (29)$$

其中, $\kappa, \rho \in (0, 1)$ 。因此, EP 算法的迭代过程如下。

1) 计算第 l 次迭代的边缘分布

$$\begin{aligned} q_v^{[l]}(d_i) &= \frac{q^{[l]}(d_i)}{q_{2,i}^{[l]}(d_i)} = \\ \frac{\mathcal{CN}(d_i | \mu_i^{[l]}, v_i^{[l]})}{\mathcal{CN}(d_i | \mu_{2,i}^{[l-1]}, v_{2,i}^{[l-1]})} &= \mathcal{CN}(d_i | \mu_v^{[l]}, v_v^{[l]}) \end{aligned} \quad (30)$$

其中, $\mu_i^{[l]}$ 和 $v_i^{[l]}$ 分别代表向量 $\boldsymbol{\mu}^{[l]}$ 的第 i 个元素和矩阵 $\mathbf{V}^{[l]}$ 对角线上的第 i 个元素, 即 $q_v^{[l]}(d_i)$ 的均值和方差, 计算式分别为

$$\mu_v^{[l]} = v_v^{[l]} \left[\mu_i^{[l]} \left(v_i^{[l]} \right)^{-1} - \mu_{2,i}^{[l-1]} \left(v_{2,i}^{[l-1]} \right)^{-1} \right] \quad (31)$$

$$v_v^{[l]} = \left[\left(v_i^{[l]} \right)^{-1} - \left(v_{2,i}^{[l-1]} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (32)$$

2) 计算分布 $\hat{p}^{[l]}(d_i)$ 的均值 $\mu_{p_i}^{[l]}$ 和方差 $\sigma_{p_i}^{2[l]}$

$$\mu_{p_i}^{[l]} = \mathbb{E}_{\hat{p}^{[l]}(d_i)}[d_i] = \frac{\sum_{d_i \in \mathcal{A}} d_i \mathcal{CN}(d_i | \mu_v^{[l]}, v_v^{[l]})}{\sum_{d_i \in \mathcal{A}} \mathcal{CN}(d_i | \mu_v^{[l]}, v_v^{[l]})} \quad (33)$$

$$\mathbb{E}_{\hat{p}^{[l]}(d_i)}[d_i^2] = \frac{\sum_{d_i \in \mathcal{A}} |d_i|^2 \mathcal{CN}(d_i | \mu_v^{[l]}, v_v^{[l]})}{\sum_{d_i \in \mathcal{A}} \mathcal{CN}(d_i | \mu_v^{[l]}, v_v^{[l]})} \quad (34)$$

$$\sigma_{p_i}^{2[l]} = \mathbb{E}_{\hat{p}^{[l]}(d_i)}[d_i^2] - \left(\mu_{p_i}^{[l]}\right)^2 \quad (35)$$

其中, $\hat{p}^{[l]}(d_i) \propto q^{[l]}(d_i) \mathbb{I}_{d_i \in \mathcal{A}}$

3) 更新均值 $\mu_{2,i}^{[l]}$ 和方差 $v_{2,i}^{[l]}$

$$\mu_{2,i}^{\text{new}} = v_{2,i}^{\text{new}} \left[\mu_{p_i}^{[l]} \left(\sigma_{p_i}^{2[l]} \right)^{-1} - \mu_{2,i}^{[l]} \left(v_{2,i}^{[l]} \right)^{-1} \right] \quad (36)$$

$$v_{2,i}^{\text{new}} = \left[\left(\sigma_{p_i}^{2[l]} \right)^{-1} - \left(v_{2,i}^{[l]} \right)^{-1} \right]^{-1} \quad (37)$$

当均值向量 μ 的变化量小于给定阈值 ς (如 $\varsigma = 10^{-4}$) 或已达到最大迭代次数时, 该算法停止。为确保所提算法的鲁棒收敛, 可以通过采用一种平滑技术^[23]稳定参数更新, 其中更新的参数值为其先前值与新计算值的加权组合, 表示为

$$\mu_{2,i}^{[l]} = \zeta \mu_{2,i}^{\text{new}} + (1 - \zeta) \mu_{2,i}^{[l-1]} \quad (38)$$

$$v_{2,i}^{[l]} = \zeta v_{2,i}^{\text{new}} + (1 - \zeta) v_{2,i}^{[l-1]} \quad (39)$$

其中, $\zeta \in [0, 1)$ 是平滑参数。当算法收敛或达到最大迭代次数时, ISP 方案中的初步估计信号可以通过式(26)和式(27)获得, 如式(40)所示。

$$\hat{d} = \mu \quad (40)$$

3.2 低复杂度 EP 检测器

在每次 EP 迭代期间, 对参数对 $(\mu_{2,i}^{[l]}, v_{2,i}^{[l]})$ (其中 $i = 0, \dots, N-1$) 的更新计算可达到 $O(N)$ 的线性复杂度, 因为它们完全依赖于加、减、乘、除等基本算术运算。EP 算法的计算复杂度主要由方程式(27)中协方差矩阵 V 的计算决定。对于较大的 N 值, 直接计算 V 会使计算量巨大, 这主要是因为与矩阵求逆相关的大量计算。令 $\Phi_0 = \sigma_{\omega,0}^{-2} (\hat{H}_{\text{eff}}^{(0)})^H \hat{H}_{\text{eff}}^{(0)} + (V_2)^{-1}$, 由于 AFDM 信道的稀疏性, 信道矩阵的对角元素被限制在特定区域, 如图 2(a) 中的浅色区域所示。基于这一观察, 本文推导出了矩阵 Φ_0 的结构, 如图 2(b) 所示。该图揭示了它是一个对称的准

带状矩阵。因此, 可以利用矩阵的该性质设计一个低复杂度的矩阵求逆算法。带状矩阵 Φ_0^{-1} 的低复杂度求逆过程如下所述。

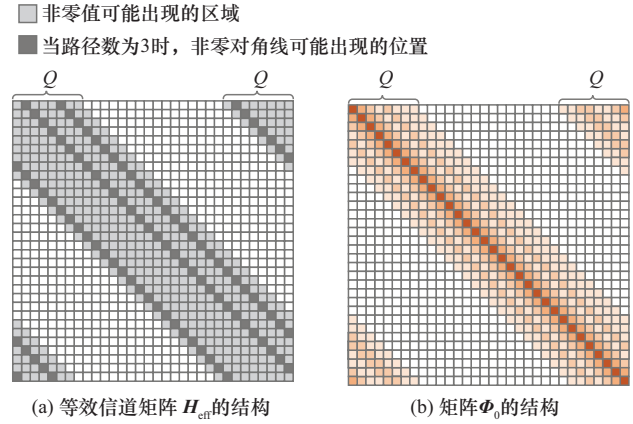


图 2 等效信道矩阵 H_{eff} 和矩阵 Φ_0 的结构

1) 矩阵 Φ_0 的 LU 分解。矩阵 Φ_0 的 LU 分解如图 3 所示, 并可以在数学上表示为

$$\Phi_0 \stackrel{(a)}{=} \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix} \quad (41)$$

其中, 矩阵 Φ_0 的分块由 (a) 导出, $A \in \mathbb{R}^{l \times l}$, $B \in \mathbb{R}^{l \times \varrho}$, $C \in \mathbb{R}^{\varrho \times l}$, $D \in \mathbb{R}^{\varrho \times \varrho}$, $l \triangleq N - \varrho$ 。式(41)是通过 Φ_0 的 LU 分解得到的, 其中 $A_1 \in \mathbb{R}^{l \times l}$ 和 $A_2 \in \mathbb{R}^{l \times l}$ 分别表示下三角和上三角矩阵, $C_1 \in \mathbb{R}^{\varrho \times l}$ 和 $B_2 \in \mathbb{R}^{l \times \varrho}$, $D_1 \in \mathbb{R}^{\varrho \times \varrho}$ 和 $D_2 \in \mathbb{R}^{\varrho \times \varrho}$ 分别表示下三角和上三角矩阵。

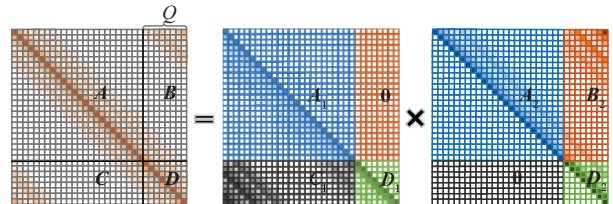


图 3 带状矩阵 Φ_0 的 LU 分解

2) Φ_0^{-1} 的重构。经过 LU 分解后, Φ_0^{-1} 可以表示为

$$\Phi_0^{-1} = \begin{bmatrix} A_2 & B_2 \\ 0 & D_2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} A_1 & 0 \\ C_1 & D_1 \end{bmatrix}^{-1(a)} = \begin{bmatrix} A_2^{-1} & -A_2^{-1} B_2 D_2^{-1} \\ 0 & D_2^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1^{-1} & 0 \\ -D_1^{-1} C_1 A_1^{-1} & D_1^{-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_1 & M_2 \\ M_3 & M_4 \end{bmatrix} \quad (42)$$

其中, (a) 的推导利用了分块矩阵求逆的方法, 并且有

$$\mathbf{M}_1 = \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{A}_1^{-1} + \mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{B}_2 \mathbf{M}_4 \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1^{-1} \quad (43)$$

$$\mathbf{M}_2 = -\mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{B}_2 \mathbf{M}_4 \quad (44)$$

$$\mathbf{M}_3 = -\mathbf{M}_4 \mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1^{-1} \quad (45)$$

$$\mathbf{M}_4 = \mathbf{D}_2^{-1} \mathbf{D}_1^{-1} \quad (46)$$

3) \mathbf{M}_1 、 \mathbf{M}_2 、 \mathbf{M}_3 和 \mathbf{M}_4 的计算。首先, \mathbf{M}_4 的计算复杂度为 $O(Q^3)$ 。为了降低 \mathbf{M}_2 和 \mathbf{M}_3 的计算复杂度, 如图3所示, 矩阵 \mathbf{A}_2 和 \mathbf{A}_1 可以分别近似为带宽为 Q 的带状上三角和带状下三角矩阵。通过将带状结构与后向替换算法相结合, \mathbf{A}_2^{-1} 可以在 $O(iQ^2)^{[26]}$ 的线性计算复杂度内实现, \mathbf{A}_2^{-1} 的计算过程如算法1所示。随后, 在观察矩阵 \mathbf{B}_2 中非零元素的位置分布后, 仅保留 \mathbf{B}_2 的前 βQ 行和最后 Q 行, 如图4所示, 以实现近似计算。因此, $\mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{B}_2$ 的计算复杂度减少为 $O(\beta i(Q^2 + Q))$, 其中, 参数 β 控制近似的精度。类似的处理可以用于计算 $\mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1^{-1}$ 。 \mathbf{M}_1 被分为两部分, 如式(43)所示, 利用前面提出的方法计算这两部分, 可以降低第一部分的计算复杂度。考虑到 \mathbf{A}_1^{-1} 和 \mathbf{A}_2^{-1} 都是带状三角矩阵, $\mathbf{A}_2^{-1} \mathbf{A}_1^{-1}$ 的计算复杂度利用后向替换算法可以降低至 $O(iQ^2)$ 。此外, 利用如图4所示的近似矩阵乘法运算规则, \mathbf{M}_1 的第二部分可以用 $O((\beta + 1)Q^3)$ 的计算复杂度进行近似。

算法1 后向替换算法求解带状矩阵 \mathbf{A}_2 的逆

输入 带状矩阵 \mathbf{A}_2 , 带宽 Q

输出 逆矩阵 \mathbf{A}_2^{-1}

1) 初始化将 Ψ 设置为与 \mathbf{A}_2 大小相同的零矩阵

2) for $j = 1:1:N$

3) for $i = j - 1:1$

4) if $i = j$ then

5) $\Psi(i, j) = \frac{1}{A_2}$

6) else

7) sum = 0;

8) for $k = i + 1:1:\min(i + Q, j)$

9) sum = sum + $A_2(i, k) \times \Psi(k, j)$

10) end for

11) $\Psi(i, j) = -\frac{\text{sum}}{A_2(i, i)}$

12) end if

13) end for

14) end for

15) $\mathbf{A}_2^{-1} = \Psi$

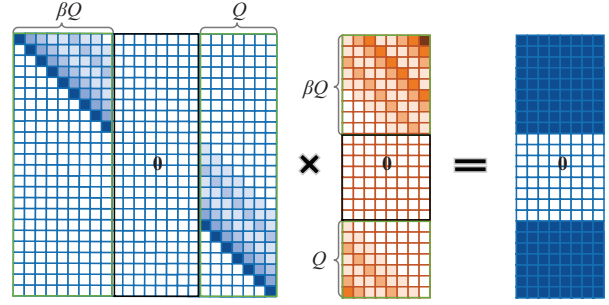


图4 \mathbf{A}_2^{-1} 和 \mathbf{B}_2 的近似矩阵乘法计算

3.3 迭代叠加导频信道估计

如前所述, 本文获得了一个初始数据估计, 并将其与导频向量 \mathbf{p} 一起用于实现数据辅助的信道估计。

1) 迭代信道估计: 根据式(13), 第 n 次迭代的数据矩阵 $\hat{\Psi}_d^{(n)}$ 可以表示为

$$\hat{\Psi}_d^{(n)} = \left[\sqrt{\phi} \boldsymbol{\Omega}_0 \hat{\mathbf{d}}^{(n-1)}, \sqrt{\phi} \boldsymbol{\Omega}_1 \hat{\mathbf{d}}^{(n-1)}, \dots, \sqrt{\phi} \boldsymbol{\Omega}_{N-1} \hat{\mathbf{d}}^{(n-1)} \right] \quad (47)$$

因此, 接收信号 \mathbf{y} 可以表示为

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}_{p,d}^{(n)} \mathbf{h} + \gamma_d^{(n)} \quad (48)$$

其中, 数据辅助导频矩阵 $\mathbf{W}_{p,d}^{(n)} = \Psi_p + \hat{\Psi}_d^{(n)}$, $\gamma_d^{(n)} = (\Psi_d - \hat{\Psi}_d^{(n)}) \mathbf{h} + \tilde{\omega}$, $\mathbb{E}\{\gamma_d^{(n)}\} = \mathbf{0}_{N \times 1}$, $\gamma_d^{(n)}$ 的协方差矩阵可以表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_\gamma^{(n)} &= \mathbb{E}\{\gamma_d^{(n)} \gamma_d^{(n)H}\} = \\ &= \mathbb{E}\left\{\left((\Psi_d - \hat{\Psi}_d^{(n)}) \mathbf{h} + \tilde{\omega}\right)\left((\Psi_d - \hat{\Psi}_d^{(n)}) \mathbf{h} + \tilde{\omega}\right)^H\right\} = \\ &= \mathbb{E}\left\{\left((\Psi_d - \hat{\Psi}_d^{(n)}) \mathbf{h}\right)\left((\Psi_d - \hat{\Psi}_d^{(n)}) \mathbf{h}\right)^H\right\} + \mathbb{E}\{\tilde{\omega} \tilde{\omega}^H\} = \\ &= \left(2 \left(\sum_{i=1}^P \beta_{h_i}\right) \phi + \sigma^2\right) \mathbf{I}_N = \sigma_\gamma^2 \mathbf{I}_N \end{aligned} \quad (49)$$

与式(19)相似, 第 n 次迭代的信道估计结果为

$$\hat{\mathbf{h}}^{(n)} = \left(\bar{\mathbf{W}}_{p,d}^{(n)H} \bar{\mathbf{W}}_{p,d}^{(n)} \right)^{-1} \bar{\mathbf{W}}_{p,d}^{(n)H} \mathbf{y} \quad (50)$$

其中, $\bar{\mathbf{W}}_{p,d}^{(n)}$ 是一个由几个最有利于在 $\mathbf{W}_{p,d}^{(n)}$ 中重构稀疏信号的列向量组成的矩阵。因此, 第 n 次迭代的MSE定义为

$$\begin{aligned} \mathcal{G}_{h,n} &= \mathbb{E}\left\{\left\|\mathbf{h} - \hat{\mathbf{h}}^{(n)}\right\|_2^2\right\} = \\ &= \sigma_\gamma^2 \text{Tr} \left\{ \left(\bar{\mathbf{W}}_{p,d}^{(n)H} \bar{\mathbf{W}}_{p,d}^{(n)} \right)^{-1} \right\} = \frac{2}{N} \left(\sum_{i=1}^P \beta_{h_i} \right) \phi + \sigma^2 \end{aligned} \quad (51)$$

2) 迭代数据检测: 利用式(50)中估计的向量 $\hat{\mathbf{h}}^{(n)}$ 来推导等效信道矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)}$ 。在第 n 次迭代时用于检测数据的信号为

$$\mathbf{y}_d = \mathbf{y} - \sqrt{\lambda} \hat{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} \mathbf{p} = \sqrt{\phi} \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} \mathbf{d}^{(n)} + \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} (\sqrt{\lambda} \mathbf{p}) + \tilde{\boldsymbol{\omega}} \quad (52)$$

令 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^{(n)} = \tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} (\sqrt{\phi} \mathbf{d}^{(n)} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p}) + \tilde{\boldsymbol{\omega}}$, 其中 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^{(n)}$ 表示从第 n 次迭代获得的噪声估计误差向量, 其协方差矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbb{E}\{\tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^{(n)} \tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^{(n)\text{H}}\} &= \mathbb{E}\left\{\left(\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} (\sqrt{\phi} \mathbf{d}^{(n)} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p}) + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\right) \cdot \right. \\ &\left. \left(\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} (\sqrt{\phi} \mathbf{d}^{(n)} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p}) + \tilde{\boldsymbol{\omega}}\right)^{\text{H}}\right\} = \\ &\mathbb{E}\left\{\left(\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} (\sqrt{\phi} \mathbf{d}^{(n)} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p})\right) \right. \\ &\left. \left(\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)} (\sqrt{\phi} \mathbf{d}^{(n)} + \sqrt{\lambda} \mathbf{p})\right)^{\text{H}}\right\} + \\ &\mathbb{E}\{\tilde{\boldsymbol{\omega}} \tilde{\boldsymbol{\omega}}^{\text{H}}\} = \frac{2}{N} \left(\sum_{i=1}^P \beta_{h_i}\right) \phi + \frac{N+2}{N} \sigma^2 \end{aligned} \quad (53)$$

然后, 本文采用提出的低复杂度 EP 算法进行数据检测。当收敛或达到预设的最大迭代次数时, 获得最终的信道和数据估计。迭代信道估计和数据检测的整个过程如算法 2 所示。

算法 2 用于 ISP 方案的迭代信道估计和数据检测

输入 \mathbf{y} , $\boldsymbol{\Psi}_p$, σ^2 , \mathbf{C}_h , $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_d^{(0)}$

输出 信道估计 $\hat{\mathbf{h}}$ 和数据估计 $\hat{\mathbf{d}}$

- 1) 初始化 $n = 1$
- 2) while $n \leq K - 1$ do
- 3) 利用 $\hat{\boldsymbol{\Psi}}_d^{(n-1)}$ 计算 $\mathbf{W}_{p,d}^{(n-1)}$
- 4) 利用式(50)和式(51)计算 $\hat{\mathbf{h}}^{(n)}$ 和 $\mathcal{G}_{h,n}$
- 5) 计算等效信道矩阵 $\tilde{\mathbf{H}}_{\text{eff}}^{(n)}$
- 6) if $\left\|\hat{\mathbf{h}}^{(n)} - \hat{\mathbf{h}}^{(n-1)}\right\|_2^2 < \zeta$ then
- 7) break
- 8) else
- 9) 计算 $\tilde{\boldsymbol{\omega}}_d^{(n)}$ 的协方差矩阵
- 10) 应用提出的低复杂度 EP 算法获得数据检测 $\hat{\mathbf{d}}^{(n)}$
- 11) end if
- 12) end while

4 仿真分析

本节评估了 ISP、EMP 方案以及所提出的检测器

在不同参数设置下 AFDM 的 BER 性能, 并且比较了所提出的低复杂度 EP 检测器与常用的几种检测器的 BER 性能。本节考虑了一个长度为 $N = 512$ 的 AFDM 帧, 每个数据符号从 QPSK 星座中抽取; 信道路径数 $P = 5$, 每条信道路径相关的延迟指数和多普勒指数分别从 $[0, l_{\max}]$ 和 $[-\alpha_{\max}, \alpha_{\max}]$ 中随机选择; 信道增益系数 $\tilde{\mathbf{h}}$ 根据分布 $\mathcal{CN}(0, \frac{1}{P})$ 生成; 定义信噪比 $\text{SNR} = \frac{1}{\sigma^2}$ 。当 $\left\|\hat{\mathbf{h}}^{(n)} - \hat{\mathbf{h}}^{(n-1)}\right\|_2^2 < \zeta$ 或达到最大迭代次数时, 所提出的信道估计算法终止, 以先到者为准。

图 5 展示了在 $\beta = 4$ 以及不同延迟和多普勒索引的条件下, ISP 方案的 BER 性能与数据功率的关系。从图 5 中可以清晰地观察到, 随着数据功率从 0.1 增加到 0.9, BER 性能呈现出先改善后恶化的非凸变化趋势。这一现象揭示了信道估计精度与数据检测可靠性之间的权衡关系。在低数据功率区域, 虽然较高的导频功率保障了精确的信道估计, 但数据符号自身的能量过低, 导致解调时的有效信噪比不足, 此时数据被噪声淹没是误码的主要来源。因此, 增加数据功率能显著降低 BER。在高数据功率区域, 随着导频功率的过度削减, 信道估计误差急剧上升并成为性能瓶颈, 抵消了数据功率增加带来的增益, 导致 BER 性能反转恶化。仿真结果表明, 当数据功率设定为 0.8 左右时, 系统在信道估计误差与数据检测信噪比之间取得了最佳平衡。此外, 对比 $(\alpha_{\max}, l_{\max}) = (3, 3)$ 和 $(5, 5)$ 的曲线可知, 这种最优功率分配比对不同的信道稀疏参数具有较好的鲁棒性。这一结论与文献[27]中关于叠加导频功率分配的研究结果是一致的。

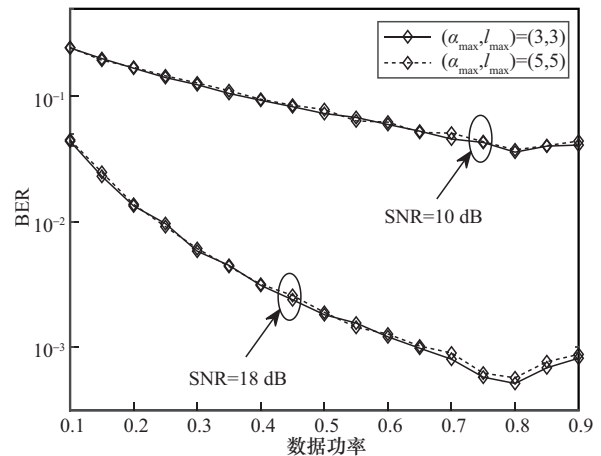


图 5 ISP 方案的 BER 性能与数据功率的关系

为了展示 ISP 方案的优越性, 本节在相同频谱效率下将其 BER 性能与现有的 EMP 方案进行比较。对于 EMP 方案, 定义 $SNR_p = \frac{\{ |x_{p,EMP}|^2 \}}{\sigma^2}$ 。文献[12]中的仿真结果表明, EMP 方案在 $SNR_p = 35$ dB 时性能最佳。因此, 将 EMP 方案的导频功率设置为 $\sigma_{p,EMP}^2 = 10^{\frac{SNR_p}{10}} \sigma^2$ 。对于 ISP 方案, 根据之前的仿真结果, 选择导频功率 $\lambda = 0.2$ 。为了确保 BER 性能的公平比较, 两种方案的频谱效率应该匹配。因此, ISP 方案使用 BPSK 调制, EMP 方案使用 QPSK 调制。在 ISP 方案中, 数据符号填充了长度为 N 的整个帧结构。然而, EMP 的帧结构中只有一半填充了数据符号。因此, 两种方案的频谱效率是相同的。从图 6 可以明显看出, 在相同频谱效率下, ISP 方案显著优于 EMP 方案。在 $\alpha_{max} = 8$ 和 $l_{max} = 8$ 的条件下, EMP 方案的 N_{guard} 为 304, 超过了 $\frac{N}{2}$ 。在这种情况下, EMP 方案无法将数据符号与导频符号分开, 因此无法在没有数据符号干扰的情况下进行信道估计。并且这个问题在帧长更短的情况下会更加严重, 导致整个系统只能在更小的最大多普勒频移和最大时延场景下正常工作。然而, 如图 6 所示, 无论 α_{max} 是 3 还是 8, ISP 的 BER 性能几乎相同。因此, 在高多普勒频移场景中, ISP 在频谱效率和鲁棒性方面更具优势。

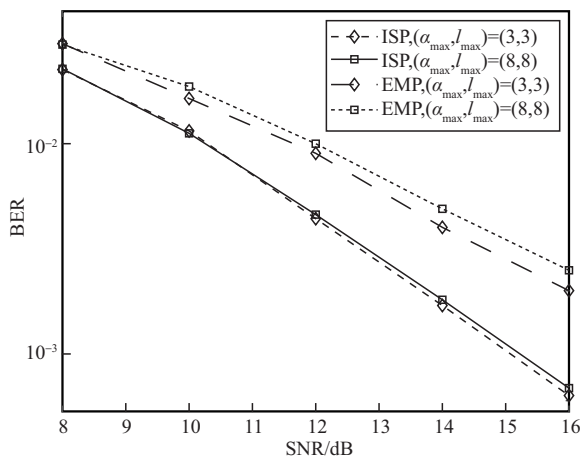


图 6 ISP 方案与 EMP 方案在相同频谱效率下的 BER 性能比较

图 7 比较了在 $\beta = 4$ 及不同多普勒与时延扩展组合 (α_{max}, l_{max}) 下, 所提出的低复杂度 EP 检测器与基于精确矩阵求逆的传统 EP 检测器^[16]的 BER 性能。仿真结果显示, 在所有测试的信道场景中, 所提出的近似检测器与非近似检测器的性能曲线呈现出高

度的一致性, 二者几乎完全重合。这一现象有力地验证了 AFDM 时域等效信道矩阵具有显著的能量集中特性, 即绝大部分信道能量都集中在以主对角线为中心的准带状区域内, 而带外元素对信号恢复的贡献微乎其微。具体而言, 当 $\beta = 4$ 时, 所提出的块状准带状近似策略能够精确捕获信道的主要特征, 忽略带外微弱元素所引入的计算误差, 对最终检测性能的影响几乎可以忽略不计。这表明, 所提出的检测器在将计算复杂度从 $O(N^3)$ 大幅降低至 $O(N)$ 的同时, 并没有以牺牲检测精度为代价, 从而在计算效率与系统性能之间取得了最佳平衡。

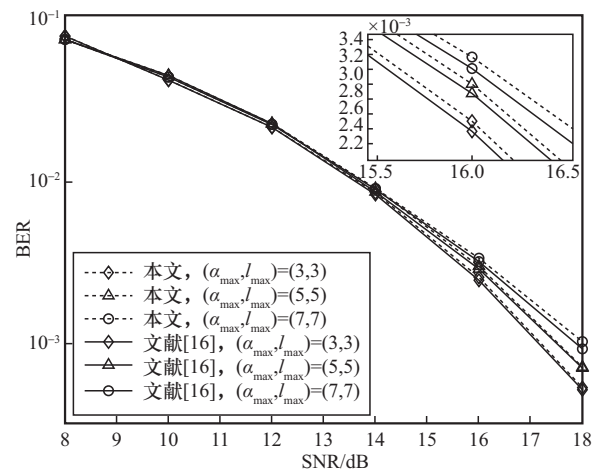


图 7 在 $\beta = 4$ 和不同参数设置下, 所提出的低复杂度 EP 检测器与基于精确矩阵求逆的传统 EP 检测器的 BER 性能

图 8 展示了在不同参数设置下, 低复杂度 EP 检测器与非近似 EP 检测器求逆的乘法次数比较。从图 8 中可以看出, 当帧长超过 500 时, 非近似 EP 检测器的复杂度始终高于近似算法。此外, 随着帧长 N 的增加, 近似计算的复杂度增长非常缓慢, 而直接计算的复杂度则与 N 的立方成正比。另外可以发现, 乘法次数并未随着参数 β 的增加而出现显著变化。这表明, 在低延迟多普勒场景下, 可以为 β 设置一个较大的值, 以实现更高精度的符号检测。

图 9 给出了 $\beta = 4$ 、 $\alpha_{max} = 3$ 和 $l_{max} = 3$ 条件下多种检测器的 BER 性能比较, 包括线性检测器 MMSE、低复杂度 MMSE^[15] 和非线性检测器 MP^[28]、MRC^[12] 和低复杂度 EP^[20]。对于低于 16 dB 的 SNR, MP 表现出比其他检测器更优的 BER 性能。然而, 随着 SNR 的增加, MP 表现出误码平台效应。这种现象的发生是因为在高 SNR 条件下, 对于干扰和噪声的高斯近似变得不准确。具体来说, 同分布符号的假设在该区

域不再成立^[29-30]。此外还可以发现，MRC实现了与MMSE几乎相同的性能。这种现象可归因于在整数多普勒场景下，MRC表现出向LMMSE估计的渐近收敛^[11]。此外，所提出的低复杂度EP检测器性能几乎与非近似的EP检测器相当。当SNR超过16 dB时，与AFDM系统中通常采用的传统检测器相比，所提出的检测器表现出显著的性能增益。

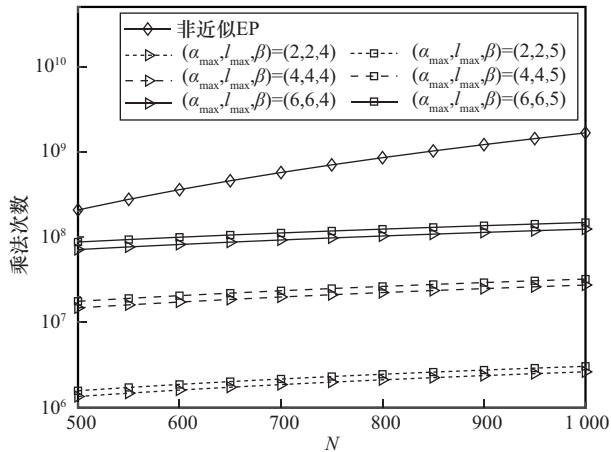


图8 在不同参数设置下,低复杂度EP检测器与非近似EP检测器求逆的乘法次数比较

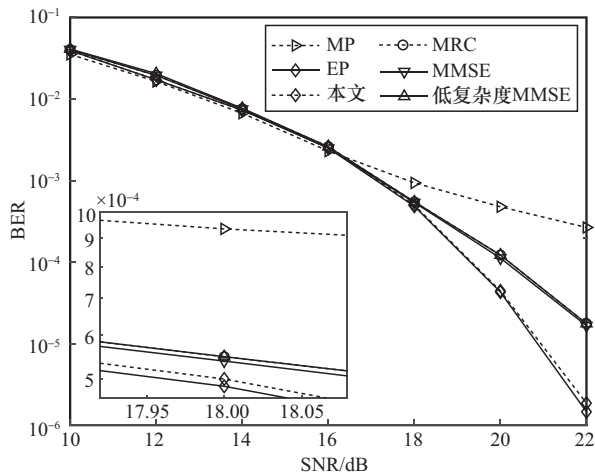


图9 在 $\beta = 4$ 、 $\alpha_{\max} = 3$ 和 $l_{\max} = 3$ 条件下,多种检测器的BER性能比较

仿真结果显示,所提出的ISP框架在相同频谱效率下实现了比EMP方案更低的BER,尤其是在高多普勒频移场景中。此外,低复杂度EP检测器在显著降低复杂度的同时,保持了近似最优的性能。

5 结束语

本文提出了一种频谱高效的ISP传输框架,以解决移动环境下的信道估计问题。与传统的EMP

设计不同,ISP方法通过将导频和数据符号完全叠加来消除保护间隔,从而提升了频谱效率。本文利用该框架将信道估计问题转化为一个稀疏信号恢复问题。此外,通过对时域信道矩阵的结构分析,本文将EP检测中大规模矩阵求逆的计算复杂度降低到线性级。仿真结果表明,所提出的ISP方案在BER性能、频谱效率以及对时变信道的鲁棒性方面均显著优于传统的EMP方法;同时,与传统的AFDM检测器相比,本文提出的低复杂度EP检测器也展现出更优的BER性能。

参考文献:

- [1] WANG T J, PROAKIS J G, MASRY E, et al. Performance degradation of OFDM systems due to Doppler spreading[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2006, 5(6): 1422-1432.
- [2] 王得志, 黄崇文, 林海. 基于ODDM调制的6G通感一体化系统波形设计: 基础、挑战和未来方向[J]. 中兴通讯技术, 2024, 30(3): 15-20.
- [3] WANG D Z, HUANG C W, LIN H. Waveform design for 6G integrated sensing and communication systems based on ODDM modulation: Fundamentals, challenges, and future directions[J]. ZTE Technology Journal, 2024, 30(3): 15-20.
- [4] BHASHYAM S, SAYEED A M, AAZHANG B. Time-selective signaling and reception for communication over multipath fading channels[J]. IEEE Transactions on Communications, 2000, 48(1): 83-94.
- [5] SAYEED A M, AAZHANG B. Joint multipath-Doppler diversity in mobile wireless communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 1999, 47(1): 123-132.
- [6] HADANI R, RAKIB S, TSATSANIS M, et al. Orthogonal time frequency space modulation[C]//Proceedings of the 2017 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE Press, 2017: 1-6.
- [7] RAVITEJA P, PHAN K T, HONG Y. Embedded pilot-aided channel estimation for OTFS in delay-Doppler channels[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(5): 4906-4917.
- [8] 邢旺, 唐晓刚, 周一青, 等. 面向OTFS的时延-多普勒域信道估计方法综述[J]. 通信学报, 2022, 43(12): 188-201.
- [9] XING W, TANG X G, ZHOU Y Q, et al. Survey of channel estimation method in delay-Doppler domain for OTFS[J]. Journal on Communications, 2022, 43(12): 188-201.
- [10] BEMANI A, KSAIRI N, KOUNTOURIS M. AFDM: a full diversity next generation waveform for high mobility communications[C]//Proceedings of the 2021 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops). Piscataway: IEEE Press, 2021: 1-6.
- [11] TAO Y W, WEN M W, GE Y, et al. Affine frequency division multiplexing with index modulation: full diversity condition, performance analysis, and low-complexity detection[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2025, 43(4): 1041-1055.
- [12] LI Z Q, FANG X J, DONG H, et al. Chirp parameter selection for AFDM with MMSE equalization in static multipath channels[C]//Proceedings of the 2023 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). Pisci-

- taway: IEEE Press, 2023: 1099-1104.
- [11] NI Y H, WANG Z L, YUAN P, et al. An AFDM-based integrated sensing and communications[C]//Proceedings of the 2022 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS). Piscataway: IEEE Press, 2022: 1-6.
- [12] BEMANI A, KSAIRI N, KOUNTOURIS M. Affine frequency division multiplexing for next generation wireless communications[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(11): 8214-8229.
- [13] YIN H R, WEI X Z, TANG Y Q, et al. Diagonally reconstructed channel estimation for MIMO-AFDM with inter-Doppler interference in doubly selective channels[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2024, 23(10): 14066-14079.
- [14] 陈学辉, 池育浩, 刘雷. 大规模离散 MU-MIMO: 低复杂度、信息理论最优检测与多用户编码[J]. 中兴通讯技术, 2024, 30(1): 46-54.
CHEN X H, CHI Y H, LIU L. Massive discrete MU-MIMO: low-complexity information-theoretically optimal detection and multi-user coding[J]. ZTE Technology Journal, 2024, 30(1): 46-54.
- [15] BEMANI A, KSAIRI N, KOUNTOURIS M. Low complexity equalization for AFDM in doubly dispersive channels[C]//Proceedings of the ICASSP 2022 - 2022 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP). Piscataway: IEEE Press, 2022: 5273-5277.
- [16] ZHENG K, WEN M W, MAO T Q, et al. Channel estimation for AFDM with superimposed pilots[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2025, 74(2): 3389-3394.
- [17] XU J, LIANG Z J, NIU K. Multi-block UAMP detection for AFDM under fractional delay-Doppler channel[C]//Proceedings of the 2025 IEEE Wireless Communications and Networking Conference (WCNC). Piscataway: IEEE Press, 2025: 1-6.
- [18] YIN H R, TANG Y Q. Pilot aided channel estimation for AFDM in doubly dispersive channels[C]//Proceedings of the 2022 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). Piscataway: IEEE Press, 2022: 308-313.
- [19] WANG X H, SHI X, WANG J T, et al. On the Doppler squint effect in OTFS systems over doubly-dispersive channels: modeling and evaluation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2023, 22(12): 8781-8796.
- [20] CÉSPÉDES J, OLMOS P M, SÁNCHEZ-FERNÁNDEZ M, et al. Expectation propagation detection for high-order high-dimensional MIMO systems[J]. IEEE Transactions on Communications, 2014, 62(8): 2840-2849.
- [21] RAVITEJA P, HONG Y, VITERBO E, et al. Practical pulse-shaping waveforms for reduced-cyclic-prefix OTFS[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2019, 68(1): 957-961.
- [22] ZHANG T. Sparse recovery with orthogonal matching pursuit under RIP[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(9): 6215-6221.
- [23] LONG F, NIU K, LIN J R. Low complexity block equalizer for OTFS based on expectation propagation[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2022, 11(2): 376-380.
- [24] LI S, DING C, XIAO L X, et al. Expectation propagation aided model driven learning for OTFS signal detection[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2023, 72(9): 12407-12412.
- [25] AHN J, SHIM B, LEE K B. EP-based joint active user detection and channel estimation for massive machine-type communications[J]. IEEE Transactions on Communications, 2019, 67(7): 5178-5189.
- [26] SHAN Y R, WANG F G, HAO Y X. Orthogonal time frequency space detection via low-complexity expectation propagation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(12): 10887-10901.
- [27] MISHRA H B, SINGH P, PRASAD A K, et al. OTFS channel estimation and data detection designs with superimposed pilots[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2022, 21(4): 2258-2274.
- [28] RAVITEJA P, PHAN K T, HONG Y, et al. Interference cancellation and iterative detection for orthogonal time frequency space modulation[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 17(10): 6501-6515.
- [29] 王永川, 周平, 黄局. 正交时频空调制的信道估计与信号检测技术研究现状[J]. 通信学报, 2024, 45(9): 229-243.
WANG Y C, ZHOU P, HUANG J. Research status of channel estimation and signal detection techniques for orthogonal time frequency space modulation[J]. Journal on Communications, 2024, 45(9): 229-243.
- [30] ZHANG H J, ZHANG T T. A low-complexity message passing detector for OTFS modulation with probability clipping[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2021, 10(6): 1271-1275.

[作者简介]



曹喆 (2002–), 男, 四川成都人, 华南理工大学博士生, 主要研究方向为信号检测与估计理论。



温森文 (1987–), 男, 广东紫金人, 博士, 华南理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信、分子通信物理层技术。



黄煜 (1993–), 男, 浙江洞头人, 博士, 广州大学副教授、硕士生导师, 主要研究方向为纳米网络、分子通信、太赫兹通信。



陈芳炯 (1975–), 男, 广东澄海人, 博士, 华南理工大学教授、博士生导师, 主要研究方向为信号检测与估计、阵列信号处理以及无线通信。